ELEMENTI

DI

FISICA SPERIMENTALE

E DI

METEOROLOGIA.

TOM. III.

ELEMENTI

DI

SPERIMENTALE

E DI

METEOROLOGIA

DEL SIG. POUILLET,

DELL' ACCADEMIA REALE DELLE SCIENZE DELL' ISTITUTO DI FRANCIA; PROFESSORE DI FISICA NELLA FACOLTÀ DELLE SCIENZE DI PARIGI; PROFESSORE DI FISICA APPLICATA ALLE ARTI, NEL CONSERVATORIO REALE DELLE ARTI E MESTIERI, AMMINISTRATORE DI QUESTO STABILIMENTO, MEMBRO DELLA SOCIETÀ FILOMATICA, DEL CONSIGLIO DELLA SOCIETÀ D' INCORAGGIAMENTO, ecc. ecc.

OPERA ADOTTATA, DAL CONSIGLIO REALE DELLA PUBBLICA ISTRUZIONE, PER L' INSEGNAMENTO DELLA FISICA NEGLI STABILIMENTI DELL' UNIVERSITÀ.

PRIMA VERSIONE ITALIANA

Sulla terza edizione del 1837

DI G. FAZZINI

CON NOTE.

> Verus experientiæ ordo primo lumen accendit, deinde per lumen iter demonstrat.
>
> Bacone *Nov. Or.*

TOMO TERZO.

NAPOLI

M. AVALLONE TIPOGRAFO

1840.

ELEMENTI

DI FISICA SPERIMENTALE

E

DI METEOROLOGIA.

LIBRO QUARTO

DELLE AZIONI MOLECOLARI.

302. Un corpo organico o inorganico si può considerare come un sistema in equilibrio; le sue parti costituenti, o le sue più prossime molecole sono separate da intervalli più o meno grandi, e non di meno operano in tale distanza le une sulle altre incessantemente, per mantenersi nelle loro posizioni relative, per attirarsi o respingersi, o infine per comunicarsi gli sforzi e le pressioni, che soffrono. E sono queste scambievoli azioni delle molecole, le quali in fisica si chiamano col nome di *azioni molecolari*. E malagevole sarebbe lo stabilire una distinzione tra queste forze e le *forze chimiche*, le quali parimente operano nelle distanze medesime sopra tutte le molecole della materia; ma ei si può dire che le azioni chimiche tendono di produrre i corpi e di costituirli in uno sta-

to determinato di equilibrio o di aggregazione , dove che le azioni propriamente dette molecolari tendono di conservare i corpi o di ritenerli nello stato di equilibrio o di aggregazione , che hanno già ricevuto. Le azioni molecolari considerate sotto questo aspetto comprendono un campo ancora assai vasto, perchè faccia mestieri stabilirvi alcune divisioni; adunque noi studieremo ne'seguenti capitoli separati, *la capillarità, la struttura de' corpi, e l' elasticità.*

CAPITOLO PRIMO

Capillarità.

303. Quando s'immerge in un liquido l'estremo di un tubo di vetro, si vede che la colonna, la quale in questo tubo penetra, quasi mai nell'esterno livello non si arresta. Per esempio nell'acqua si eleva su (*fig. 1*), e nel mercurio al contrario si abbassa in giù (*fig. 2*). I quali fenomeni di *ascensione* o di *depressione* sono detti *fenomeni capillari*, e la forza, che li produce, è l'*azione capillare*, l'*attrazione capillare*, o semplicemente la *capillarità*; nè questa forza opera solamente per innalzare o deprimere le picciole colonne liquide nell'interno de'tubi, la si esercita incessantemente a contatto de'liquidi coi solidi, de'liquidi tra loro, o de'solidi tra loro, e generalmente a contatto di tutte le più tenui particelle della materia ponderabile.

304. *Le lunghezze delle colonne sollevate o represse sono in ragion inversa de' diametri de' tubi.*

Non è malagevole ravvisare coll'esperienza che generalmente tanto sono maggiori le differenze di livello, quanto sono i diametri de'tubi più esili. Gli è quanto vien rappresentato nei quattro tubi a sifone della figura 3. I due primi contengono acqua, e l'elevazione è doppia nel secondo, il cui diametro è minore della metà; mercurio contengono i due ultimi, e la depressione è parimente doppia nel quarto il cui diametro è metà di quello del terzo. Non di meno per istabilire questa legge fondamentale su di precise esperienze; ei si vuole aver ricorso ad altri mezzi di osservazione. Ecco l'esattissimo apparecchio posto in uso dal Sig. Gay-Lussac.

a (*fig. 6*) è un largo provino stabilito su di un piede a viti calanti, perchè l'orlo suo superiore *b* possa esser renduto orizzontale. Il liquido contenutovi innalzasi fino a *c*, il tubo capillare *d* è allogato su di una piastra *e*, la quale

si posa sull'orlo del provino; per mezzo di una scanalatura verticale può il tubo salire o scendere. Allato del provino alcuni pollici lungi evvi un regolo verticale f, sul quale movesi un cannocchiale g, prima stropicciando, ed in seguito con una vite di richiamo pe'movimenti piccioli. Dapprima per misurare l'altezza della colonna, si fà muovere il cannocchiale, insino a che il suo filo micrometrico orizzontale sembri radere la cima s; poi allontanando la piastra e verso gli orli del provino, accanto di essa si colloca il pezzo h, e dopo averlo aggiustato girasi l'asta a vite k, fino a che agguagli la superficie del liquido; poscia togliesi con una pipa un pò di liquido, notasi il punto di partenza del cannocchiale e si fa discenderlo, in sino a che la punta dell'asta cada sottoil filo; l'estensione della sua corsa è l'altezza del liquido al di sopra del livello.

La seguente tavola contiene la media de'risultamenti, ai quali è stato menato il Sig. Gay, Lussac.

NOMI delle sostanze.	DENSITÀ.	TEMPERATURE in gradi centigradi.	ELEVAZIONE in un tubo il cui diametro è — 1mm, 2944.	ELEVAZIONE in un tubo il cui diametro è — 1mm, 9038.	ELEVAZIONE in un tubo il cui diametro è — 10mm, 508.
Acqua	1	8°, 5	23mm, 1634	15, 5861	»
Alcool	0, 8196	8°	9, 1823	6, 4012	»
Id.	0, 8595	10°	9, 301	»	»
Id.	0, 9415	8°	9, 997	»	»
Id.	0, 8135	16°	7, 078		0, 3835
Essenza di terebentina.	0, 8695	8°	9, 8516	»	

Le varie densità sono state prese alle temperature indicate nella terza colonna.

La corrispondenza inversa de'diametri de'due primi tubi, è 1,474; e quella delle altezze correlative, è, 1,486 per l'acqua, ed 1, 434 per l'alcool. Sicchè può ben ammettersi come legge sperimentale, che le altezze delle colonne inalzate sono in ragion inversa de'diametri de'tubi. E calcolando con questi dati le altezze delle colonne di

acqua, di alcool e di essenza di terebentina, che si dovrebbero elevare in un tubo di 1 millimetro, si trovano i seguenti numeri:

Nome delle sostanze.	Densità	Temperatura.	Elevazione in un tubo di cui il diametro è $= 1^{mm}$.
Acqua.	1	8,5	29^{mm}, 79
Alcool.	0,8196	8	12,18
Id.	0,8135	16	9,15
Id.	0,8595	10	12,01
Id.	0,9415	8	12,91
Essenza di terebentina.	0,8695	8	12,72

Noi abbiamo accuratamente notato le temperature e le densità, dappoichè pare che per un liquido stesso le differenze di livello siano in ragion diretta delle densità.

I risultamenti, che si ottengono con questo processo, sono del tutto indipendenti dalla doppiezza de' tubi e dalla materia, che li compone, posto che tal materia possa essere *bagnata* dal liquido.

Prima che i tubi siano sottoposti alla prova, bisogna aver cura di pulir nettamente le interne loro pareti di tutte le impurità, che le potessero insozzare; del pari è indispensabile fare oscillare la colonna liquida a molte riprese per far le osservazioni della sua altezza verace. E quanto al diametro de' tubi si determina pesando il mercurio, che contengono, in una lunghezza cognita.

Noi dobbiamo ancora notare che, quante volte evvi *ascensione* in un tubo capillare assai stretto, la cima della colonna liquida prende la forma di un *menisco concavo*, è una semisfera del diametro stesso del tubo (*fig. 4*); quando al contrario evvi depressione, la cima della colonna liquida prende la forma di un menisco convesso (*fig. 5*). Le quali forme sono essenzialmente ligate all'ascensione ed alla depressione, dappoichè vestendosi di qualche cor-

po grasso l'interna superficie di un tubo di vetro, ed immergendone in acqua colorata l'estremo, non solo si osserva che l'acqua cessa d'inalzarsi disopra del livello, ma riman *depressa* in siffatto tubo coperto di grasso, e nel tempo stesso la cima della colonna prende la forma del *menisco convesso*, siccome fà ne' tubi ordinarii il mercurio; dalla quale osservazione risulta che *le differenze di livello dipendono dalla forma del menisco* e che in tal modo tutte le cause accidentali, le quali potrebbero impedir questo dal prendere la forma esatta, che debbe avere, impedirebbero anche per questo che il liquido giungesse all'altezza precisa, in cui dee trovare la stabilità del suo equilibrio. Difatto immergendosi nell'acqua un tubo, la cui superficie interna sembra anche nettissima, si osservano quasi sempre delle *scanalature* più o meno evidenti negli orli del menisco, e ripetendosi allora parecchie volte l'esperimento si troveranno numeri molto diversi.

305. *Altezze diverse, alle quali può arrestarsi lo stesso liquido nel tubo medesimo.* Quando un tubo si è impiegato in una esperienza, ritraendolo con cautela dal liquido, ed osservando l'altezza della colonna, che rimane nel suo interno sospesa, si scorge che la è sempre più grande che prima non era: per esempio essendo *a b* (*fig. 12*) la colonna sollevata al di sopra del livello, mentre il tubo è immerso, la colonna sospesa quando sarà fuori del liquido potrà essere *c d* o eziandio *ef*. La qual differenza dipende dalla goccia che nella estremità inferiore del tubo rimane e forma un menisco più o meno convesso. Difatti, in pareti doppissime sulle quali molto si allarga la goccia, questo eccesso di elevazione è sempre minore; al contrario ne' tubi di pareti esilissime il menisco convesso della goccia essendo quasi uguale al menisco concavo della cima della colonna, ei si osserva un eccesso di elevazione quasi uguale all'elevazione medesima, val dire *ef* è doppia di *ab*.

I tubi ricurvi a *sifone* offrono de' fenomeni consimili, ed hanno anche il vantaggio di essere più acconci a siffatte esperienze. Nel sifone *s* (*fig. 13*), il cui diametro è uniforme, le cime delle due colonne sono all'altez-

za medesima, sino a che il liquido non giungne all'estremità della branca corta, ma non appena la tocca, si può fare scorrere liquido nella branca lunga, e produrvi in tal modo un'eccesso di altezza sempre crescente. Siccome il livello colà s'innalza, il menisco della branca corta perde a poco a poco la sua forma, la concavità sua diminuisce, e tende di mutarsi in superficie piana; ed osservandosi attentamente il fenomeno, è facile riconoscere che nel punto, in cui a questo limite giunge, la differenza del livello *ab* è precisamente l'altezza, alla quale il liquido s'innalza in un tubo dritto dello stesso diametro del sifone. Intanto si può continuare a versar liquido nella branca lunga; allora la superficie piana, che limita la colonna nell'estremità della branca corta, sempreppiù convessa diventa, ed il livello può in tal modo salire fino ad un'altezza *cd* doppia di *ab*; in questo istante il *menisco* forma una semisfera, e seguitando a versarsi liquido nell'altra branca la sua convessità crepa, e la colonna più o meno ricade secondo l'estensione, sulla quale si può spiegare la goccia, che ne risulta.

I quali fenomeni possono essere in senso inverso prodotti; mettendo da principio nella branca lunga del sifone tutta la colonna, che può essere sostenuta, e facendo a poco a poco uscire del liquido per la cima della branca corta.

306. Quando, lo spazio capillare non è, come da noi si è supposto, cilindrico, seguono de' fenomeni alquanto più complicati, i quali possono essere spesso ricondotti a leggi molto semplici.

Tubi concentrici. Immaginiamo un tubo, il quale per esempio abbia 10 millimetri di diametro interno, nel qual si dispone un cilindro di vetro del diametro di nove millimetri, in modo che l'asse loro sia comune, e che intorno al cilindro rimanga uno spazio anulare $\frac{1}{2}$ millimetro doppio. I fenomeni capillari svilupperannosi in questo spazio, e col fatto si trova che la differenza di livello è la stessa, che sarebbe in un tubo del *raggio* di $\frac{1}{2}$ millimetro. Essendo questo risultamento generico si può esprimere così: in uno spazio anulare di una qualsiasi doppiezza l'ascen-

sione o la depressione è la stessa che in un tubo, il cui diametro fosse doppio di siffatta doppiezza.

Quando l'interno cilindro è esso medesimo un tubo, i fenomeni si producono partitamente in esso tubo e nello spazio anulare come se ciascuno di essi fosse solo. Sicchè essendo il diametro del tubo precisamente doppio della doppiezza anulare, le cime delle due colonne sono allo stesso livello; se il tubo è più sottile, la cima della sua colonna è più alta se si tratta di una ascensione, e più bassa trattandosi di una depressione; il contrario segue, quando il tubo è più largo. In quest'ultimo caso versandosi liquido, insino a che il menisco anulare diviene convesso (*fig. 14*), la depressione mutasi manifestamente in ascensione. Il qual fenomeno aveva fatto notevolmente attonito un diligente osservatore, il medico Petit (*Accad. delle scienze*, 1723).

Lamine parallele. Lo spazio compreso tra due lamine parallele non è in certo modo, che il limite dello spazio anulare, del quale testè parlammo, sicchè le altezze delle colonne innalzate o depresse debbono la stessa legge seguire. Ed è quanto in fatti l'esperienza dimostra; sia qualsivoglia la distanza delle due lamine, esse producono lo stesso effetto di un tubo cilindrico, il cui diametro è doppio di questa distanza.

Lamine inclinate. Due lamine inclinate la figura 9 rappresenta, le quali s'intersecano secondo una linea verticale: esse sono unite da due cerniere *cc*, e possono essere più o meno allontanate. Immergendole nell'acqua il liquido dee salire ad altezze ineguali in *a* ed in *b*, dappoichè le distanze corrispondenti delle lamine sono esse medesime disuguali, e dappoichè le altezze sono tra le lamine come nè tubi, in ragion inversa delle distanze. Si può facilmente dimostrare con un calcolo semplicissimo che la cima della colonna forma una iperbole equilatera, i cui assintoti da una parte sono la comune intersecazione delle lamine, e dall'altra il livello del liquido, in cui mettono capo.

La figura 10 rappresenta due lamine, che sono del pari l'una all'altra inclinate, ma le s'intersecano secon-

do una linea orizzontale ed il piano geometrico, che partirebbe il loro angolo in due parti uguali, può esso medesimo essere orizzontale, ovvero più o meno obbliquo all'orizzonte. Quando tra queste lamine mettesi una goccia di acqua, che tocchi *l'una e l'altra*, si vede che questa goccia incontanente si arrotondisce in cerchio e si precipita verso la cima dell'angolo; la sua velocità cresce o diminuisce, secondo che più grande o più picciolo è l'angolo, ed in tutt'i casi lasciando la lamina superiore orizzontale, e convenevolmente inclinando l'inferiore, si può combattere la forza attrattiva, che sollecita la goccia a salire verso la cima in virtù della sua forza di gravità, che la sollecita a scorrere lungo il piano inclinato, sul quale riposa.

Tubi conici. — I fenomeni poco fà menzionati si riproducono ne'tubi conici con le stesse circostanze, e per le cagioni medesime. La picciola colonna *m m'* (*fig.11*) si precipita verso la cima del cono o verso la sua base, secondochè termina in due menischi concavi o in due menischi convessi, ed in tuttadue i casi si può ritenerla in una posizione stabile, inclinando convenevolmente nell'uno o nell'altro senso l'asse del cono.

Generalmente si vede che ne'tubi verticali, sia che il liquido vi debba essere inalzàto o depresso, l'altezza della colonna non dipende da altro che dal diametro del tubo nel punto, dove si ferma; di sopra o di sotto da tal punto le dimensioni non hanno più influenza. Sicchè in una campana terminata da un tubo verticale sottilissimo (*fig. 7*), l'intera massa del liquido si manterrà all'altezza medesima di sopra al livello, come se il diametro della campana fosse uguale a quello del tubo nel punto, dove la colonna si ferma.

Tubi prismatici. — Avvi tanto allettamento di curiosità nello studio de'fenomeni capillari, che i fisici nè hanno seguitate tutte le modificazioni con un gran numero di ricerche ingegnose. Dopo avere esaurite quante combinazioni si possono fare con lamine, coni e cilindri, un'osservatore esperto, Gellert, pensò di far costruire de'tubi prismatici per esaminar la forma de'menischi, e misurare

le altezze corrispondenti delle colonne liquide, che potevano sollevare, (*Comm. di Pietroburgo*, t. 12). Per mezzo di questi tubi, le cui sezioni erano triangoli e rettangoli, egli stabilisce due leggi generiche molto semplici, cioè: 1° che le altezze sono reciproche con le linee *omologhe* delle basi, quando esse basi sono *simili*; e 2° che le altezze sono le stesse, quando le basi hanno superficie *equivalenti*. Non di meno pare che questa seconda legge sia sottoposta ad alcune eccezioni.

Superficie di forme diverse. — Quel che precede molto chiaramente ci mostra che i solidi ed i liquidi non si possono toccare, senza che la superficie mobile del liquido vicino al contatto provi una sformazione più o meno notevole.

Le inflessioni della curvatura dipendono dalla forma de' corpi. Ei ci ha sempre ascensione di un liquido, quando bagna la superficie, e depressione quando no. Ed è in tal modo che un'ago da cucire ben lavato con l'alcool trovasi bagnato dall'acqua e si affonda, quando lievemente si posa sulla superficie di esso liquido, mentre va a galla, se è alquanto unto di grasso in modo da produrre intorno di sè una depressione. Gl'insetti, che camminano o meglio sdrucciolano sulla superficie delle acque, sarebbero tosto sommersi, se una spoglia particolare non impedisse che fossero bagnati da questo liquido (*fig. 8*).

307. *Attrazioni e ripulsioni, che procedono dalla capillarità.* I corpi immersi ne' liquidi, o galleggianti nelle superficie loro presentano de' fenomeni di attrazione e di ripulsione molto notevoli, perchè ci paia necessario di citarne qualche esempio.

Due palle di sughero poste sull'acqua e da questo liquido bagnate non esercitano verun'azione l'una sull'altra, quando sono ad una distanza un pò grande; ma non appena si accostano in una *distanza capillare*, cioè in una distanza picciola in modo, che le superficie del liquido intorno di esse sollevato si toccano o s'incrociano, allora avvi un'attrazione vivissima (*fig. 20*).

Due palle, che non si bagnano, come di cera o di sughero affumicate, galleggianti nell'acqua, ovvero pal-

le di ferro sopra al mercurio, esercitano ancora un' attrazione nelle circostanze medesime (*fig. 21*).

In fine due palle, delle quali una si bagna, mentre l' altra nò si respingono sempre giungendo alla distanza capillare (*fig. 22*).

Le lamine verticali presentano consimili fenomeni, (*fig. 15, 16, e 17*).

Erasi da principio pensato che questi movimenti procedevano da un'azione diretta della materia; ma è manifesto che dalle curvature delle superficie dipendono, dappoichè gli stessi corpi, i quali si fuggono o si attirano sopra l'acqua, niun'azione non esercitano a distanza uguale nel voto, o anche nell'aria, o in altri mezzi, che gl'inviluppano da tutte parti.

308. *Aderenza de'liquidi contro le superficie solide.* Allorchè un disco solido è posato sulla superficie di un liquido non più si può orizzontalmente innalzarlo come se fosse libero nell'aria, ma devesi fare uno sforzo alquanto più considerevole. Per misurare esso sforzo si fa uso di una bilancia: mettesi da un lato il disco orizzontale, dei contrappesi dall'altro, e stabilito l'equilibrio, si accosta una superficie liquida fino al punto che tocca la superficie inferiore del disco; si aggiungono allora a poco a poco e senza scuotimento dal lato opposto de'pesi, e notasi quanto n'è bisognato aggiugnere per rompere l' aderenza. Siffatto processo è stato immaginato da Taylor, ed i risultamenti, che ne hanno ottenuti Cigna, Guyton e molti altri fisici han dato origine a lunghe discussioni. Ma noi ci contenteremo di qui riferire i risultamenti del Sig. Gay-Lussac.

A voler distaccare un disco di vetro del diametro di 118^{mm}, 366 sono bisognati diversi pesi secondo la natura de'liquidi, come nella tavola seguente si scorge.

NOMI delle sostanze.	DENSITÀ.	Temperatura.	Peso necessario per distaccare un disco il cui diamet. è = 118^{mm}, 366.
			grammi
Acqua	1, 000	8,5	59, 40
Alcool	0, 8196	8	31, 08
Id.	0, 8595	10	32, 87
Id.	0, 9415	8	37, 15
Essenza di terebentina.	0, 8695	8	34, 10

Un disco dello stesso diametro di rame o di altra sostanza atta di bagnarsi ne' liquidi dà precisamente lo stesso risultamento. Così l'aderenza al pari della capillarità è indipendente dalla natura de' solidi, e dipendente solo da quella de' fluidi. Ed è agevole ad immaginarne la ragione, dappoichè il disco sollevandosi porta sempre uno strato di liquido. Adunque lo sforzo de' pesi addizionali non è applicato a separare le molecole del disco da quelle del liquido, ma si a romper *la coerenza*, che unisce le molecole liquide fra di loro. Sicchè gli esperimenti, di cui si tratta, danno una misura della coerenza del liquido o dell'attrazione, che esercita sopra sè stesso, ed ei si vede che siffatta attrazione sensibilissima sembra e variabile ne' diversi liquidi.

Allorchè la superficie del disco è di tal fatta, che non rimane bagnata dal liquido, come per esempio accade del mercurio e del vetro; allora il peso, che si aggiugne per separarli, non più esprime la coerenza del liquido, ma esso ancora è mutabilissimo, ed il Sig. Gay-Lussac ha osservato che per separare dal mercurio un disco di vetro del diametro di 118^{mm}, 366, doveasi adoperare ora 296 grammi, ora 158, secondo mettevasi più o meno tempo in aggiugnere i pesi. Nondimeno queste esperienze fanno scorgere in un modo lampante che anche nel caso, in cui un solido non è bagnato da un liquido, si esercita ancora tra le molecole del solido e quel-

le del liquido un' attrazione più o meno forte. La qual conseguenza non pare soffrire eccezione; se non che la coerenza del liquido è sempre in tal caso più grande dell' attrazione che il solido esercita su di esso.

309. *Effetti diversi della capillarità.* — Huyghens osservò nel 1672 (*Giornale de' dotti* pag. 111) un fatto che allora parve molto da stupire. Un tubo 70 pollici lungo e del diametro di alcune linee essendo stato ben nettato nell' alcool, poi ripieno di mercurio purgato di aria ed accortamente rivolto, rimane tutta la colonna sospesa nel tubo; molte scosse leggiere vi vollero, perchè dalla cima si distaccasse e prendesse la sua ordinaria altezza di 28 pollici nell' interno del tubo. Manifestamente è un fenomeno di aderenza, e si riproduce quante volte la superficie interna del tubo è ben netta e l' apparecchio bene purgato di aria.

Don Casbois fece verso il 1780 un' osservazione importante per la struttura de' barometri. Avendo fatto per lunghissimo tempo bollire il mercurio in un tubo barometrico, dopo averlo rivolto si avvide che la cima della colonna formava un menisco quasi piano, ed anche più volentieri concavo che convesso. Da quel che precede si vede che questa forma di menisco debbe avere una grande influenza sull' altezza de' barometri, i quali non hanno come quello del Sig. Gay-Lussac il vantaggio di essere precedentemente corretti da tutti gli effetti della capillarità. La cagione di questo notevol fenomeno è stata incognita lungamente, ed è dovuta al Sig. Dulong un' osservazione nuovissima, che compiutamente la spiega. Il Sig. Dulong ha conosciuto con esperienze dirette che prolungando il bollimento del mercurio nell' aria, si forma un ossido, il quale si scioglie nel liquido, e questa specie di soluzione pochissimo diversa dal mercurio per la densità sua n' è sensibilmente diversa per le sue proprietà capillari, conciossiachè acquista finalmente la proprietà di bagnare il vetro. Così per fare de' buoni barometri a mastello vuolsi, quanto più è possibile, cansare il contatto dell' aria durante la bollizion del mercurio.

Al P. Abat si deve la seguente esperienza: *abc*,

fig. 18, è un tubo ricurvo contenente mercurio; il liquido dapprima sta allo stesso livello *ac* nelle due branche; ma se dopo avere alquanto inclinato esso tubo in modo, che il mercurio sale verso *c'* e scende verso *a'*, dopo si riconduce pianamente sulla sua pristina posizione, le cime delle colonne non sono più esattamente livellate; quella che si era elevata rimane più alta, e nel tempo stesso la sua convessità è maggiore; l'altra rimane più bassa, è la sua convessità pare minore. È uno effetto della forma de' menischi, il qual mostra quanta cura bisogna avere nelle osservazioni barometriche, e quanto sia necessario ogni volta di vincere con lievi scosse lo stropiccio del mercurio contro il vetro. Perchè il liquido acquisti la sua altezza verace bisogna, come già abbiamo detto, che la cima della colonna acquisti la sua forma vera.

La capillarità non si manifesta solo nel contatto dei solidi e de' liquidi, ma si osserva tra i solidi medesimi ancora; essa è, che mantiene stretti l'uno coll'altro de' piani lisciati di vetro, di marmo, ecc., anche quando le pressioni dall'aria sono soppresse. La si osserva del pari tra i solidi ed i gas, chè, mettendo sotto il recipiente della macchina pneumatica un vaso testè ripieno di acqua, si veggono formare sotto il liquido numerose bolle, fregiare tutte le pareti, ed ingrandire sempre più a misura che la pressione decresce. Delle foglie metalliche come l'oro battuto presentano anche più sensibilmente questo fenomeno, chè le bolle di aria, le quali sulla superficie loro dopo averle sommerse si formano, diventano sotto il recipiente altrettanti palloncini, che le fanno salire o scendere secondo il grado di pressione.

310. *Dell'endosmosi.* I fenomeni di endosmosi scoverti dal sig. Dutrochet meritano tutta quanta di attraere l'attenzione de' fisici e de' fisiologi. Per farne intendere meglio il principio, noi descriveremo prima di tutto l'istrumento, col quale si possono render sensibili, e che il sig. Dutrochet *endosmometro* chiama.

L'*endosmometro* si compone di un tubo *a* (*fig. 23*), di un serbatoio aperto *b* e di un tramezzo *cd*. Il tubo è di vetro, e può avere parecchi decimetri di lunghezza,

ed alcuni millimetri di diametro interno; il serbatoio può avere diverse forme ed esser di vetro o metallico; nel primo caso vien saldato al tubo, ovvero questo vi si adatta come un turacciolo smerigliato nel collo di una boccetta; nel secondo caso possono insieme suggellarsi con mastice conveniente; il tramezzo è formato della sostanza solida ed essenzialmente porosa, della quale si vogliono studiare le proprietà; esso deve chiudere l'apertura del serbatoio esattissimamente, perchè il liquido non possa nè entrare nè uscire che *attraversandolo*.

Ecco ora i fenomeni, che si osservano, quando per esempio il tramezzo è una membrana di vescica fortemente attaccata con lo spago agli orli del serbatoio, e quando evvi dell'*alcool* nell'interno e nell'esterno dell'*acqua*. Essendo l'endosmometro sostenuto verticalmente nell'acqua, senza che il tramezzo tocchi il fondo del vaso, l'equilibrio *meccanico* incontanente si stabilisce tra il liquido interno, il liquido esterno e la tensione del tramezzo. Sia n il livello dell'acqua nel vaso, ed n' il livello dell'alcool nell'istrumento; dopo un quarto d'ora ci sarà un considerevole cambiamento: il livello n' si sarà elevato di molti millimetri, poi continuerà ad innalzarsi; e, se il tubo non ha che 4 in 5 *decimetri* di altezza, si può aspettarsi che dopo un giorno il liquido avrà guadagnato la cima e scorrerà per gli orli. Ecco un fenomeno senza dubbio meravigliosissimo e molto notabile. E non si può attribuirlo nè alla *capillarità ordinaria*, dappoichè la sarebbe a mala pena atta di mantener l'alcool ad alcuni centimetri di sopra all'esterno livello, nè ad una diminuzione nella capacità del serbatoio per la contrazione della vescica, dappoichè havvi per l'opposito un sensibile accrescimento di capacità per lo gonfiamento, che prova. Infine l'acqua è penetrata a traverso della vescica, dappoichè la si trova nell'alcool, ed è trapassata malgrado la pressione, che tendeva di respingerla in senso opposto, e tendeva ancora di deprimere l'alcool per ricondurlo quasi all'esterno livello n. Sicchè dall'*acqua all'alcool* evvi *endosmosi*, per mezzo della membrana della vescica, cioè penetrazione in senso contrario delle *pres-*

sioni idrostatiche. Se l'esperienza facevasi in ordine inverso, mettendo dentro l'acqua e l'alcool al di fuori, ei non si può dubitare affatto, che non si palesasse l'effetto inverso, e che l'interno livello dell'acqua non scendesse al di sotto del livello libero dell'alcool; e gioverebbe verificarlo facendovi alcune cautele, le quali non sono necessarie nell'esperimento diretto. Allora potrebbesi dire che evvi *esosmosi* dall'acqua all'alcool; ma è più semplice di usare un'espressione sola e dire sempre che ci ha *endosmosi*, purchè si abbia sempre la cura d'indicare l'ordine de' liquidi, e di non esprimere soltanto che ci ha endosmosi *tra* due liquidi, ma endosmosi *dall' uno all' altro*. Il sig. Dutrochet ha riconosciuto:

1° Che avvi endosmosi dall'acqua all'acqua gommosa, all'acido acetico, all'acido nitrico, e soprattutto all'acido idroclorico; ma che non ci ha endosmosi da un liquido ad esso stesso, come nemmeno dall'acqua pura all'acqua allungata di acido solforico o reciprocamente;

2° Che diverse membrane vegetali ed animali godono in diversi gradi delle proprietà, di cui la vescica gode; che piastre di terra cotta, di lavagna calcinata, di argilla, e sostanze alluminose generalmente ne godono ancora, come che in debole grado. (Vedete *Ann. di Chim. e di Fisic.*, t. 35 e 37, l'opera del Sig. Dutrochet intitolata: *Dell' Agente immediato del moto vitale*, ecc.)

Le forze capillari tali quali sono state considerate finora sono al certo insufficienti di produrre questi risultamenti, potendo bene le stesse elevare un liquido al di sopra del suo livello, ma non potendo mai farlo uscire dal tubo o dal canale, che lo contiene, per cumularlo e estenderlo su di una gran superficie alquanto più elevata dell'antico livello. Così immergendosi nell'acqua l'estremità inferiore di un tubo di vetro alquanto doppio, avente per esempio un centimetro di lunghezza ed un millimetro di diametro interno, il liquido è ben sollevato sino alla cima, poichè salirebbe fino all'altezza di trenta millimetri; ma quivi giunto si ferma e serba una curvatura, tutta la concavità della quale è al di sotto del piano che termina il tubo.

La stessa impossibilità si manifesta ancora ne' più irregolari canali capillari (*fig. 19*) *m* è uno stoppino di cotone, una striscia di drappo, ovvero un'unione di qualsivogliano filamenti capillari, che mette capo nell' acqua da uno de' suoi estremi *a*; il liquido incontanente lo riempie, e quando s'incurva per abbassar l'altro suo estremo *b al di sotto* del livello *n*, il liquido si vedrà scorrere a goccia a goccia, come in un sifone strettissimo, ma non appena si rileva un pò quest'estremo per rimetterlo al livello *n*, le goccie cessano di formarsi, ed il liquido non può uscire più.

Adunque per ispiegare i fenomeni di endosmosi si vuole aver ricorso ad una forza diversa dall'ordinaria capillarità, o almeno a qualche novella modificazione di tal forza, ed è ciò che ha fatto il Sig. Poisson, fondandosi sopra considerazioni, cui ci duole di non poter quì sviluppare. (Vedete *La novella teorica dell' azione capillare del Sig. Poisson*, pagina 296).

311. *Indicazioni teoriche.* Appartenendo la teorica de' fenomeni capillari essenzialmente all'analisi matematica, noi ci dobbiamo restrignere a render noti i princìpi fisici, su di cui hanno i geometri stabilito i calcoli loro. I quali principi in ultimo risultamento si riducono: 1° ad ammettere in ogni liquido una *forza di coesione* particolare, cioè una forza attraente fra le molecole vicine, e 2° ad ammettere tra i solidi e liquidi una *forza di adesione*, cioè un'altra forza attraente, che opera tra le loro diverse molecole. Ma non potendo queste due spezie di forze attrattive essere contraddistinte, che dalla relativa intensità loro per una distanza medesima, e dalla legge, secondo la quale esse decrescono siccome la distanza aumenta, si concepisce che, in difetto di dati su questo punto, si è costretto di scegliere in una folla di ipotesi probabili egualmente, o almeno egualmente possibili, e che la spiegazione, a cui si giugne, dipende dall' ipotesi adottata. Ed è in tal modo che sonosi vedute comparir da principio le teoriche di Jurin, Clairaut, Segner, ed ultimamente quella del Signor de Laplace e quella del dottore Young. Jurin attribuisce l'elevazione dell' acqua

ne' tubi capillari all' attrazione della parte anulare del tubo, alla quale la cima della colonna è contigua; Segner ed il dottor Young considerano i menischi, che terminano le colonne sollevate o represse, come superficie elastiche agenti in virtù delle tensioni loro; Clairaut senz'entrare in una distinta spiegazione de' fenomeni, s' innalza in qualche modo al di sopra di tutte ipotesi con la fecondità della sua analisi, e mostra questo notevole risultamento, cioè: che se la legge di attrazione della materia del tubo sul fluido sol per la sua intensità differisce dalla legge dell' attrazione del fluido sopra sè stesso, il fluido s' innalzerà al di sopra del livello, per quanto l' intensità della prima di queste attrazioni sopravvanzerà la metà della seconda. Se ne sarà precisamente la metà, sarà agevole assicurarsi che il fluido avrà nel tubo una superficie orizzontale, che non s' innalzerà al di sopra del livello. Essendo le due intensità uguali, la superficie del fluido nel tubo sarà concavo, della forma di una semisfera, e ci sarà elevamento del fluido. Essendo nulla o insensibile l' intensità dell' attrazione del tubo, la superficie del fluido nel tubo sarà convessa, della forma di una semisfera, e ci sarà depressione del fluido. Tra questi due limiti la superficie del fluido sarà quella di un segmento sferico, e sarà concava o convessa, secondochè l' intensità dell' attrazione della materia del tubo sul fluido sarà maggiore o minore della metà di quella dell' attrazione del fluido sopra sè stesso.

Il Sig. de Laplace ammette che le forze attraenti, le quali producono i fenomeni capillari, decrescono con tale rapidità, che a sensibili distanze sono nulle; e quando un liquido s' innalza in un tubo, ei suppone che uno strato infinitamente esile di questo liquido attacchisi di presente alle pareti del tubo, e formi un tubo interno, il quale opera solo in virtù della sua attrazione per sollevar la colonna e mantenerla ad una determinata altezza, la qual dipende dalla coerenza del liquido e dalla sua densità. E solo fondandosi sopra questi principi egli spiega la totalità de' fenomeni capillari (*Meccanica celeste*, supplimento al X° libro). In fine il Sig. Poisson ha introdotto nell'e-

quazioni generali le rapide variazioni d'intensità, che i liquidi soffrono vicino alle loro superficie libere, o vicino alle pareti, che li limitano, e questa importante considerazione gli ha servito a stabilire una novella teorica, la quale trovasi libera dalle obbiezioni, che il dottore Young aveva elevate contro la teorica del Sig. de Laplace.

—•—

CAPITOLO II.

Struttura de' Corpi.

312. La struttura de' corpi può essere studiata sotto due aspetti:

1° Considerando solo le loro forme esterne per dedurne alcune leggi generiche sulla formazione loro, o piuttosto sui diversi modi, secondo i quali il lor volume ha dovuto prendere degli accrescimenti successivi e regolari sempre; 2° osservando le proprietà fisiche sovente diversissime, che una sotanza medesima ci presenta per dedurne alcuni dati sull'interna disposizione delle sue molecole.

Lo studio delle forme regolari e svariate, che i minerali acquistano, da sè solo costituisce una scienza importante, che si chiama *cristallografia*; ma siccome ci si renderebbe impossibile il dare, senza allontonarci dal nostro piano, le prime nozioni di questa scienza, così manderemo il lettore al Trattato di Haüy, a quello più recente e più compiuto del Sig. Beudant ed alle belle memorie pubblicate dal Sig. Mitscherlich sopra questo subietto negli *Annali di Chimica*, dall'anno 1824 in poi.

Adunque noi ci restrigneremo ad esaminare le proprietà fisiche de' corpi e le indicazioni, che possono darci sulla disposizione molecolare; nè ci ha sopra questo punto veruna teorica, o per meglio dire verun fatto compiutamente spiegato; sicchè noi saremo costretti di presentare una semplice numerazione de' fenomeni, sforzandoci di ravvicinare quelli, che sembrano dipendere dalle cagioni medesime.

313. Generalmente i fluidi o nello stato gassoso, o nello stato liquido, in tutte le loro parti ci offrono una mobilità tanto grande, che sembra escludere qualsiasi idea di una determinata disposizione. Per esempio in una mas-

sa di acqua solo una picciolissima forza è mestieri, perchè la molecola, che sta nel centro, si rimova e vada alla superficie, o perchè al contrario una molecola superficiale si affondi o solchi tutta la massa seguendo un cammino più o men tortuoso. Un lieve moto, un mutamento quasi insensibile di temperatura sono cagioni sempre bastanti a produrre questi rimovimenti ed a capovolgere tutte le posizioni relative delle molecole. Il qual fenomeno, che noi possiamo osservare in picciolo in vasi trasparenti, dove polveri visibili vanno a galla, è un fenomeno universale, che si ripete più in grande in tutte le masse fluide, che la natura ci offre. Così nel lago più in apparenza tranquillo sonovi tante cagioni incessantemente mutabili, le quali urtano le molecole liquide, ch'ei si può bene assicurare che le sono ad ogni istante rimosse; del pari nell'atmosfera, durante la calma più assoluta, si può bene esser certo che le molecole non hanno requie; e se la massa aerea pare immobile nella sua totalità, la non è punto meno agitata di mille modi in tutte le parti sue. E questa perpetua circolazione de' fluidi sembra indicare una perfetta omogeneità di struttura; intanto per l'ignoranza, in che siamo sopra gli ultimi elementi della materia, niente non possiamo affermare dello stato di aggregamento delle molecole medesime: per esempio è possibile che una molecola di acqua, la quale è sì mobile rispetto alle molecole, che la circondano, sia un composto di molte molecole elementari, unite insieme da forze permanenti, e tenute in distanza in posizioni perfettamente costanti; dappoichè la stabilità nella struttura delle molecole secondarie non impedirebbe la loro mobilità relativa. Ma per non farsi un' idea falsa dello stato di aggregazione de' liquidi e de' gas, non si deve ammettere implicitamente, nè che sono composti di molecole semplici o isolate, che rotolano o sdrucciolano l'una sull'altra con la massima facilità, nè che sono composti di molecole secondarie, o di atomi più o meno numerosi, raggranellati in un modo costante, e moventisi tutti di un pezzo, senza che siavi cambiamento nelle rispettive posizioni dei loro elementi; non essendovi fiuora nella scienza niun dato certo per togliere le nostre incertezze sopra tal punto.

I corpi solidi offrono più campo alle nostre osservazioni, potendo la maggior parte prendere origine, formarsi ed accrescersi sotto gli occhi nostri, e poichè generalmente hanno proprietà, le quali sono in relazione con l'intima loro struttura. E queste sono le proprietà, che noi studieremo, distinguendo quelle, che possono essere impresse ai corpi posteriormente alla formazione loro, e quelle, ch'essenzialmente dipendono dall'origine loro, cioè dalle circostanze, in cui hanno acquistato la loro solidità.

314. *Dei cangiamenti di struttura, che possono acquistare i corpi solidi senza perdere la loro solidità.*

Cangiamento di forma de' cristalli. Il Sig. Mitscherlich studiando le proprietà ottiche della calce solfata ha riconosciuto che sulle lamine cristallizzate di siffatta sostanza l'interna struttura cangia con la temperatura senza che si possa scorgere esternamente veruna sensibile modificazione, nè sopra i lati, nè sopra le facce lisciate di queste lamine. Dopo altre sostanze cristallizzate hannogli presentato lo stesso fenomeno.

Il solfato di nickel in cristalli prismatici essendo stato esposto di està alla luce del sole in un vaso chiuso, le particelle hanno cangiato posizione nella massa solida, senza che lo stato fluido abbia avuto luogo; e quando a capo di alcuni giorni sonosi rotti i cristalli, la cui forma esterna non era punto cangiata, sonosi trovati composti di ottaedri a basi quadrate, offerenti qualche volta un volume di alcune linee (*Ann. di Chim. t.* 37, pag. 205).

Il seleniato di zinco a forma prismatica esposto al sole sopra un foglio di carta in pochi istanti si trasforma pure in cristalli ottaedri a base quadrata.

I cristalli di solfato di magnesia e di solfato di zinco, gradatamente riscaldati nell'alcool fino al punto di bollimento di questo liquido a poco a poco perdono la lor trasparenza, e rompendoli si trovano composti di un gran numero di altri picciolissimi cristalli, i quali per la forma sono totalmente diversi da quelli, che si erano adoperati.

Questi fatti notabili e ben comprovati da un diligente osservatore mostrano con grand' evidenza, che anche

ne'corpi solidi le molecole costituenti non hanno posizioni relative immutabili, ma che possono ancora mutare sito, disporsi e passare di mano in mano per stati di aggregazione interamente diversi.

Della tempera e del ricuocere. — La disposizione delle molecole non sempre si mostra con faccette cristalline, per esempio nelle proprietà, che procedono dalla tempera, per tagliate che siano, è impossibile quasi di discernere le diverse strutture, che in un corpo medesimo corrispondono ai diversi gradi di tempera; ma siccome niente non si vede in esso capace di variare, eccetto la disposizione delle sue molecole, si è bene indotto a conchiudere che quivi è la cagione, la quale gli fornisce le qualità tanto notevoli e tanto diverse, che noi osserviamo, e delle quali ci sforziamo di acquistare un'idea.

Pochissimi corpi vi sono, i quali siano atti di ricever la tempera: l'acciaro è in tal novero, o che siasi ottenuto *naturalmente* o per *cementazione*, o per *fusione*. A temperare l'acciaio basta portarlo ad una temperatura alta e raffreddarlo improvvisamente. I diversi gradi di tempera dipendono e dalla elevazione della temperatura, e dalla celerità del raffreddamento.

Cominciando dal *rosso-bianco* il raffreddamento improvviso del mercurio nel piombo o in qualche acido dà *la più dura tempera*, il raffreddamento nell'acqua ne dà una men dura, ed il raffreddamento ne' corpi grassi, come l'olio o il sego, dà tempere meno dure ancora.

Cominciando dal *rosso-rosa*, dal *rosso-vivo*, dal *rosso-ciriega*, o dal *rosso-bruno* hannosi tempere sempre decrescenti; cioè meno dure sempre, e di tanto meno di quanto è meno attivo il corpo che raffredda; così per ciascuna di siffatte temperature l'olio sembra dare una tempera meno dura dell'acqua, e l'acqua meno del mercurio.

L'acciaro, il quale ha ricevuto la tempera più forte, è più fragile del vetro: spessissimo accade che i coni, i quali servono a battere le monete e le medaglie, si rompono naturalmente senza ricevere urti nè pressioni, anche in luoghi dove la temperatura poco varia.

Gli strumenti, che deggiono avere una tempera durissima, generalmente non la deggiono avere che in una picciola parte del loro volume; così bisogna guardarsi bene dal temperarli per intero: per esempio i bulini non sono temperati che in una picciola parte della lunghezza loro, e solo così essi possono esser durissimi nella punta, e non di meno solidissimi e molto resistenti nel loro totale.

I fabbri, che lavorano l'acciaio, sanno dare ad ogni strumento quel grado di tempera, che gli conviene secondo l'uso al quale è destinato; ma si comprende che sarebbe non poco difficile cogliere con precisione un tal punto, se non si avesse altro per guida, che la gradazione del rosso, al quale si deve spingere l'acciaio nel mercurio o nell'acqua per fargli prendere tutte le qualità, che gli si vogliono dare, così è rarissimo che questo metodo si segua. Un altro mezzo si ha di variar la tempera con certezza, e per così dire a piacere: questo è il *ricuocere*, ed è fondato sulla proprietà, che l'acciaio temperato duro possiede, di a poco a poco distemperarsi secondo il grado di calore, al quale si espone. Adunque si comincia dal dare una tempera troppo dura, e gradatamente la si riduce. La sola difficoltà è di avere una serie di caratteri, dai quali si possa discernere i diversi gradi di calore, onde si passa. Ora questi caratteri si offrono da sè medesimi nell'acciaio: quando è stato temperato, e che poi per ricuocerlo si espone sopra carboni accesi, o soltanto sopra polvere di carbone, la sua superficie acquista colori distintissimi, i quali mutano colla temperatura. Essi sono i seguenti: giallo paglino, rosso porpora, azzurro violetto, azzurro, azzurro chiaro color di acqua. E sembra che cominciando da una tempera dura bisogna, per aver quella dei temperini e dei rasoi, fermar il ricuocere al giallo paglino, fermarlo al purpureo per avere quella de' coltelli e delle forbici, all'azzurro per quella delle molle di oriuolo, e solo alla temperatura del rosso nascente per avere quella delle molle di carrozza. Ed è ben raro che pezzi di acciaio molto diritti non si sfigurino per la tempera, e spesso il ricuocere, che deggiono provare, non è grande abbastanza, perchè si possa raddirizzarla col martello; gli è quanto per cagion

di esempio accade agli aghi magnetici, poichè giova di non ricuocerli sino all'azzurro. In tal caso i pezzi si riscaldano in un tubo o in una fodera di ferro, perchè più sicuramente prendano una temperatura uniforme in tutta l'estensione loro, e quindi si lasciano cadere verticalmente nell'acqua, da un'altezza alquanto grande, perchè tutti i punti della superficie siano colti dal freddo quasi nello stesso momento.

Il vetro può essere come l'acciaio temperato, e se è impossibile dargli col ricuocere la flessibilità e l'elasticità delle molle, almeno è possibile di diminuire molto la sua fragilezza. Tutti sanno come son fatte le *lagrime batave*, e come le se riducano in polvere, appena se ne rompe la punta. Dappoichè esse si formano versando del vetro fuso nell'acqua fredda, e dappoichè crepano in mille pezzi, quando si rompe in alcuni punti la loro continuità, si vede bene che sono totalmente consimili all'acciaio fortemente temperato; così quando si fà ricuocere una lagrima batava sino alla temperatura prossima al rosso, essa diventa come vetro ordinario, nè altrove si rompe, fuorchè nei punti, che ricevono l'urto. Ed è però che nelle vetriere si ha cura grandissima di ricuocere i pezzi, i quali durante la fabbricazione loro sono sottoposti ad un raffreddamento alquanto rapido.

Nella polarizzazione della luce noi vedremo un processo notabile per osservare la disposizione molecolare dei corpi diafani, e noi per cagion d'esempio riconosceremo che il vetro è quasi sempre temperato in parecchi punti della sua massa, menochè non sia stato raffreddato con molte cautele.

Evvi una sostanza, la qual presenta fenomeni di tempera tanto più notevoli, che sono precisamente opposti a quelli che l'acciaio presenta, e questa sostanza è la legatia degli strumenti chinesi a noi conosciuti sotto il nome di *tam-tam*; essa è composta di quattro parti di rame per una parte di stagno. Allorchè la legatia de' tamtam è raffreddata con lentezza, è fragile come il vetro; quando al contrario è rapidamente raffreddata diventa malleabile, e può essere lavorata col martello, modifi-

cata a stromenti, ed eseguire in forza della sua elasticità quelle moltiplici vibrazioni, che producono suoni tanto gravi e tanto pieni. Ed è ancora dietro questa notabile osservazione che noi ora possiamo costruire in Francia dei tam-tam, forse meno buoni di quelli de' Chinesi, ma tuttavia sonori abastanza per far parte delle nostre orchestre.

Si usa spiegare i fenomeni della tempera del vetro e dell'acciaio, dicendo che le molecole superficiali colpite dal freddo si consolidano improvvisamente formando una specie di volta, che inviluppa da tutte parti l' interno nodo, mentr' è ancora dilatato dal calore: se questo nodo liberamente si raffreddasse, scemerebbe di volume; ma costretto, come lo è, di occupare raffreddandosi lo stesso spazio, il quale essendo caldissimo occupava, le sue molecole provano una gran tensione, e fanno un continuo sforzo per rompere la volta da fuori in dentro, e la rompono di fatti con esplosione, quando una causa esterna favorisce la loro azione. Con questa specie di paragone altro tutto al più non si spiega, che la facilità, onde il vetro temperato si rompe o si riduce in polvere, ma non si spiega nè la durezza, che acquista l'acciaio, nè l'elasticità, nè le altre proprietà notevoli, che corrispondono ai diversi gradi di tempera, nè con più forte ragione si spiega quello, che accade alla legatia de' tam-tam. Parimente suol dirsi che gli altri corpi non godono la proprietà di temperarsi, ma ciò significa solo ch' essi non hanno la proprietà di diventare fragili per raffreddamento, essendo probabilissimo che tutt' i corpi raffreddati improvvisamente differiscono dai corpi ricotti in alcune fisiche proprietà, siccome ne differiscono per la densità loro, o pel progresso del loro dilatamento.

Del battere a freddo. Quando un corpo metallico può essere martellato a freddo senza rompersi nè fendersi, ordinariamente diventa più forte, più elastico, più sonoro, ed allora si dice che esso *è battuto a freddo*. L' ottone, l'argento, il rame, lo stagno ed il piombo ancora presentano differenze grandi nelle loro proprietà, quando sono stati semplicemente fusi e raffreddati, o quando hanno ricevuto un convenevole martellare a freddo. Ciò

che si produce dal martello, si produce eziandio in un grado più o meno distinto dall'azione della lima, da quella del bulino e dalle pressioni, che si esercitano nè fori delle trafile o tra i cilindri de' laminatoi. Quando un metallo è stato fortissimamente battuto a freddo o dall'una o dall'altra di queste azioni meccaniche, diventa fragile in modo, ch'è impossibile di curvarlo o anche di continuare su di esso lo stesso lavoro senza vederlo rompersi o fendersi. Allora si fa ricuocere come l'acciaio, che ha ricevuto una tempera troppo dura, e dopo si può riportarlo senza rischio sotto il martello, ovvero dargli altre passate per trafila. Tutte queste proprietà meritano alcuna attenzione da' fisici, potendo esse avere influenza sopra molti fenomeni, come l'elasticità, il dilatamento, la conduttibilità pel calore o per l'elettricità, e spezialmente sulle irregolarità, che alcune volte presentano gli strumenti di precisione; essendo per cagion d'esempio bastante che un cerchio sia disugualmente battuto a freddo nei diversi punti del suo contorno o della sua doppiezza, perchè si torca e si pieghi col tempo.

315. ***Delle proprietà, che i corpi acquistano, consolidandosi dopo una fusione compiuta o non compiuta.***

Cristallizzazione dell'acqua. Pochi osservatori ci sono i quali non abbiano avuto la curiosità di esaminare il congelamento dell'acqua, e di tener dietro all'accrescimento de' fini aghi di ghiaccio che si formano primamente nella sua superficie, o sopra i solidi, che tocca. Dall'uno all'altro momento questi aghi si sviluppano e si diramano in mille guise per il progresso del consolidamento. Ed in verità è cosa rara che acquistino forme cristalline regolari, siccome quelle che si osservano nella brina o nella neve, (vedi *la meteorologia*); ma intanto l'aspetto loro basta a mostrare in che modo si costituiscono i corpi solidi, e come possono in un dato volume di ghiaccio concepirsi un infinità di superficie curve, che separano ciò che è stato solido poco fa da ciò, ch'è stato solido nell'istante appresso. Del rimanente ciò è quanto meglio ancora vedremo con altri esempi.

Cristallizzazione del zolfo. Un cilindro di zolfo ester-

namente sembra quasi omogeneo, ma quando si rompe, intorno al suo asse vedesi un' infinità di piccioli aghi trasparenti, che s'incrociano sotto ogni angolo. Questa regolare cristallizzazione si è internamente operata, dappoichè il raffreddamento quivi è stato più lento, che non fuori. Di fatto la grandezza de' cristalli dipende dalla massa, la quale era in fusione, e dalla rapidità del suo raffreddamento. Facendo insieme liquefare 50 libbre di zolfo, il Signor Mitscherlich ha ottenuti cristalli mezzo pollice doppii i quali avevano una regolarità grande. Il bagno era lentamente raffreddato durante quattro o cinque ore, e si perforava la crosta spessa, ch'erasi formata al di sopra per *decantare* il liquido interno. Formati questi cristalli una volta, senza dubbio non si sarebbero decomposti durante la consolidazione del liquido rimanente, solo si sarebbero inviluppati di novelli strati solidi più o meno regolari, e quando sarebbesi dopo un compiuto consolidamento rotta la massa, *senza decantazione*, la rottura, come che presentasse alcune faccette cristalline, non avrebbe potuto dare un'immagine adeguata dello stato di assembramento delle molecole.

Cristallizzazione del bismuto. Fra tutt' i metalli il bismuto purissimo è quello che cristallizza con la massima facilità; si fà liquefare in un crogiuolo, poi si versa in un vaso poco precedentemente scaldato, e quindi si aspetta che la crosta superficiale abbia acquistata una conveniente solidità; allora si *decanta*, cioè si prende il vaso come per versare ciò che contiene; il liquido interno scorre dopo avere col suo peso perforata la crosta, e la calotta solida, che rimane attaccata al vaso presenta cristalli iridati di molte linee di superficie, che con la lor disposizione formano mille riflessi, e mille notabili varietà.

Questa graziosa esperienza e la precedente sono attissime di farci concepire l'interna struttura de' corpi; chè solo sospendendo in tal modo la loro formazione, e in un dato punto separando ciò, che già è solido da ciò, che rimane liquido tuttavia, uom può farsi un'immagine degli aggruppamenti molecolari, che costituiscono le masse. E siccome i cristalli, che con questo processo si ottengono,

dipendono per la loro grandezza, e per la disposizione loro dalla velocità, onde si raffredda la massa, non può recarsi in dubbio che tutta quanta la tessitura di un qualsiasi corpo solido non dipende dalle circostanze, sotto le quali si è consolidato.

Consolidazioni sotto diverse pressioni. La pressione, sotto la quale il liquido si trova nel punto che si consolida, esercita ancora ordinariamente una distinta influenza sullo stato di aggregamento, che ne risulta. Sicchè gettandosi nella forma una campana di grandi dimensioni, gli strati inferiori non acquistano esattamente la tessitura medesima de'superiori; e lo stesso è de'cannoni, nè s'ignora che non è indifferente di gettarli in una forma orizzontale o verticale, o di forarli situando l' anima nella parte superiore o inferiore del cilindro di scolo.

Della ghisa e dell acciaio fuso. Sonovi de'corpi, i quali sembrano mutare indole in virtù di replicate fusioni, siccome l'ottone, la ghisa e l'acciaio; ma generalmente si può osservare che queste modificazioni si mostrano solo ne' corpi composti, i quali possono soffrire alcuno alteramento nelle proporzioni de' loro principi costituenti, o per l'alta temperatura, alla quale sono sommessi, o per l'azione de' corpi stranieri, onde sono a contatto. Sicchè, quando la ghisa dolce diventa agre in virtù di una seconda o di una terza fusione; probabil cosa è che questo notabile effetto non dipenda solo da' diversi stati di aggregamento, ma eziandio dalle variabili proporzioni di carbone, che l' analisi chimica non può assegnare. Ed è senza dubbio lo stesso per l' acciaio fuso, conciossiacchè picciolissime differenze nelle proporzioni del carbone potrebbero offrire all'occhio strati cristallini moltissimo differenti.

Del ferro— Sembra che il ferro in commercio meglio purificato contiene tuttavia tracce di carbone, e siccome in tale stato già si provano grandi difficoltà a metterlo in fusione, ci si può conchiudere che il ferro assolutamente puro sia difficilissimo a fondersi, sopra tutto per cagione della necessità, nella quale si sarebbe, di cansare il contatto di tutte le materie carbonose. Adunque non è in virtù di una compiuta fusione, che si ottiene il ferro

nelle arti, ma solo in virtù di una fusione pastosa, la quale dà alle molecole libertà sufficiente, perchè possano disporsi ed anche formare diversi sistemi cristallini nella rottura visibilissimi. Adunque questo metallo ci fornisce ancora un'altra prova che, anche nello stato solido e senza liquefazione, le molecole possano rimuoversi di sito e per la loro scambievole affinità aggregarsi in modo da produrre cristalli più o meno voluminosi. Imperocchè i martelli, che puliscono il ferro, ed i cilindri che lo comprimono per toglierne via le scorie liquide, bene gli possono dare tenacità, ma sicuramente queste forze meccaniche sono pochissimo atte a determinar le cristallizzazioni regolari, che spesso vi si osservano.

Del platino. Il platino in picciole masse può bene esser fuso dall'azione della pila o da quella di una lampada a gas ossigeno, ma esso è refrattario in modo, che i nostri più efficaci mezzi meccanici non possono sciogliere altro che particelle. Intanto ora si sa in grande massa ottenerlo, si passa per trafila, si riduce a lamine, si lavora col martello per farne de' fili, de' tubi, de' crogiuoli, delle storte, de' sifoni, delle caldaia e parecchi altri strumenti, i quali sono di un' utilità grande alla chimica ed alle arti. Ora tutte queste forme, che può acquistare, suppongono fra le sue molecole una potente affinità, ed una mobilità grande abbastanza perchè si possano disporre, senza che la massa sia liquefatta. Per meglio fare intendere questa verità basta richiamare in poche parole la serie delle manipulazioni, che il platino soffre per essere tirato dalla miniera ed in una massa solida trasformato.

Primamente si fa passare per una serie di dissoluzioni, il minerale, il cui scopo è di separare il platino dai numerosi metalli, co' quali è in lega, e finalmente si giugne ad una dissoluzione, la quale altro più non contiene, che idroclorato di platino e di ammoniaca.

Questo doppio sale si precipita per l' evaporazioni in una polvere, il cui colore è un giallo arancio molto risplendente.

Si espone ad un'alta temperatura e si vaporizza tutto, eccetto il platino, che rimane in massa spugnosa, più

fragile della cenere raccolta dal fuoco; ed è con questa insolubile polvere, che si perviene a fare una massa solida ed omogenea.

Non fa senza dubbio mestieri di entrare in particolari più lunghi sui vari modi di aggregamento, pe' quali possono passare i corpi solidi sottoposti all'azione del fuoco; l'arte di vetraio, la fabbrica delle porcellane e dei vasellami ce ne porgerebbero ancora un numero grande di esempi.

316. *Delle proprietà, che i corpi acquistano precipitandosi dalle dissoluzioni, che li contengono* — Se vi sono, come poco fa vedemmo, un gran numero di corpi solidi, che si possono ottenere per via secca, o per azione del fuoco, molti altri ce ne ha, che si possono soltanto per *la via umida* ottenere, cioè per mezzo di liquidi, che li prendono in dissoluzione, e li fanno deporre per evaporazione. Per esempio in questo modo il sale ordinario si produce nelle saline mercè l'evaporazione dell'acqua del mare, ed il zucchero solido si trae dal succo delle canne delle barbabietole convenevolmente vaporizzato. I corpi, che con questa via si ottengono, possono anche acquistare delle strutture più distinte e più svariate nelle apparenze loro di quelli, che si hanno col fuoco. Quando l'evaporazione si compie lentamente in un sito tranquillo, senza notevoli variazioni di temperatura, il corpo solido, che si deposita, si dispone in be' cristalli perfettamente regolari, trasparenti come ordinariamente, e terminati in larghe facce piane e lisciate; ma quando l'evaporazione è molto rapida, il corpo solido si precipita in polvere opaca, la quale non offre veruna traccia di regolarità o di aggregazione. Fra questi due estremi generalmente può dirsi con verità che il corpo solido precipitandosi acquista tutte le immaginabili gradazioni di struttura, dallo stato polveroso più informe sino al più perfetto stato cristallino. Così l'ordinaria pietra per fabbrica (*carbonato di calce*) ed il bel marmo bianco di Carrara o di Paro non sono altro, che una sostanza sola, la quale nella sua origine ha preso diversi stati di aggregamento; ancora il marmo stesso non è che una *cristallizzazione confusa*, conciossiachè è

senza trasparenza, e sonovi parecchi gradi intermedii fra la sua struttura e quella de'cristalli limpidi dello *spato d' Islanda*. Del pari il carbone, il carbone di terra, il lignite, l'antracite, ed il diamante non sono, che una sola e medesima sostanza diversamente aggregata. Pur tuttavia noi possiam artifizialmente produrre de' cristalli di calce carbonata, mentre finora infelici tentativi si sono fatti per produrre il diamante. (1)

Le sostanze, che cristallizzando si depongono nelle dissoluzioni acquose, ordinariamente si combinano con una certa quantità di acqua, ch' esse conservano nello stato secco e che chiamasi *l'acqua di cristallizzazione*.

Il sig. Haidinger aveva osservato, ed il sig. Mitscherlich con un gran numero di fatti confermato questa importante verità, che una sostanza medesima, cristallizzandosi a temperature diverse, può acquistare proporzioni variabili di acqua di cristallizzazione, e prendere nel tempo stesso forme svariate. Così il solfato di soda, il quale, come si sa, è più solubile a 33°, che ad ogn' altro grado di calore minore o più elevato, cristallizza in questa temperatura senza acqua di cristallizzazione, mentre alla temperatura ordinaria prende acqua e tutt'altra forma.

Il seleniato di zinco può acquistare tre proporzioni acquee e tre forme distinte, secondo si fa cristallizzare in una dissoluzione calda in una dissoluzione temperata, o in una dissoluzione raffreddata convenientemente.

Siccome ogni forma primitiva può dar nascimento a numerevoli varietà di forme secondarie, tutte si concepiscono le differenze caratteristiche, che una sostanza medesima può offrire nella sua struttura, quando si è ottenuta in tal modo per la via umida, e tutte le differenze vieppiù ancora distinte, che offrirebbe, se si tenesse ragione delle cristallizzazioni confuse.

CAPITOLO III.

Dell' Elasticità.

317. Tutt' i corpi sono elastici, tutti cioè possono, senza rompersi o disunirsi, provare mercè azioni meccaniche alcuni cangiamenti nella loro struttura, loro forma o volume, e riprendere *esattamente* il pristino loro stato, appena queste potenze meccaniche cessano di operare su di essi. Noi abbiamo già fatto vedere che i volumi dei gas dipendono dalle pressioni, che soffrono, e che a temperature uguali essi riprendono sempre lo stesso *volume* sotto la pressione medesima; la qual proprietà stabilisce una spezie di elasticità, che noi diremo *elasticità di compressione*; ed è la sola, di cui godono i gas, e quasi ancora la sola, che sembrano godere i liquidi. Al pari de' liquidi e de' gas la posseggono i solidi, ma essi possono di vantaggio essere piegati o allungati, e riprendere le dimensioni loro o la lor *forma*, il che stabilisce l' elasticità di *tensione*; da ultimo possono questi corpi essere più o meno contorti senza cessare di far ritorno alla loro disposizione, o piuttosto all' antica loro struttura, il che stabilisce *l' elasticità di torsione*. Noi studieremo di mano in mano queste differenti proprietà.

318. *Della compressibilità de' liquidi e del calore, che ne risulta.* L' apparecchio, per mezzo del quale il Sig. OErsted osserva e misura la compressibilità de' liquidi, è rappresentato nella figura 24; esso è essenzialmente composto d' un serbatoio di compressione di vetro doppio *a*, e di un serbatoio a tubo capillare *b*, che chiamasi un *piezometro*, il quale è rappresentato più in grande nella figura 25, si vede che il tubo termina in un piccolo imbuto. Un punto importante per l' esattezza dell' istrumento è di graduare in eguali parti esso tubo, le quali siano una frazione nota dell' intera capacità del serbatoio piezometrico;

per il che si determina il peso del mercurio nel piezometro contenuto, il quale sarà per esempio 1000 grammi, ed il peso del mercurio contenuto in una lunghezza data del tubo, che sarà per esempio 2 decigrammi per una lunghezza di 100 millimetri. Allora è manifesto che la capacità corrispondente ad 1 millimetro del tubo (supposto ben calibrato) sarà 0,000002 della capacità del cilindro, e siccome possono leggersi facilmente i semi-millimetri, o sul tubo stesso suddiviso col diamante, o su di una scala, che gli è adattata, ei si potranno osservare i milionesimi del primo volume.

Ora supponiamo che voglia adoperarsi questo piezometro per determinare la compressibilità dell'acqua: riempiasi di questo liquido bene purgato di aria, e con leggere variazioni di calore facciasi penetrare nel tubo una picciola colonna di aria, di mercurio o di carburo di zolfo, che separi e limiti il volume di acqua, sul quale si vuole operare. Così aggiustato il piezometro adattisi alla sua scala un picciolo manometro ad aria *c*, cioè un tubo cilindrico del diametro di 10 in 15 millimetri, 15 in 20 centimetri lungo, al di sopra chiuso ed aperto in giù; portisi nel serbatoio di compressione precedentemente riempiuto di acqua prendendo tutte le necessarie cautele perchè non provi alcun sensibile cangiamento di temperatura, dappoichè forse non ci vorrebbe più di un mezzo grado di elevazione per respingere l'indice nell'imbuto, e tutto al più uno o due gradi di abbassamento per farlo cadere nel cilindro. Ora rimane a comprimere la gran massa di acqua del serbatoio, perchè trasmetta la sua pressione al liquido contenuto nel piezometro per mezzo dell'apertura dell'imbuto; per il che si chiude a vite la tromba sulla forte ghiera metallica *e*, la quale termina il serbatoio di vetro, e chiudesi tenacemente con una chiave *f* per interrompere tutte le congiunzioni. In *g* vedesi un tubo, onde si versa acqua fino allo stantuffo *h*, e che dopo si chiude; per tutto questo tempo l'aria esce via per l'apertura laterale *i*, la quale debb'essere a sua volta chiusa dallo stantuffo, appena questo comincia a scendere. Da ultimo, fatto ciò, basta girare la traversa *k* per far scen-

dere nel suo buco la vite l, che spinge innanzi ad essa lo stantuffo, ed allora si osserva contemporaneamente il manometro, per aver la misura della pressione, e l'indice del piezometro per aver la corrispondente diminuzione di volume. Questo risultamento diretto deve non pertanto soggiacere ad una correzione per essere esatto: il Signor Poisson a dimostrato (*Mém. dell'Accad. delle Scien.*, *ed Ann. di Fis. e di Chim. 1827, e 1828*) che la capacità del piezometro decresce durante la compressione, e diventa:

$$c\left(1-\frac{3\delta}{2}\right)$$

sotto la pressione p,

δ essendo la contrazione, che proverebbe nella sua lunghezza un'asta della sostanza medesima del piezometro, e che sopporta ne' suoi due capi *solamente* la medesima pressione p, rapportata all' unità di superficie.

Se in vece di premere quest' asta, si tirasse con lo stesso sforzo nella sua lunghezza, è ammesso che prenderebbe lo stesso allungamento δ; così giusta gli esperimenti de'Sig. Colladon e Sturm, una bacchetta di vetro allungandosi di 11 dieci milionesimi, quando è tirata con uno sforzo uguale ad un'atmosfera, cioè di 1 ch. per centimetro quadrato, ne risulta che, essendo c la capacità di un piezometro di vetro sotto la pressione ordinaria, questa capacità diventa $c\,(1-0,0000165\,n)$, sotto un numero n di atmosfere di più. Adunque adottando l'allungamento del vetro osservato dai Sig. Colladon e Sturm, comechè possa rimanere alcun dubbio sul suo verace valore, e correggendo le osservazioni dirette giusta questo dato, si ottengono i risultamenti contenuti nella tavola seguente:

Tavola della compressibilità de' liquidi.

NOMI delle SOSTANZE.	COMPRESSIBILITÀ PER UN'ATMOSFERA VALUTATA in milionesimi del volume primitivo.	
	COLLADON E STURM.	OERSTED.
Mercurio.	3,38	2,65
Acido solforico . . .	30,35	»
Acido nitrico . . .	30,55	»
Solfuro di carbonio .	»	31,65
Ammoniaca	33,05	»
Acido acetico . . .	40,55	»
Acqua non priva di aria.	47,85	»
Acqua priva di aria .	49,65	46,65
Etere nitrico . . .	69,85	»
Essenza di terebentina.	71,35	»
Etere acetico . . .	77,65	»
Etere idro-clorico . .	84,25 p. la 1.ª atm.	»
Idem	80,60 p. la 9.ª atm.	»
Alcool	94,65 p. la 1.ª atm.	21,65
Id.	91,85 p. la 9.ª atm.	»
Id.	87,35 p. la 24.ª atm.	»
Etere solforico ad 1.°	131,35 p. la 1.ª atm.	61,65
Idem	120,45 p. la 24.ª atm.	»
Idem ad 11°	148,35 p. la 1.ª atm.	»
Idem	139,35 p. la 24.ª atm.	»

Si vede che generalmente i numeri de' Signori Colladon e Sturm sono alquanto più forti di quelli del Sig. OErsted. Debile pel mercurio e per l'acqua è la differenza, ma per l'etere solforico è considerevole, ed anche maggiore per l'alcool. Questi due ultimi liquidi e l'etere idro-clorico ad una importante osservazione dan luogo, ed è che la compressibilità diminuisce, siccome la pressione cresce; finalmente si nota un aumento sensibilissimo nella compressibilità dell'etere solforico dalla temperatura 0° fino a quella di 11°.

Il calore, che si sviluppa durante la compressione de' liquidi è sempre tanto debole, che non si è potuto osservare con certezza,

319. *Dell' elasticità di tensione e della tenacità.* I corpi solidi lavorati in fili, in aste o in sbarre provano diversi fenomeni, quando sono tirati nel senso del loro asse da forze di mano in mano crescenti: 1° la loro lunghezza cresce ed il diametro loro diminuisce; 2° essi tornano esattamente alle pristine loro dimensioni, quando le forze traenti vanno a cessare senz'aver oltrepassati certi limiti; 3° essi al di là di questi limiti restano allungati in un senso e ritirati nell' altro; 4° per forze anche maggiori si rompono ora improvvisamente in tutta la larghezza loro, or lentamente sempre più assottigliandosi.

1° È naturale il supporre che durante la trazione il volume del corpo cresce quasi come durante la compressione diminuisce. Gli è quanto di fatto ha osservato il Sig. Cagniard la Tour stirando un filo di rame in un lungo tubo ripieno di acqua e convenevolmente disposto; ed il Sig. Poisson ha dimostrato che, rappresentandosi generalmente con a l'allungamento, che in virtù della contrazione acquista un cilindro, la cui lunghezza è l'unità, il restrignimento nel senso perpendicolare all'asse sarà soltanto $\frac{a}{4}$. Dimodochè essendo il volume primitivo v, il volume durante la trazione sarà:

$$v\left(1+\frac{a}{2}\right).$$

2° Diversi processi si adoperano per dimostrare che *i fili e le aste hanno una elasticità perfetta fra certi limiti*, e *che acquistano allungamenti proporzionali alle forze di trazione*: quando si tratta di fili flessibilissimi ecco l'apparecchio, di cui può farsi uso: una sbarra di ferro f (*fig. 26*) è disposta orizzontalmente ad una convenevole altezza; verso i suoi estremi ha sostegni verticali forniti di pinzette p e p'; il filo che si vuol sottoporre alla prova è fissato in una delle pinzette e teso orizzontalmente da un peso cognito. Quando esso ha preso la sua tensione, allora si comprime la seconda delle pinzette per avere esattamente la lunghezza sulla quale si opera. Accanto all'apparecchio si dispone il catetometro descritto t. 1, p. 213, e si osserva l'altezza dal mezzo del filo; poi si carica successivamente di diversi pesi per mezzo di un picciolo guscio fornito di un uncinetto. Novellamente si osserva la positura dal mezzo del filo, ed in tal modo si ha esattissimamente l'altezza della freccia $m\,m'$. Allora basta calcolare il triangolo rettangolo $m\,m'\,p$ per dedurne $p\,m' - p\,m$, o la metà dell'allungamento; quanto alla tensione, che il filo prova, la si deduce con le ordinarie regole della meccanica dai pesi, onde si è caricato il guscio.

Al contrario quando trattasi di mostrare queste leggi per aste forti e rigide si vuole adoperare l'apparecchio ch'è rappresentato nella figura 27; allora le aste sono verticali, stabilite nella loro parte superiore, e caricate nella inferiore; si osservano poi col catetometro i prolungamenti. Il Sig. Savart ha fatte su questo subbietto un gran numero di esperimenti, i quali fanno parte del suo bel lavoro sulle vibrazioni longitudinali delle verghe; noi qui riferiremo una delle tavole contenute nella sua memoria.

Sostanze.	DIMENSIONI.		PESI TENDENTI.						
	Lunghezza totale.	Diametro.	0^{ch}	5^{ch}	10^{ch}	15^{ch}	20^{ch}	25^{ch}	30^{ch}
			Lunghezza della parte misurata.						
	m.	mm.	mm.	mm.	mm.	mm.	mm.	mm.	mm.
Rame...	1,3190	2, 77	950, 53	950, 59	950, 65	950, 71	950, 77	950, 84	950, 90
Rame...	1,3190	2, 77	475, 25	475, 28	475, 33	475, 36	475, 38	475, 42	475, 45
Rame...	1,3000	1, 30	950, 59	950, 84	951, 16	951, 45	951, 70	952, 00	952, 27
Ottone...	1,3165	2, 90	950, 82	950, 90	950, 97	951, 04	951, 12	951, 20	951, 27
Acciaio...	1,3184	2, 77	950, 25	950, 29	950, 34	950, 38	950, 41	950, 46	950, 50
Ferro...	1,3150	2, 90	950, 50	950, 54	950, 57	950, 60	950, 62	950, 65	950, 68
Vetro...	0, 976	3, 817	936, 69	936, 76	936, 83	936, 91	936, 96	937, 04	937, 12
Vetro...	0, 939	4, 073	937, 04	937, 12	937, 16	937, 22	937, 27	937, 34	937, 39
Vetro...	0, 980	7, 55	937, 39	937, 40	937, 43	937, 45	937, 46	937, 48	937, 50

In altre esperienze il Sig. Savart aveva notato sulle aste de' punti di ritrovo di decimetro in decimetro, osservando gli allungamenti di ciascuna di queste suddivisioni, egli ha potuto per trazioni inuguali comprovare che parti uguali di un' asta medesima non acquistano allungamenti uguali: il che dimostra che ne' corpi solidi i più omogenei sonovi assembramenti molecolari diversi corrispondenti ad elasticità diverse.

3° Il fili che sono stati *forzati*, che hanno cioè conservata una parte dell' allungamento, che avevano ricevuto dalla trazione, non per questo cessano di essere ela-

stici. E questo novello stato è analogo al primitivo, ed essi vi fanno parimente ritorno fra certi limiti.

4° La tenacità de' corpi è la resistenza, ch' essi oppongono alla rottura, quando sono tirati nel senso della loro lunghezza. Sia s il numero de' millimetri quadrati della sezione perpendicolare all'asse di un filo, di un'asta, o generalmente di un corpo prismatico; k sia il numero de' chilogrammi necessario a produrre la rottura in virtù della trazione. Ammettendo che lo sforzo si divide ugualmente fra tutt' i millimetri quadrati della sezione s, è manifesto che $\frac{k}{s}$ sarà lo sforzo sopportato da 1 millemetro quadrato; ed è generalmente questa l'espressione, che si adopera per la misura della tenacità. In tal modo una sostanza avrà una tenacità doppia di un' altra quando il valore di $\frac{k}{s}$ sarà per la prima doppia di quel ch' era per la seconda.

In generale i seguenti numeri si ammettono, come risultamenti dell' esperienze.

Ferro in filo, circa	60.	chilog. per millim. quadrato
Ferro in sbarre	45.	
Latta di ferro di	36 a 40.	
Acciaro in sbarre di	30 a 40.	
Ghisa	14.	
Ottone in filo di	30 a 60.	
Rame rosso laminato	21.	
Vetro ad asta o a tubo	2,5.	
Piombo	1,35.	

320. *Dell' elasticità di torsione.* La facilità, onde i fili sottili di metallo possono essere torti, e la perfetta regolarità, onde ritornano in sè stessi per riprendere l'antica lor positura, hanno condotto i fisici a molte importante scoverte.

Coulomb è il primo, che ha con l' attenzione, che merita, osservato questa proprietà, ed è anch' egli il primo, il quale ne ha fatto le più felici applicazioni, determinando nella sua bilancia di torsione, le leggi fonda-

mentali de' fluidi elettrici e magnetici. Alcuni anni appresso Cavendish dal canto suo pervenne ad un risultamento anche più straordinario, conciossiacchè determinò la densità della terra, e conseguentemente il suo peso totale per mezzo della torsione di un picciol filo di argento qualche decimetro lungo, e del diametro di alcuni centesimi di millimetri.

Le leggi generali dell' elesticità di torsione possono essere con l'esperienza dimostrate; per il che si fa uso di diversi apparecchi, i quali si fondano sullo stesso principio, ma sono proporzionati alle dimensioni ed alla forza del filo. L'apparecchio della *fig.* 27 conviene ai fili atti di portare 100 a 200 chilogrammi. Allora adattasi alla traversa una forte pinzetta di ferro, che fissa l'estremità superiore del filo, mentre il suo estremo inferiore passa in un anello, la cui cima è ben posta in centro rispetto all'asse del peso di ghisa o di piombo *b*, che ha essenzialmente la forma di un largo cilindro molto omogeneo in tutta la sua massa.

Per mezzo di questo apparecchio si dimostrano le leggi seguenti 1° *caricando un filo di diversi pesi esso generalmente si arresta in posizioni diverse di stabilità*. Alcune volte questa variazione può estendersi fino ad una semi-circonferenza, o anche ad una circonferenza intera. Un' unione di molti fili il fenomeno stesso presenta; così quando per esempio si sospende un ago calamitato ad un fascio di seta piatta, importa trovare precedentemente la posizione di equilibrio di questo filo composto, sospendendovi un peso uguale a quello dell'ago calamitato che deve portare. Un peso più forte o più debole darebbegli una torsione, che potrebbe probabilmente esercitare una sensibile influenza sull' ampiezza delle variazioni diurne.

2° *Le oscillazioni del filo sono isocrone*, cioè si compiono tutte nel tempo stesso, qualunque siasi la loro ampiezza, purchè sempre quest' ampiezza non oltrepassa un certo limite che dipende dalla natura, e dalla lunghezza del filo; ma questo limite sovente va ad una semi-circonferenza, od anche ad una circonferenza intera; in tutto quello, che seguirà, noi non parleremo che delle oscillazioni *picciolissime*, cioè *isocrone*.

Per verificare con l'esperienza questa legge dell'isocronismo, attacchisi il filo alla pinzetta superiore, si carichi di un peso abbastanza forte per *tenderlo* e troppo debole per *stirarlo*, e quando l'equilibrio è bene stabilito girisi il cilindro di 50, di 100 od anche di 180° con la cautela di mantenerlo nel suo asse, ch'è ancora l'asse del filo; di poi si abbandona a sè stesso; le oscillazioni cominciano, le si numerano cominciando da un punto dato per mezzo di un segno o di un indice, ch'è adattato al cilindro, e si misura il tempo con un buono oriuolo a secondi.

Coi principii della meccanica si dimostra che, essendo le oscillazioni isocrone, fa assolutamente mestieri che *la forza di torsione, che le produce, sia proporzionale all'angolo di torsione.*

3° *Le durate delle oscillazioni sono tra loro, come le radici quadrate de' pesi, che tendono i fili.* Non può questa verità esser comprovata con grand'esattezza, se non su' fili, i quali hanno contemporaneamente bastante pieghevolezza per esser tesi da un debolissimo peso, e bastante tenacità per portare un peso considerevole senza essere *stirati*. Dappoichè allora si possono prendere fra questi due limiti de' pesi, che siano fra di loro per cagion di esempio come i numeri 1, 4, 9, 16, 25, e riconoscere con oscillazioni analoghe alle precedenti che le durate delle oscillazioni sono tra loro, come i numeri 1, 2, 3, 4, 5 ecc.

Coi principi di meccanica si dimostra che questa terza legge tanto può sussistere, *per quanto la forza di torsione di un filo rimane esattamente la stessa sotto i diversi pesi che lo tendono.*

4° *Le durate delle oscillazioni son tra loro come le radici quadrate delle lunghezze del filo.* Cioè se si prendono diverse lunghezze di un filo stesso, che siano tra loro come i numeri 1, 4, 9, 16, 25 ecc., e si fanno oscillare dopo averle dello stesso peso caricate, le durate delle oscillazioni saranno tra loro, come i numeri 1, 2, 3, 4, 5 ecc.

Dappoichè la durata delle oscillazioni cresce con la lunghezza del filo, si vede bene che la forza di torsione si diminuisce, e teoricamente si dimostra che la diminui-

sce, siccome la lunghezza del filo cresce, essendo questa ipotesi la sola, che riproduce la precedente legge sperimentale.

Del rimanente ei si può dar ragione di questa verità teoretica, osservando che per un angolo medesimo di torsione lo scostamento delle molecole è veracemente ridotto alla metà, quando la lunghezza del filo è doppia, al terzo, quando essa è tripla, ecc., e che è naturalissimo che allora la forza di torsione sia ridotta alla metà, al terzo ecc., dappoichè ciò prova solo che la è proporzionale allo scostamento delle molecole, come si potrebbe supporlo *a priori*.

5° *Le durate delle oscillazioni sono in ragione inversa de' quadrati de' diametri de' fili*. Cioè prendendosi di mano in mano de' fili della *sostanza medesima* e della *stessa lunghezza*, i cui diametri siano fra di loro come i numeri 1, 2, 3, 4, e facendosi oscillare dopo averli caricati degli *stessi pesi*, le durate delle oscillazioni saranno tra loro in ragione inversa de' numeri 1, 4, 9, 16 ecc.

In virtù della teorica si conchiude che le forze di torsione sono tra loro, come le quarte potenze de' diametri de' fili, essendo le forze di torsione in ragione inversa dei quadrati de' tempi di un'oscillazione.

320. bis. Dopo aver riferito le leggi sperimentali della torsione, ed averle avvicinate alle leggi teoriche, a cui si trovavano necessariamente legate, forse qui non è cosa inutile che si dia la formola generale, la quale tutt'i risultamenti comprende. Eccola:

$$t^2 = \frac{\pi^2 p r^2}{2 g f}$$

π, corrispondenza rapprossimata della circonferenza al diametro, 3,141592.

g, gravità a Parigi, ovvero 9m,8088, prendendo il metro per unità di lunghezza, ed il secondo sessangesimale per unità di tempo.

t, durata di un'oscillazione valutata in secondi.

p, peso cilindrico, che tende il filo.

r, raggio del cilindro, il cui peso è *p*; si dee valutarlo in metri.

f, forza di torsione del filo, cioè lo sforzo, che dovrebbesi esercitare all'estremità di una leva lunga un metro per mantenerlo torto di un arco, il cui valore rettilineo sarebbe altresì un metro, calcolandolo su di una circonferenza di un metro di raggio. In tal modo la forza di torsione è espressa con un peso, ed è valutata in grammi o in chilogrammi, secondo che il peso *p* si è valutato per mezzo dell'una o dell'altra di queste unità.

Tal formola può servire a calcolare il valore assoluto della forza di torsione, ed a rendere manifeste le diverse corrispondenze, ch'esistono tra questa forza e la durata delle oscillazioni, la loro ampiezza, il peso cilindrico che torce il filo ed il suo raggio; e facil cosa è di farne applicazioni.

LIBRO QUINTO

ACUSTICA.

321. Lo scopo dell' acustica è di stabilire le leggi, giusta le quali il suono si produce ne'corpi, e poi fino ai nostri organi si trasmette. Questa scienza appartiene alla fisica, dappoichè i corpi, mentre rimbombano e producono rumore o suono, provano nella massa loro notevoli modificazioni, del tutto dipendenti dalle forze fisiche, che li costituiscono. E noi vedremo ch'essi allora sono smossi in tutte le loro parti, e che le molecole, che li compongono, eseguono delle oscillazioni o de' movimenti di vibrazione cotanto rapidi, che impossibil fia calcolarne il numero con osservazioni dirette. L'estensione e la durata di tai movimenti, la direzione secondo la quale si propagano, e l'armonia che vi debb' essere fra di loro, perchè si sostengano e si perpetuino senza distruggersi, sono i più evidenti fenomeni, che si presentino ai fisici per istudiare la disposizione molecolare de'corpi, l'elasticità loro e tutte le circostanze della loro interna struttura.

Per acquistare una prima immagine del numero e della varietà de'fenomeni, che l'acustica abbraccia, ci basta osservare che tutt'i suoni, che noi possiamo ascoltare, che tutte le gradazioni, che l'organo nostro può scorgere fra di essi, indubitatamente corrispondono a modificazioni fisiche diverse nell'aria, che queste impressioni ci apporta, e nel corpo sonoro più o meno lontano, da cui l'aria le ha ricevuto. Ed è la serie di questi movimenti diversi comunicati di mano in mano dal corpo sonoro insino a noi, che trattasi di sviluppare. Così l'acustica prende il suono nella sua origine; comprova per così dire il movimento di tutte le molecole del corpo, che lo produce, mostra come si co-

munica all'aria, come ne attraversa la massa e come finalmente vada a scuotere le membrane esterne dell' organo nostro; quivi è il termine della scienza; non appena il nervo acustico è tocco, non esistono più tracce visibili delle modificazioni materiali, e per conseguenza non più fenomeni fisici.

Queste nozioni generiche fanno scorgere abbastanza in che l'acustica differisce dalla musica: la prima di queste scienze considera il suono fuori di noi e delle sensazioni, che può produrre; la seconda lo considera in noi, nelle commozioni che può far nascere, ne'sentimenti o nelle passioni, che può eccitare o modificare.

CAPITOLO PRIMO.

Della produzione del suono e della sua trasmissione nell' aria atmosferica.

322. *Il suono è un particolare movimento eccitato nella materia ponderabile.* Se udendosi un suono si osserva contemporaneamente la cagione, che lo produce, si scorge che la cagione ha cessato di operare, prima che il suono sia giunto fino all'organo nostro: così nell' esplosione di un'arma da fuoco vedesi lo splendore da lungi prima di sentire il colpo : alla distanza di dieci o dodici metri sembra che la luce e lo scoppio tocchino ad un tempo l'occhio e l'orecchio, ma, siccome la distanza cresce, il tempo, che scorre tra l'apparir della luce e la percezione del rumore, sempreppiù diventa sensibile. Lo stesso dell'esplosione del fulmine accade: il lampo risplende prima che lo scoppio del tuono si faccia udire, ed il tempo che tra questi due fenomeni scorre, può dare una misura dell'altezza, o piuttosto della distanza, alla quale il fulmine scoppia. Dietro di che si può giudicare che parecchi ossérvatori posti su di una linea medesima lontani cento passi gli uni dagli altri, non udirebbero nello stesso momento il romore eccitato ad una delle estremità di siffatta linea ai piedi del primo osservatore : questi ascolterebbe il suono prima di tutti gli altri, il 2° prima del 3°, il 3° prima del 4°, ecc.; e ciò che anche importa notare si è che nel momento, in cui il 3° osservatore per esempio sentirebbe il suono, il 1° ed il 2° non l'udirebbero *più*, mentre *nemmeno* lo sentirebbero il 4° e i seguenti, dalla quale esperienza si può conchiudere che un suono improvviso e istantaneo come quello, che risulta da un urto o da un' esplosione, *passa* di mano in mano da un luogo all'altro, e quindi esso è un movimento particolare, dal quale il nostro organo è affetto.

Ma in quale sostanza può propagarsi questo movimento con tanta celerità? Nell'aria stessa, ovvero in al-

cun altro fluido? Tal quistione difficilissima in apparenza può essere decisivamente risoluta dalla seguente esperienza:

Nel mezzo del piatto della macchina pneumatica si dispone un piccolo cuscinetto di lana o di cotone, sul quale si colloca un moto di oriuolo a scappamento, munito di un campanello; questo apparecchio essendo coperto da una campana con asta e con una scatola di cuoio, si fa il voto, poi girasi l'asta per premere il grilletto e rilasciare la molla. Incontanente l'orologio cammina, il martello batte il campanello ad intervalli, e niun romore non si fa udire al di fuori. Ma se si restituisce un pò di aria un picciol romore s'incomincia a discernere corrispondente ad ogni colpo di martello; alquanta più aria dà alquanto più forza a questo romore; da ultimo, quando l'aria, è interamente rientrata, il suono è forte e fassi udire da lungi. Adunque il suono non può propagarsi nel voto; quivi, dove non è materia ponderabile, non ci ha veicolo del suono. (2)

In tal modo il suono scema d'intensità per una doppia cagione, a misura che nell'atmosfera s'innalza; diminuisce tra perchè la distanza cresce, e perchè l'aria, in cui penetra, è sempreppiù rarefatta. I più violenti romori, che sulla terra rimbombano, non possono oltrepassare i limiti dell'atmosfera; essi come più vi si accostano, affievoliscono, e senza poterli cansare si estinguono. Reciprocamente nessun romore non può da'celesti spazi venire alla terra; le più tremende esplosioni potrebbero scoppiare sul globo lunare, senza che ci sia concesso di udirne il minimo rimbombo.

Dice il De Saussure che nella vetta del Monte-Bianco un colpo di pistola fa men romore, che un picciolo petardo tirato nella pianura, ed il Sig. Gay-Lussac ha comprovato che l'intensità della sua voce era moltissimo indebolita, quando tentava di formare suoni all'altezza di 7, 000 metri, sospeso nel suo pallone in mezzo di un'aere moltissimo rarefatto.

Ma l'aria non è il solo corpo che possa trasmettere i suoni; tutt'i fluidi elastici godono tal proprietà; per ren-

dersene certi, sospendasi al centro di un gran pallone (*fig. 28*) con fili di canapa non torti un piccolo sonaglio; si faccia il voto, ed il sonaglio non può farsi udir più; ma se in questo pallone si fan passare alcune gocce di un liquido volatile, come l'etere, il vapore all'istante si forma e sensibilissimo addiventa il romore.

L'acqua trasmette il suono benissimo; i marangoni possono ascoltare ciò, che sulla spiaggia si dice, e dalla spiaggia si ode il romore delle selci, che sono lanciate a grandi profondità sotto acqua.

Da ultimo i corpi solidi possono non solo produrre il suono, ma trasmetterlo ancora: allorchè la campana da oriuolo è sotto la campana pneumatica, bisogna che il suono attraversi tutta la doppiezza delle pareti per farsi udire al di fuori. Un gran numero di esperimenti analoghi dimostrano tal verità, e basta citarne un solo. Se un osservatore accosta l' orecchio ad uno degli estremi di un trave di abete lungo 20 in 25 metri, egli sente il romore, che si fa all' altro estremo lievemente toccando il capo delle fibre, ed intanto questo romore è sì debole nell'aria, che sfugge pure a colui, che lo fa.

Dopo avere mostrato che il suono è un movimento, ch'è prodotto nella materia ponderabile, e che si può in tutt' i corpi propagare, bisogna far di conoscere qual sia la natura di questo movimento.

323. *Il movimento prodotto dal suono è sempre un movimento di vibrazione.* La maggior parte de'corpi sonori compiono sensibili oscillazioni durante il tempo che rendono suoni. Soprattutto questo fenomeno è manifestissimo nelle corde di violone, di arpa, di chitarra e di altri strumenti di tal fatta; le oscillazioni in verità sono troppo celeri, perchè si possan contare, ma l' occhio le scorge, esso colpisce i limiti delle corse della corda, e la crede nel tempo stesso vedere in tutte le posizioni intermedie, quasi come vede un cerchio di fuoco, quando un carbone acceso con sufficiente celerità è volto in giro. Queste *oscillazioni* o questi movimenti di *va e viene* stabiliscono ciò, che in acustica si dicono *vibrazioni*.

Nelle campane da oriuoli o nelle ordinarie, vi sono

delle vibrazioni analoghe; per farsene certi si batta una gran campana di vetro per farle rendere un suono, e dopo s'inchini, perchè una palla vada a toccarne la parete; allora la palla salta con un rapido movimento, e si sentono i ripetuti picchi, che, ricadendo per il suo peso, produce.

Finalmente basta mettere lievamente il dito su di un qualsiasi corpo sonoro per sentire un fremito, che sempre accompagna la produzione del suono; ma esercitandosi una pressione un pò forte, il moto è arrestato in tutta la massa ed è il suono estinto.

Sonovi strumenti, come il flauto ed il fischio, che sembrano fare eccezione al principio generico da noi annunciato, dappoichè in questi corpi sonori non pare vi sia niente in vibrazione; ma non tarderemo a vedere che, se la materia solida di questi strumenti non vibra affatto o solo insensibilmente vibra, non di meno evvi una materia vibrante, ed è la massa di aria contenuta in essi. Il principio dunque è vero in tutta la generalità sua, e noi mostreremo che l'aria, la quale trasmette il suono, vibra al pari del corpo sonoro medesimo.

324. *Ogni vibrazione del corpo sonoro eccita nell'aria un ondulazione di una determinata lunghezza.* È questa proposizione fra le più importanti e più difficili dell'acustica; ma noi dobbiamo fin da ora discuterla, e mettervi tanto maggior cura in farla comprendere, in quanto essa ci servirà come punto di partenza ad esporre le teoriche dell'ottica.

Immaginiamo un tubo orizzontale tt' (*fig. 29*) avente per esempio, 10, 000 piedi di lunghezza ed 1 di diametro, l'aria, che lo riempie, è da per tutto alla stessa temperatura e sotto la pressione medesima, uno stantuffo p congiunto bene colle pareti può in 1'' di tempo compiere un'oscillazione fra le due positure p ed s, le quali sono alla distanza di 1 piede.

Stando tutto in riposo, lo stantuffo parte per giungere in s; durante questo movimento l'aria del tubo si *modifica* in un certo modo, e per meglio studiare le modificazioni che prova noi colpiremo il momento preciso, che lo stantuffo giunge in s; e noi supponiamo che tut-

te le molecole di aria *restino*, come allora si trovano, o per meglio dire supponiamo che quelle, le quali sono compresse, non possano sbandarsi; che quelle le quali son dilatate, non possano accostarsi fra loro; e che quelle, le quali stanno in riposo, conservino lo stato loro di riposo.

Se la colonna di aria facesse come un corpo solido perfettamente duro, chiaro è che essendo l' un de' suoi estremi spinto dallo stantuffo, l' altro uscirebbe dal tubo nello stesso momento e nella medesima quantità; ma non ci ha corpi perfettamente duri; l'aria è moltissimo fluida e compressibile, e quando lo stantuffo spinge uno degli estremi della colonna dinanzi a sè, l' altro non può nello stesso momento ubbidire; tempo bisogna, perchè l' impressione fino ad essa si trasmetta; e giusta la lunghezza, che abbiamo dato al tubo, bene possiamo affermare che niuna molecola di aria non è uscita dall'estremo aperto *t*, mentre lo stantuffo è passato da *p* in *s*. Sicchè l' aria è *compressa* nel tubo a diritta dello stantuffo, dappoichè occupa un piede di lunghezza meno di quello, che testè ha occupato. Di vantaggio chiara cosa è, che non è compressa *ugualmente* in tutta l'estensione del tubo; dappoichè un tempo della durata di 1'', che lo stantuffo ha dovuto impiegare per giungere da *p* in *s*, la compressione non ha potuto comunicarsi, nè farsi sentire che ad una certa distanza, come per esempio *a*. Questa parte *as* della colonna di aria, la quale ha potuto essere *modificata* durante il moto dello stantuffo, gli è ciò che dicesi *un'onda*, ovvero un' *ondulazione*, e la *lunghezza dell'onda* è la distanza de' suoi estremi *s* ed *a*.

Ora esaminiamo come l' aria è modificata nelle diverse parti dell' onda, e per questo immaginiamo de' piani paralleli allo stantuffo, che dividano la colonna dell'aria della stessa doppiezza; per sapere ciò, che alla massa di aria è accaduto, che compone l'onda, ei basta sapere quello, che ad una molecola di ciascun taglio è accaduto. Ora, dappoichè l' aria, chè era compresa da *p* in *a*, è stata compressa nel suo totale e ridotta a non occupare, che lo spazio *sa*, bisogna che in ciascun taglio

abbiano le molecole due effetti provato: 1° che siano state compresse; 2° che abbiano ricevuto una certa velocità *impellente*, cioè una velocità, che le allontana dal centro di scuotimento, o dallo stantuffo, che le ha spinte.

È manifesto che in tutta la lunghezza dell' onda non possono i diversi tagli essere nel medesimo stato: l' ultimo taglio per esempio, quello che è in *a*, non ha potuto ricevere, che una velocità picciolissima ed una picciolissima compressione, conciosiacchè il movimento appena vi arriva soltanto; il primo taglio o quello che è in *s*, è già tornato al riposo, dappoichè noi consideriamo i fenomeni nel momento che lo stantuffo si ferma; e siccome esso non ha più velocità, non del pari compressione, ha già comunicato quanto si aveva. Al contrario i tagli, che sono verso il mezzo dell' onda hanno contemporaneamente la più forte compressione e la maggiore velocità. Vi è dunque un certo ordine nelle diverse modificazioni dei differenti tagli, tanto per la velocità delle molecole d'aria, che per la loro compressione. Il che dipende dall' ordine delle velocità crescenti e decrescenti, onde lo stantuffo, recandosi da *p* in *s* ha dovuto fare passaggio.

Con una figura parlante alla vista tutti si possono rappresentare i movimenti, che distinguono un' onda dal suo principio sino alla fine: al che basta innalzare sopra la linea *s a*, che ne segna la lunghezza, delle perpendicolari, le cui altezze rappresentino il grado di compressione de' tagli corrispondenti; formeranno gli estremi di queste perpendicolari una linea, la cui curvatura o le tortuosità fedelmente rappresenteranno l' ordine, in cui si succedono le compressioni de' tagli susseguenti. L' altezza della perpendicolare sarà nulla in *s*, poichè la compressione è nulla; lo stesso accadrà in *a*; in *x* sarà per esempio xx', yy' in y ecc., di maniera che la curva delle compressioni $s\ y'\ a$ potrebbe essere una semi-circonferenza di cerchio. Ma si concepisce che sopra questa lunghezza *s a* può essere tracciato un gran numero di curve continue, che passano per i punti *s* ed *a*, come nella figura 30 si vede, ed ancora, data una di queste curve, si può sempre attribuire allo stantuffo nel suo passaggio da *p*

in *s* un movimento tale, ch'ecciti un'onda, le cui successive compressioni vengano da siffatta curva rappresentate. Quando sonovi molte tortuosità nella curva delle compressioni, come vedesi nella figura 31, si dice che l'onda corrispondente è un'*onda scanalata*.

Dopo aver fatta l'analisi delle diverse modificazioni, che lo stantuffo può imprimere alla colonna d'aria passando da *p* in *s* nell'intervallo di un 1", ora tentiamo di vedere ciò che accadrà negl'istanti appresso, rimanendo sempre lo stantuffo arrestato in *s*. L'aria momentaneamente compressa da *s* in *a* non può in tale stato rimanere; dappoichè, essendo il tubo aperto in *t*, bisogna che l'aria eccedente dopo un certo tempo sia uscita, e che tutta la colonna sia tornata al riposo. Ora in meccanica si dimostra che la compressione e la velocità si comunicano di mano in mano nel modo seguente: nel 1° istante del 2° *secondo*, la velocità passa a diritta di *a*, invade un primo taglio e nel tempo stesso il taglio, che tocca lo stantuffo, cade in riposo; nel 2° istante un secondo taglio alla diritta di *a* è invaso, ed un secondo taglio dinnanzi allo stantuffo cade in riposo; nel 3° istante il movimento guadagna il 3° taglio dinnanzi ad *a*, ed il riposo guadagna il 3° taglio dinnanzi allo stantuffo, ecc., ecc.; in modo che nella fine del 2° *secondo* l'aria da *s* sino in *a* sta in riposo, ed è agitata da *a* sino in *b*; la lunghezza *a b* è uguale ad *s a*; e dippiù le compressioni e le velocità da *a* in *b* sono precisamente quelle, ch'erano da *s* in *a*. Sicchè l'ondulamento s'innoltra e si trasporta in certo modo tutto di un pezzo, serbando la sua lunghezza e tutt'i suoi caratteri; alla fine del 3° *secondo* sarebbe in *b c*; in *c d* alla fine del 4°; ecc.

L'onda, in cui tutt'i tagli sono *compressi*, e tutte le velocità *impellenti*, si chiama *onda condensata* o qualche volta *onda condensante*.

Ma è facile il vedere che fenomeni inversi sonosi sviluppati alla sinistra dello stantuffo *p* nel tempo, che si è trasportato in *s*. Di fatto uno spazio più grande è stato offerto alla colonna di aria, il 1° taglio si è precipitato dietro allo stantuffo *rarefacendosi*, il 2° si è precipitato per se-

guire il 1° e prenderne il posto ecc. ecc.; e dopo il 1° secondo, quando lo stantuffo si ferma in *s*, la rarefazione si è fatta sentire sino in *a*'. L'onda, che ne risulta, si dice *onda rarefatta*, o anche *onda rarefaciente*; la sua lunghezza è esattamente la stessa che quella dell'onda condensata, che si produce dinnanzi allo stantuffo; le rarefazioni sono nulle in *s* ed in *a*', ed in tutt' i tagli le velocità sono *apulsive* cioè dirette verso il centro dello scuotimento. Questa onda rarefatta si diffonde ancora di mano in mano in tutta la estensione della colonna di aria, serbando dappertutto la medesima lunghezza e la stessa successione di velocità e di rarefazioni.

Queste considerazioni ci lasciano fin da ora travedere i principi, sui quali il fenomeno dell'udito è fondato; perocchè, se immaginiamo in qualche punto del tubo un qualsiasi taglio *h* (*fig. 29*), noi possiamo osservare ch'esso prova di mano in mano tutte le modificazioni, che costituiscono l'onda *s a*, dappoichè diventa di volta in volta il 1°, il 2°, il 3°.... l'ultimo taglio di siffatta onda. E se immaginiamo in questo taglio una picciola membrana delicatissima e moltissimo elastica, è manifesto che dovrà tutte nell'ordine loro ricevere le impulsioni, che successivamente sono date alle molecole di aria; ora questo è precisamente ciò, che accade alla *membrana del timpano*, che termina il condotto, di cui il padiglione dell'orecchio è lo spandimento. Adunque si concepisce che questa membrana, la cui mobilità uguaglia quella dell'aria, possa ricevere ed in certo modo numerare tutte le modificazioni de' diversi tagli dell'onda sonora.

Se lo stantuffo dopo essersi per un impercettibile istante fermato in *s*, ritorna nella sua pristina posizione *p*, ripassando per le medesime velocità, si vede che dietro di sè ecciterà alla diritta di *s* un'onda rarefatta tutta consimile a quella, che durante la *sua gita* aveva eccitato a sinistra, e che questa onda si porrà in seguito della prima condensata, in modo che alla fine del 2° *secondo* l'onda condensata sarà tra *a* e *b*, e tra *a* ed *s* la rarefatta. Dall'altra parte al contrario l'onda rarefatta sarà da *a*' in *b*' e l'onda condensata da *a*' in *s*: poi un'altra *gita* ed un

altra *tornata* dello stantuffo simili onde ecciteranno del pari, e similmente disposte, le quali *correranno* dietro le prime e così di seguito. Allora un orecchio, che stesse in parte situato nel tubo non più ascolterebbe un suono passaggiero, come il rumore di una esplosione, ma sì un *suono continuo* più o meno grave, più o meno forte, e di una qualità di suono più o meno gradevole.

325. *Della gravità e dell' acutezza de' suoni.* La differenza ch' esiste tra' suoni gravi ed acuti è sì manifesta per gli organi nostri, che al certo la dee corrispondere a qualche modificazione fisica bene contraddistinta nell'aria, che questi suoni arreca. Appresso dimostreremo con osservazioni dirette che il suono più grave dell' ingegno dell'organo ha una lunghezza di onda di 32 piedi, ed il suono musicale più acuto ha solo una lunghezza di circa 18 linee; più questi due limiti non tutti comprendono i suoni, nè le gradazioni tutte, che l'umano orecchio possa discernere, e due onde della lunghezza medesima danno sempre il perfetto *unisono*, qualunque sia d' altra parte l' intensità o la qualità de' suoni che arrecano. La corrispondenza di gravità o di acutezza di due suoni è ciò che dicesi il *tuono*.

326. *L' intensità* del suono non può dipendere dalla lunghezza delle onde, ma solo dalle compressioni più o o meno forti e dalle velocità più o meno grandi, che l'aria ha ricevuto dal corpo sonoro, e che di strato in istrato si trasmettono fino all' organo nostro. Una corda di basso può essere all' unisono col romore lacerante della chiarina, cioè che le onde sono della stessa lunghezza, ma l' aria squarciata nella chiarina compie vibrazioni, l'ampiezza delle quali è molto maggiore; ed è quanto forma la sua assordante intensità.

327. La qualità de' suoni e molto più malagevole a distinguere che non il tuono e l' intensità; i fisici non sono interamente d' accordo su questo punto. Ma sembra probabilissimo che la qualità del suono dipende dall' ordine, in cui si succedono le velocità ed i cangiamenti di densità ne' diversi tagli d' aria, che sono tra i due estremi dell'onda compresi, e che dipende ancora dal perchè le porzioni condensate e rarefatte dell'onda possono non essere simmetriche in un gran numero di circostanze (*fig. 32*).

328. *Tutt'i suoni, qualunque sia il lor tuono, la loro qualità, o l'intensità loro, si propagano nell'aria con la stessa velocità.* Quando molti osservatori ascoltano in diverse distanze un concerto, tutti sentono la stessa misura e la stessa armonia. Così tutt'i suoni propagandosi in lontananza si succedono nello stesso ordine e con gli stessi intervalli; il che necessariamente suppone che tutti camminano con la stessa velocità; perocchè, se per esempio i suoni gravi acquistassero la precedenza sopra gli acuti, incontanente la misura sarebbe rotta, e ciò che sarebbe un'armonia a 10 passi, un'insopportabile cacofonia a 100 passi sarebbe.

329. *La velocità del suono nell'aria è di* 340 *metri per secondo a* 16°. Numerose esperienze per determinare con esattezza la velocità del suono si sono fatte in diversi luoghi della terra. Noi ci limiteremo ad esporre soltanto quelle, che sono state fatte presso Parigi nel 1822 dal Uffizio delle Longitudini.

Le due stazioni prescelte erano Villejuif e Montlhèry. A Villejuif il capitano Boscary fece disporre un pezzo da sei in un punto elevato con cartocci di due e di tre libbre di polvere. Gli osservatori posti attorno del pezzo erano i Signori Prony, Arago e Mathieu. A Motlhèry il capitano Pernetty fece disporre un pezzo dello stesso calibro, con cartocci dello stesso peso; gli osservatori erano i Sig. de Humbonldt, Gay-Lussac e Bouvard. Gli esperimenti furono fatti di notte, e cominciarono ad 11 ore della sera il giorno 21 ed il giorno 22 giugno 1822. Da Villejuif si scorgeva chiarissimamente il fuoco dell'esplosione di Montlhèry, e *viceversa*; il cielo era sereno, e quasi calma l'aria.

I cronometri erano ben regolati, ed erasi convenuto che ogni stazione tirerebbe 12 colpi lontani gli uni dagli altri 10', che la stazione di Montlhery comincerebbe 5' prima di quella di Villejuif; dimodochè un'osservatore, il quale fosse stato situato proprio nel mezzo della linea de' due cannoni, avrebbe udito da 5' in 5' de *colpi incrociati* o *reciproci*, il 1° vegnente da Montlhèry, il 2° da Villejuif, il 3° da Montlhèry, ecc. Questi scambievoli col-

pi erano il solo mezzo di discoprire l'influenza del vento sopra la velocità del suono, e più generalmente di discoprire se nel mezzo delle innumerevoli variazioni, che ad ogn' istante modificano l'atmosfera, il suono impiega lo stesso tempo a percorrere lo stesso spazio nelle due opposite direzioni.

Gli osservatori di Villejuif udirono perfettamente tutti i colpi di Montlhèry; ognuno di essi notava nel suo cronometro il tempo, che scorreva dall' apparizione della luce fino all'arrivo del suono; la maggior differenza, che si trova fra i tre risultamenti corrispondenti ad una osservazione non oltrepassa 3 o 4 decimi di secondo, e fra le dodici osservazioni la differenza delle medie non oltrepassa 3 decimi di secondo; il tempo più lungo è 55'', il più corto 54'', 7, ed il tempo medio 54'', 84.

A Monthlèry non si potettero udire che sette dei dodici colpi tirati a Villejuif; ed anche fra questi sette non ve ne fu un solo, che fosse ascoltato ad un tempo dai tre osservatori. Non di meno i risultamenti sono molto concordi: il tempo più lungo è 54'', 9; il più corto 53'', 9; ed il tempo medio 54'', 43.

Così 54'', 6 può essere preso per il tempo medio, che il suono metteva per passare dall' una all' altra stazione.

Ma rimaneva a misurare esattamente l'intervallo delle due stazioni; e fu data tal cura al Signor Arago, il quale fondandosi sulla triangolazione della meridiana trovò che i due cannoni erano ad una distanza di 9549, 6 tese.

Dividendo questa lunghezza per 54'', 6, durata media di propagazione, si trovano 174, 9 tese o 340m, 88 per lo spazio, che il suono ha percosso in 1'' nella notte del 21 Giugno 1822; la temperatura era di 16° centigradi; il barometro segnava a Villejuif 756mm, 5, e l'igrometro di Saussure 78°.

Sicchè la velocità del suono è di 340m, 88 alla temperatura di 16°.

Riducendo col calcolo, che più in là vedremo, questa velocità a ciò che sarebbe per 10°, si trovano 337m, 28; e per la temperatura 0 si trovano 331m, 12.

CAPITOLO II.

Valutazione numerica de' suoni per mezzo delle vibrazioni delle corde, de' tubi cilindrici, delle lamine della sirena e delle ruote dentale.

330. *Leggi generali delle vibrazioni delle corde e de' suoni armonici, che producono.* Quando si tocca una corda tesa su di un qualunque strumento, le vibrazioni che compie sono moltissimo rapide, perchè si possa calcolarne il numero assoluto : non di meno allora si può distinguere chiarissimamente due notabili fenomeni: primamente il suono *sale* e più acuto diventa, appena si accorcia la corda, o le si dà una tensione più forte ; ed in secondo luogo il numero delle vibrazioni in un modo sensibile aumenta. Sicchè certamente evvi una dipendenza tra il suono della corda, la sua lunghezza, la sua tensione, e la rapidità delle sue vibrazioni ; ma siffatta dipendenza tanto facile a comprovare con l'esperienza, non può essere determinata se non coll'aiuto del calcolo; essa costituisce ciò, che in meccanica si dice il *problema delle corde vibranti*; che fù in primo luogo risoluto dal Taylor (*Methodus incrementorum*, ecc., 1716), ed ebbe molta celebrità, dappoichè per quasi un mezzo secolo eccitò vive discussioni fra i maggiori geometri. Giovanni Bernouilli, D'Alembert, Eulero e Daniele Bernouilli molto avevano scritto su questo subbietto, quando nel 1759 Lagrangia quasi giunto al termine suo nella carriera delle scienze ebbe la gloria di torre via tutte le difficoltà e di porre un termine alla discussione.

Ecco i risultamenti, ai quali col calcolo si giunge, ed esprimenti le leggi delle vibrazioni delle corde :

1° *I numeri di vibrazioni di una corda sono in ragione inversa della sua lunghezza*, cioè che, se una qualunque corda sonora è tesa su di uno strumento, come il violone, il basso la chitarra ecc., e che fa in un certo

tempo un numero di vibrazioni rappresentato da 1, quando vibra a vuoto o in tutta la sua lunghezza, farà nel tempo stessso de' numeri di vibrazione rappresentati da 2, 3, 4 ecc., quando, *senza mutare la sua tensione*, si farà soltanto vibrare $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ecc. della sua lunghezza; essa farebbe numeri di vibrazioni rappresentati da $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{4}$ ecc. se si facessero vibrare soltanto $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$ ecc. della sua lunghezza. Basta per cosi limitare la parte vibrante d'incamminare un picciolo cavalletto, sul quale si preme lievemente la corda col dito.

2° *I numeri di vibrazioni di una corda sono proporzionali alle radici quadrate de' pesi che la tendono*; che se cioè si rappresenta con 1 il numero delle vibrazioni di una corda, la quale è tesa da un peso 1, questo numero di vibrazioni nel tempo stesso diverrà 2, 3, 4, ecc., quando, *senza mutare la sua lunghezza*, verrà tesa da pesi 4, 9, 16 ecc.

3° *I numeri di vibrazioni delle corde della stessa materia sono in ragione inversa della loro doppiezza o del loro diametro*, che cioè se per esempio si prendano due corde di rame o due corde di acciaro come quelle di un pianoforte, una delle quali abbia un diametro doppio dell'altra, che si tendano con *un peso medesimo*, e che si facciano *uguali lunghezze* vibrare, la più sottile farà nel tempo stesso due volte più vibrazioni della più grossa. Ma è probabile che due corde di budello non seguirebbero puntualmente questa legge, mai non essendosi certo che le siano assolutamente della stessa materia.

4° *I numeri delle vibrazioni delle corde di materie diverse sono in ragione inversa delle radici quadrate delle lor densità*; cioè prendendosi per esempio una corda di rame, la cui indensità è quasi 9, ed una corda di budello, la cui densità e quasi 1, aventi lo stesso diametro, tendendole con pesi uguali e facendole uguali lunghezze vibrare, il numero delle vibrazioni della corda di rame sarà tre volte minore del numero delle vibrazioni della corda di budella. Ed è manifesto che le precedenti leggi non si possono applicare, fuorchè a corde omogenee nella lunghezza loro e nella loro doppiezza, e

che per esempio le non si applicano affatto alle corde di budello rivestite di un filo metallico, di cui si fa uso per l'arpa e per le 4e de' bassi e de' violoni. Quì il metallo inviluppante è una massa inerte, che si debbe dall' elasticità della corda trascinare, e che perciò aumenta la durata delle vibrazioni.

Posti una volta questi principi facilissima cosa diventa il rappresentare i suoni con numeri. Per questo si fa uso di uno strumento, che dà suoni puri e concede di esattamente misurare le lunghezze delle corde. Questo istrumento si dice *sonometro o monocordo*; e gli si possono dare svariate forme; noi supporremo si adoperi quello del Sig. Savart rappresentato nella figura 34: esso porta una corda di budello, ovvero una corda metallica per dimostrare che gli effetti sono sopra l' una e sopra l'altra gli stessi. La corda è ritenuta da una *pinzetta c*, passa sopra specie di cavalletti *f* ed *h*, su di una carrucola *m*, e appicca ad un uncino *d*, al quale si sospendono i pesi *p*. Il cavalletto mobile *h* può lasciare scorrere la corda senza toccarla; e si ferma dove si vuole, e per ridurre la lunghezza della corda basta chiudere la vite di pressione di esso cavalletto. Appresso vedremo che la cassa *s s'* serve a rinforzare il suono. Ora supponiamo che la corda sia convenevolmente caricata per rendere un suono pieno e puro vibrando a vuoto, che si prenda questo suono per punto di partenza, o pel *do*, e che a poco a poco si avvanzi il cavalletto per ottenere di mano in mano le altre *note* della *scala*, *re*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *si*, *do*. La lunghezza dell' intera corda essendo rappresentata da 1, per le altre note le seguenti lunghezze si troveranno:

Nomi de' suoni . . . . . *do*, *re*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *si*, *do*.
Lunghezze delle corde. 1, $\frac{8}{9}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{1}{2}$.

Ma i numeri di vibrazioni della corda essendo in ragione inversa della sua lunghezza, si avrà per conseguenza, rappresentando con 1 il numero delle vibrazioni, che dà il *do*:

Nomi de' suoni . . . . . *do*, *re*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *si*, *do*,
Numero delle vibrazioni 1 $\frac{9}{8}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{15}{8}$ 2.

Si sa che l'*intervallo* da *do* a *re* si chiama una *se-*

conda, da *do* a *mi* una *terza*; da *do* a *fa* una *quarta;* da *do* a *sol* una *quinta*; da *do* a *la* una *sesta*; da *do* a *si* una *settima*; da *do* a *do* un' *ottava*, ecc. In tal modo, quando due suoni formano un *ottava* il numero delle vibrazioni del più acuto è doppio del numero delle vibrazioni del più grave; per la *terza* il più grave fa 4 vibrazioni ed il più acuto 5; per la *quarta* il più grave 3 ed il più acuto 4, per la *quinta* il più grave 2 ed il più acuto 3 ecc. Invariabili sono queste corrispondenze, nè l'orecchio alcuna alterazione vi tollera, cioè bisogna, perchè due suoni siano all' ottava, che il numero delle vibrazioni del più acuto diviso pel numero delle vibrazioni del più grave dia 2; che dia $\frac{3}{2}$ per la quinta, ecc. Sicchè il numero delle vibrazioni del *re* essendo $\frac{9}{8}$ la sua *ottava acuta* sarà $\frac{9}{8} \times 2 = \frac{9}{4}$, e la sua *ottava grave* $\frac{9}{8} : 2 = \frac{9}{16}$; ecc; la sua terza sarà $\frac{9}{8} \times \frac{5}{4} = \frac{45}{32}$, la sua quinta $\frac{9}{8} \times \frac{3}{2} = \frac{27}{16}$; ecc: reciprocamente il *re* ed il *sol* formano una *quarta*, dappoichè la corrispondenza di *sol* a *re* è $\frac{3}{2} : \frac{9}{8} = \frac{3}{2} \times \frac{8}{9} = \frac{4}{3}$, che è la corrispondenza *di quarta*; mentre il *re* ed il *la* non formano una *quinta*, essendo la corrispondenza di *la* a *re* $\frac{5}{3} : \frac{9}{8} = \frac{5}{3} \times \frac{8}{9} = \frac{40}{27}$, che non è $\frac{3}{2}$ come sarebbe necessario per la quinta, ec.

In seguito di ciò si possono di leggieri scrivere quante ottave si vorranno al di *sopra* o al di *sotto* dell' ottava precedente, dappoichè basterà moltiplicare tutt' i numeri di questa per 2, per $2^2 = 4$, per $2^3 = 8$ ecc., per avere successivamente la 1ª, la 2ª, la 3ª ottava *al di sopra*, e poi moltiplicarli per $\frac{1}{2}$, per $\frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$, per $\frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ ecc., per avere la prima, la seconda, la terza ottava *al di sotto*, ecc. ecc.

Ma non son soli questi i suoni che si adoperano nella musica, ci si fa uso eziandio dei *diesis* e dei *bimmolli*. Ed è facile per mezzo del monocordo assicurarsi con esperienze analoghe alle precedenti, che *diesare* un suono vale moltiplicare il numero delle sue vibrazioni per $\frac{25}{24}$, e che *bimmollizzarlo* vale moltiplicarlo per $\frac{24}{25}$. Sicchè mentre il *do* fa per esempio 24 vibrazioni, il *do diesis* ne fa 25; mentre il *si* fa 25 vibrazioni, il *si bimmolle* ne fa 24.

Quando due suoni si accostano in modo all'unisono, che l'uno de' due fa 80 vibrazioni, mentre l'altro ne fa 81, in guisa che il loro *intervallo* o la corrispondenza loro sia $\frac{80}{81}$, ei si dice che non differiscono che di un *comma*. Gli organi esercitati scorgono questa differenza benissimo.

Quando si fanno risonare insieme due suoni, i quali sono all'*ottava*, o alla *terza* o alla *quinta*, essi formano una *consonanza* o un *accordo*: una dissonanza formano al contrario la *seconda* o la *settima*.

I *suoni armonici* sono quelli, che seguono la serie de' numeri naturali 1, 2, 3, 4, 5 ecc.; il 2° è l'*ottava* del 1°, il 3° ne è la *dodicesima*, o la doppia quinta; il 4° la *doppia ottava*; il 5° la *diciassettesima* o la tripla terza ecc., sicchè essi non formano mai dissonanza. E senza dubbio gli è per questa ragione, che da lungo tempo si chiamano suoni armonici; ma un fenomeno notabile è l'esistenza contemporanea di tutti questi suoni nelle vibrazioni di una corda sola. Di fatto, mettendosi in moto con l'arco una corda di violone o di violoncella, non si ascolta soltanto il *suono fondamentale* di questa corda, quello che rende vibrando in tutta la sua lunghezza, ma s'intende ancora il suono 3 o la sua dodicesima, ed il suono 5 o la sua diciassettesima, ed evvi pure chi pretende mischiare il suono 6 o la sua diciannovesima. Questo fenomeno trova la sua spiegazione nel seguente sperimento che si deve al Sauveur. Si pone il cavalletto mobile sulla metà della corda del monocordo e col dito si poggia *leggerissimamente* sopra questo punto, mentre che si passa l'arco *vicino al cavalletto fisso* per scuotere l'una delle metà della corda, questa metà col fatto si scuote, ma l'altra metà comincia pure visibilissimamente a vibrare, se si vuole assicurarsene, ei basta mettere in diversi punti vicino al suo mezzo piccioli pezzi di carta, che saranno spinti lungi. La forma, che allora prende la corda è rappresentata nella figura 35. Ancora il cavalletto mobile si può collocare alla fine del primo terzo della corda, e quando questo primo terzo si scuote come poco fa con l'archetto, gli altri due terzi cominciano incontanente a vibrare; ma ciascuno di essi vibra intorno al punto *n* separatamente, il

quale rimane fisso comechè libero (*fig. 36*). Per accertarsene si mettono pure piccoli pezzi di carta in v, in n ed in v'. Quelli che sono in v ed in v' saltano subito o sono riversati giù incontanente, mentre immobile rimane quello, che sta in n. Il punto n si dice un *nodo*, e *ventri* i punti v e v'.

L'esperienza riesce del pari, quando il cavalletto si situa alla fine del primo quarto, del primo quinto o del primo sesto della corda; sonovi allora 2, 3, o 4 nodi, sui quali restano immobili i pezzi, mentre essi saltano verso il mezzo di tutti i ventri.

Sauveur si appoggia su questo notevole risultamento per conchiudere, che una corda sonora scossa a vuoto non vibra solo in tutta la sua lunghezza, ma che ciascuna delle sue metà, ciascuno de' suoi terzi, de' suoi quarti, dei suoi quinti dei suoi sesti ecc... separatamente vibra, e produce il suono conveniente alla lunghezza sua, e che questa è la causa della formazione de' suoni armonici. Che in fatti la metà della corda (*fig. 37*) oscilli da h in h', quando la corda vibra per intero, questo movimento non toglie che ciascuna metà non vibri intorno di essa, come se fosse in riposo; e lo stesso è di tutti i nodi corrispondenti ad ogni terzo, ad ogni quarto, ecc.

331. *Leggi generali delle vibrazioni de' tubi cilindrici e del battimento, che da due suoni vicini risulta.* — I tubi sonori, come quelli ch' entrano nella composizione degli organi, sono generalmente disposti come un *fischio* o come una *sampogna*. Vi si distinguono il *piede* la *bocca* ed il *tubo* propriamente detto: il *piede* reca il *vento*, la *bocca* fa *parlare*, il *tubo* contiene la colonna d'aria, che deve entrare in vibrazione e produrre il suono. Nel *tubo* di organo (*fig. 45, 46, 47, 48* e *49*,) il piede è cavo, e il lume l, che arreca il vento, non è che una specie di fessura nella piastra, che chiude la gran base del piede; la bocca $b\ b'$ è più o meno aperta, cioè il labbro superiore b' è più o meno allontanato; qualche volta esso è mobile per accostarsi od allontanarsi a piacere (*fig. 50*).

Per dare il vento ai tubi nell' esperienza si fa uso di un soffietto ordinario $s\ s'$ (*fig. 38*), il quale si gonfia per

mezzo del pedale *p*; il picciolo condotto *ff'* adduce il vento nella cassa *c c'*, la cui tavola superiore è perforata di una dozzina di pertugi *o o*; i quali sono chiusi da linguette a molla, e si aprono a volontà per mezzo dei bischeri *h h'*.

Essendo posto al luogo un tubo e gonfiato il soffietto, si mette il dito sul bischero, e per mezzo dell'asta *t t'*, che più o meno si preme, si dà il vento con maggiore o minor forza.

Dapprima supponiamo che il tubo sia aperto e che abbia dovunque lo stesso diametro: dandogli il vento con più o meno forza e cangiando, se bisogna, la larghezza della bocca, si giungerà a fargli rendere suoni diversi; e rappresentando con 1 il *suono fondamentale*, cioè il più grave che possa dare, gli altri suoni seguiranno la serie de' numeri naturali 1, 2, 3, 4 ecc., e qualunque mezzo si tenta mai non si giungerà a fargli rendere un suono qualunque compreso tra quelli.

Tutt'i tubi cilindrici o prismatici della stessa lunghezza daranno lo *stesso suono fondamentale* e la stessa serie 2, 3, 4 ecc; posto che la lunghezza loro sia 10 in 12 volte il loro diametro, e che la materia che li compone abbia una convenevole rigidezza; solamente; se i tubi sono sottilissimi, essi quasi sempre saliranno fino all'ottava, cioè daranno il suono 2 ed i seguenti, e sarà malagevole tirarne il suono fondamentale.

Quando il tubo rende il suono 2, ei si può tagliarlo per mezzo, e toglierne la sua metà superiore, senza che il suono provi la minima alterazione; quando del pari produce il suono 3 si può dividerlo in tre e togliere l'uno de' terzi ed anche i due terzi superiori, ecc.

Così pel suono 2 evvi un ventre nel mezzo della lunghezza del tubo, cioè che lo strato aereo, che vi si trova durante la vibrazione sonora, non è nè rarefatto nè condensato; perocchè se prova un cangiamento di densità, non si potrebbe fare un'apertura in tal punto senz'alterare il suono, e con più forte ragione non si potrebbe togliere la metà superiore del tubo. Due *ventri intermedii* esistono pel suono 3, l'uno alla fine del primo terzo,

l'altro alla fine del secondo terzo della lunghezza; dappoichè facendosi in questi punti (*fig. 50*) delle aperture, il suono non è mutato, e lo è sempre, se le aperture si fanno altrove. Tre ventri intermedi ci hanno pel suono 4; quattro pel suono 5, ecc.

Quest'esperienze e tutta la teorica degli strumenti a vento (*Accad. delle Scienze.* 1762), quasi come ammessa oggidì, si debbono a Daniele Bernoulli; e se ne conchiude che l'onda sonora, la quale corrisponde al suono fondamentale di un tubo, ha la stessa lunghezza di esso tubo; che quella, la quale corrisponde al suono 2 ha una lunghezza metà; che quella del suono 3 è $\frac{1}{3}$ del tubo; quella del suono 4 soltanto $\frac{1}{4}$, ecc.: dappoichè le due estremità di un tubo sono essenzialmente de' ventri, dove lo strato d'aria non può essere nè condensato nè rarefatto, comunicando esso coll' aria esterna, e lo spazio compreso fra questi due ventri è sempre la lunghezza dell'onda.

Pe'*tubi chiusi* la legge delle vibrazioni è diversa: se ne può fare l'esperienza con un tubo di vetro da 30 pollici circa su di 1 pollice di diametro (*fig. 43*), in cui si fa scorrere uno stantuffo *p* per mezzo dell'asta *t*. Dopo avere aggiustato il tubo su di una convenevole imboccatura, si adatta al soffietto, e facendo passare la corrente di aria molto lentamente sul principio si ottiene il suono fondamentale che noi rappresenteremo con 1; una corrente alquanto più forte fa uscire il suono 3; ed accrescendo progressivamente la forza della corrente con una pressione crescente si fa uscire di seguito il suono 5, 7, 9, ecc.; così un tubo chiuso di lunghezza costante rende suoni diversi i quali seguono la serie de' numeri dispari 1, 3, 5, 7, ec., senza che sia possibile farne uscire alcun suono intermedio.

A questa legge bisognerà aggiungere ancora questo notabile fatto, che il suono fondamentale di un *tubo chiuso*, ed il suono fondamentale di un *tubo aperto* della stessa lunghezza sono sempre all'ottava; e che il tubo chiuso dà il suono grave o il suono 1, mentre il tubo aperto dà il suono acuto o il suono 2. Cosa facile a verificarsi con l'esperienza. Siccome da un'altra parte l'onda corrispondente al suono fondamentale di un tubo aperto ha una

lunghezza uguale a quella del tubo; di qui risulta che l'*onda* corrispondente al suon fondamentale di un *tubo chiuso* ha una *lunghezza doppia* di quella del tubo. Daniele Bernouilli spiega questo fatto ammettendo che il movimento del suono si va a riflettere sul fondo del tubo e verso l'imboccatura ritorna; la quale ipotesi spiega ancora come il suono 3 è il primo, che possa succedere al suono fondamentale; dappoichè, dividendo la lunghezza del tubo in tre parti uguali (*fig.* 44) *et*, *tt'*, *t'f*, si potran considerare i due primi terzi *e t'* come formanti un tubo aperto, che vibra all'unisono del tubo chiuso *ff'*, formato dall'ultimo terzo, ed il suono prodotto è manifestamente il suono 3, poichè *e t'* è il terzo in lunghezza del tubo aperto, che darebbe il suono fondamentale. e *t'f* eziandio il terzo del tubo chiuso *e f*. E se egli è così il secondo suono del tubo chiuso *e f* debb'essere lo stesso, che il suono fondamentale di un tubo chiuso, la cui lunghezza fosse *t'f* o *et*: difatto spingendo lo stantuffo fino in *t* si ricade esattamente sul secondo suono che veniva prodotto quando lo stantuffo era in *f*. Adunque ne risulta che durante le vibrazioni, le quali danno il secondo suono, lo strato di aria *t* rimane nello stesso stato, che se ivi un fondo stabile ci fosse, cioè che non prova affatto oscillazioni; allora esso forma ciò che dicesi *un nodo*, dappoichè in realtà rimane immobile. Sicchè pel secondo suono di un tubo chiuso sonovi nella lunghezza di questo tubo due *ventri* e due *nodi*; il primo ventre è nell'imboccatura *e*, il secondo ne'due terzi della lunghezza in *t'*; il primo nodo è nel primo terzo in *t*, il secondo nel fondo del tubo in *f*.

Pel terzo suono, che è il suono 5, vi sono 3 ventri e 3 nodi; il primo ventre è sempre nell'imboccatura, il secondo ai $\frac{2}{5}$, ed il terzo ai $\frac{4}{5}$; il primo nodo è ad $\frac{1}{5}$, il secondo a $\frac{3}{5}$, ed il terzo a $\frac{5}{5}$ cioè nel fondo.

Del pari pel suono 7, sonovi 4 ventri e 4 nodi, pel suono 9, 5 ventri e 5 nodi, ecc.

Con l'esperienza si può verificare il luogo e l'esistenza di tutt'i ventri e tutt'i nodi corrispondenti ad un suono qualunque: per questo basta fare delle aperture in tutt' i punti, che testè disegnammo come appartenenti al ventre

(*fig.* 50), il suono non sarà punto cangiato; ed ancora si potrà per mezzo dell'asta *t* dello stantuffo *p* (*fig.* 43), spingere esso stantuffo in tutt'i punti, che testè designammo come appartenenti ai nodi; il suono ancora non riceverà nessuno alteramento, e rimarrà lo stesso per tutte queste posizioni dello stantuffo.

Da quanto precede risulta che, per fornire una scala con tubi aperti o chiusi, traendone solo il loro suono fondamentale, basterà prendere 7 tubi aperti, le cui lunghezze siano tra loro come i numeri 1, $\frac{8}{9}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{1}{2}$, ovvero 7 tubi chiusi, le cui lunghezze siano nella stessa corrispondenza. Sembra che l'esperienza in ciò si allontana alquanto della teorica, dappoichè tubi, i quali avessero esattamente le precedenti corrispondenze, una falsa scala darebbero; ma ciò dipende dal perchè la colonna di aria prova vicino all'imboccatura movimenti molto intralciati, e basta alterare pochissimo le precedenti proporzioni per avere una scala perfettamente precisa.

Facendosi vibrare insieme due tubi, i quali diano suoni vicinissimi come per esempio il *do* ed il *do diesis*, odesi a piccioli intervalli un sensibilissimo gonfiamento nel suono; ed è questo notabile fenomeno, che gli organisti chiamano *fremito*. Sauveur ne ha dato la spiegazione il primo. Udendo ad un tempo due suoni, l'uno dei quali fa 24 vibrazioni, mentre l'altro ne fa 25, chiaro è che ad ogni 24 vibrazioni del primo o ad ogni 25 vibrazioni del secondo le onde sonore ricominciano a partire insieme, ed i loro cominciamenti vengono a colpire insieme l'orecchio, la qual coincidenza è quella che produce il fremito. In guisa che più differiscono i suoni fra loro, più i fremiti sono frequenti; ed al contrario più i suoni sono prossimi a confondersi e più i fremiti sono rari. Il qual fenomeno difficilmente si osserva fra i suoni, che risultano dalle vibrazioni delle corde, avendo essi generalmente una minore intensità: non di meno Rameau ne ha riconosciuto eziandio l'esistenza, e non s'ignora tutto il prò, che ne ha saputo trarre per fondare un sistema di musica, del quale ora non si parla più.

332. *Leggi delle vibrazioni delle lamine o delle*

aste. — Una lamina o un' asta ch' è solidamente fissata per uno de'suoi estremi (*fig. 33*), e ch'è stropicciata da un archetto o semplicemente rimossa con la mano dalla posizione sua, esegue da *l* in *l'* una serie di vibrazioni isocrone, le quali, se molto rapide sono, addivengono veraci vibrazioni sonore. Daniele Bernouilli ha la legge di esse vibrazioni con la teorica determinato, ed ha dimostrato che per una lamina stessa, a cui si diano successivamente diverse lunghezze vibranti, i numeri delle vibrazioni eseguite nel tempo stesso sono in ragione inversa de'quadrati di queste lunghezze.

333. *Legge delle vibrazioni della sirena.* — Questo istrumento immaginato dal Sig. Cagniard de La Tour è disposto nel modo seguente:

t t' f f' (*fig. 40*), scatola cilindrica di rame del diametro di 2 in 3 pollici e circa 1 pollice alta; la superficie superiore della tavola *t t'* è piana e molto bene lisciata.

s s', apertura forata in mezzo del fondo *f f'*.

y y' tubo *porta-vento*, che si chiude a vite o si aggiusta nell' apertura *s s'*.

v, aperture perforate nella tavola *t t'*; le son disposte circolarmente ed equidistanti fra loro (*fig. 41*): se ne possono fare 10 per esempio, e loro si danno tali dimensioni, che gl' intervalli pieni, che li separono abbiano alquanto più larghezza, che le stesse aperture.

p p' piatto mobile, la cui superficie inferiore si applica esattamente sopra la tavola, pur nondimeno senza esercitare sensibile strofinìo.

x asse intorno al quale il piatto *pp'* può girare con un moto più o meno rapido.

u aperture forate nel piatto *p p'*, ed esattamente corrispondenti alle aperture *v* della tavola, pel loro numero, loro posizioni e loro rispettive distanze. Così tutte le aperture della tavola sono insiememente aperte o insiememente chiuse; secondo che la rotazione del piatto conduce su di esse le aperture *v* o gl'intervalli pieni, che queste aperture separano.

i vite senza termine, che trovasi verso la parte superiore dell' asse di rotazione *x*.

r r' ruota di 100 denti, che la vite interminabile pone in moto.

c c' ruota indipendente, la quale solo un dente passa per ogni rivolgimento della ruota *r r'*: è un braccio fissato all' asse di *rr'*, che la va a spingere di un dente.

Gli assi di queste ruote portano aghi, i quali percorrono de' quadranti partiti *d* e *d'* (*fig. 39*); questi aghi e le ruote, che li mettono in moto, formano il *numeratore* della sirena. E si può ad arbitrio far camminare il numeratore o fermarlo: al che basta di premere il bottone *b* per fare incastrare la ruota *r r'* con la vite senza fine, o il bottone *b'* per disincastrare; in quest' ultimo caso vanno i denti di questa ruota ad urtare contro un sostegno, che immediatamente annichila l' acquistata celerità.

Ancora dobbiamo aggiungere che le aperture del piatto sono alle facce inclinate (*fig. 42*), in modo che la velocità del vento, ch' è spinto nella scala dal portavento, basta per imprimere al piatto un moto di rotazione sempreppiù rapido.

Ciò posto per intendere il gioco della sirena come strumento di acustica, immaginiamo un poco che non ci sia che un buco solo nella tavola e dieci nel piatto. Allora durante un rivolgimento del piatto il buco della tavola sarà 10 volte aperto e 10 volte chiuso, e per conseguenza lo scolo dell' aria, che giunge pel portavento, avrà luogo 10 volte e sarà 10 volte fermato. Il quale effetto si produrrà in 1'' o in 1''/10 o in 1''/100, secondo che il piatto farà 1 giro, 10 giri o 100 giri per secondo, e siccome l' aria, la quale vivamente è spinta ed improvvisamente fermata ad ogni alternativa una vibrazione produce, ne risulta che in questo modo si avranno 20 vibrazioni per ogni giro del piatto, e quindi 20, 200, o 2000 vibrazioni a secondo. Così la sirena deve render de' suoni, che salgono per gradi o piuttosto per insensibili gradazioni dal più grave fino al più acuto. Ed è ciò, che l' esperienza conferma col fatto. Ora se invece di supporre, come facemmo, un buco solo nella tavola, si suppone che ve ne abbia 10 come nel piatto, si avrà soltanto un suono 10 volte più intenso, dappoichè ogni buco produrrà il suo effetto come se fosse solo.

Il numero la forma e la grandezza de' buchi sembrano avere sulla *qualità* del suono un'influenza, della quale non si è data ragione finora, fuorchè con considerazioni pochissimo rigorose, perchè ci sia lecito svilupparle; che lo stesso è de' diversi effetti che si ottengono lasciando tra i buchi intervalli pieni più o meno grandi: se non che il Sig. Cagniard de La Tour pensa che, se gl'intervalli pieni son piccolissimi, il suono alla voce umana si accosta; e se grandissimi a quello della trombetta. In fine la doppiezza della tavola e quella del piatto debbono imprimere del pari ai suoni de' caratteri particolari, i quali sono tuttavia pochissimo studiati.

334. *Determinazione di un suono fisso o del numero assoluto delle vibrazioni corrispondenti ad un suono dato.* — Il numero assoluto delle vibrazioni, che ad un qualunque suono corrispondono, può essere in diversi modi calcolato: un tempo vi si giungeva colle leggi delle vibrazioni delle corde o delle lamine, ovvero col fremito de' tubi; ma oggidì vi si arriva in un modo più diretto e più esatto per mezzo della sirena e delle ruote dentate.

Sirena. Per determinare con la sirena il numero delle vibrazioni, che corrisponde per esempio al *diapason*, di cui si fa uso per accordare gli strumenti di musica, basta mettere sulla tavola del soffietto (*fig. 38*) un tubo aperto o chiuso, il cui suono fondamentale sia all'unisono del diapason; allora allato di questo tubo si mette la sirena medesima, e si soffia il vento variando la pressione per mezzo dell'asta *t*, finchè si giunge a mettere la sirena all' unisono col tubo vicino; ottenuto quest'unisono si sostenga per qualche minuto, il che richiede qualche abitudine solamente; in seguito, mentre i suoni si riproducono, si preme ad un tempo il bottone del numeratore della sirena per fare incastrare la ruota ed il bottone di un buon cronometro per misurare il tempo; dopo avere sostenuto l'accordo attentamente per circa 2' bisogna fermare ad un tempo il numeratore ed il cronometro. In tal modo si ha col numeratore il numero delle vibrazioni e col cronometro il tempo, ch'è scorso; il che permette

di lievemente dedurre quante vibrazioni sono vi state in 1''. Replicando parecchie volte l'esperienza si trovano numeri perfettamente concordi, da' quali risulta che il *la* del diapason ordinario corrisponde a 220 buchi del piatto passando su di un buco della tavola, ovvero a 440 vibrazioni semplici in 1'', dappoichè per ogni buco che passa la vibrazione è doppia, composta cioè di un'onda condensata e di un onda rarefatta.

Ruote dentate. — È dovuto al Signor Savart questo nuovo modo di produrre i suoni e di calcolare il numero assoluto delle vibrazioni (*Ann. di Fis. e di Chim.*, *t.* 44 e 47): l'apparecchio da lui pensato con questo doppio scopo è rappresentato nelle fig. 58 e 59: *a* è un banco di legno di quercia solidissimo, che si rende più stabile ancora, o fissandolo sul suolo o sostenendolo da diversi lati; *b* è una ruota di $1^m 80$ di diametro posta su di un asse fortissimo *c*, e posta in moto con una manovella; *d* e un secondo asse destinato a ricevere un moto rapidissimo di rotazione dalla correggia *x*, che passa sulla gran ruota o su di una picciola carrucola dell'asse *d*; mentre la ruota fa un giro, la carrucola per esempio ne fa 10; quindi; se la ruota fa 4 giri per secondo l'asse ne farà 40. L'asse *d* porta una ruota dentata di metallo *d'*, il numero de'denti della quale può essere 600, e; quando si presenta un pezzo di carta all'urto successivo de' denti, che passano con celerità, si possono ottenere in tal modo 24, 000 urti in 1''; si è padrone di averne più o meno, girando più o meno velocemente, o mettendo sull'asse *d* diverse ruote, il cui numero de'denti sia variabile. In tutt'i casi il suono che si ottiene è puro, continuo, ben contraddistinto, e tanto più acuto, quanto gli urti ad intervalli più corti si ripetono; e però è facilissimo di porlo di accordo col diapason e di mantenerlo all' unisono quanto lungamente si vuole. Ora l' urto dei denti contro il pezzo della carta produce un suono, poichè la carta è posta in vibrazione; mentre il dente passa la carta è spinta in un verso, poi ritorna per la sua elasticità dinanzi al dente appresso, in modo che essa in realtà vibra come una lamina od una corda, compiendo per l'effetto di ciascun dente una doppia vibrazione, cioè una gita ed una

tornata, o per meglio dire un'onda condensata ed un'onda rarefatta. Aduuque sonovi in 1'' tante vibrazioni doppie, quanti denti che passano ; e basta calcolare il numero di questi denti per avere il numero delle vibrazioni. Con questo scopo l'asse *d* porta una vite senza fine, che s'incastra in una ruota destinata a servire di numeratore: ma del resto questo numeratore è analogo a quello della sirena. Con molto precisi esperimenti il Sig. Savart ha comprovato che il *la* del nostro diapason corrisponde a 440 vibrazioni semplici, come si era comprovato con la sirena, ma di un modo men facile e meno sicuro.

Conoscendo una volta il numero delle vibrazioni corrispondenti ad un suono il cui posto è cognito nelle scale musicali, facilissima cosa è di ottenere il numero delle vibrazioni corrispondenti ad un altro qualunque suono. Il *la* del diapason essendo un la_3, ed il *la* della violoncella un la_2, di qui procede che questo fa 220 vibrazioni, il la_1, 110 ed il la_0 soltanto 55, in modo che il do_0 ne fa 33.

Generalmente la voce di uomo distendendosi dal sol_2 al sol_4, e quella di donna dal re_3 al do_5 è facil vedere che i numeri delle vibrazioni nel 1° caso sono 198 e 192, nel 2° 297 e 1056; sicchè l'organo della voce umana esegue 198 vibrazioni per secondo formando suoni musicali più gravi; e formando i suoni più acuti n'esegue 1,056.

Del resto tutti questi risultamenti sono pur confermati dalle vibrazioni delle lamine de' tubi e delle corde: per le corde la teorica dà immediatamente il numero delle vibrazioni con la formola:

$$n^2 = \frac{gp}{cl},$$

nella quale n è il numero delle vibrazioni in 1'' g la gravità o 9^m, 8088, p il peso che tende la corda ; l la lunghezza della corda e c il peso della lunghezza l.

335. *Della lunghezza assoluta delle onde sonore.* — Basta per determinare la lunghezza assoluta delle onde sonore in un mezzo qualunque, il conoscere la velocità onde il suono si propaga in esso mezzo, ed il nu-

mero delle vibrazioni che producono il suono. Per esempio essendo nell'aria la velocità di 340 metri per secondo, chiaro è che un suono, il quale risultasse da 340 vibrazioni per secondo, darebbe ondolazioni della lunghezza di un metro; conciossiachè ogni vibrazione eccita un'onda, e le 340 onde, le quali sono eccitate in 1", occupano precisamente la lunghezza di 340 metri. Adunque si vede che generalmente la lunghezza dell'onda è il quoziente della velocità del suono pel numero delle vibrazioni. Così la lunghezza dell'onda del *do*₀ è di 340 metri diviso per 33, o di 10 metri ed un terzo; è il suono più grave che sia adoperato in musica, ed è dato dal grosso bordone dell'ingegno dell'organo, ch'è un tubo di 16 piedi turato, che dà un'ondolazione di 32 piedi senza il tremito, che si produce all'imboccatura.

336. *Del limite de' suoni percettibili.* — Erasi lungo tempo pensato che il suono corrispondente a 32 vibrazioni semplici fosse il più grave, che orecchio umano potesse ascoltare; ma il Signor Savart ha fatto vedere che la sensibilità dell'organo dell'udito erasi stabilito sopra dati incertissimi; e con una serie di esperimenti oltremodo notevoli ha segnato la via, che bisognava seguire per iscioglierе questa importante quistione (*Ann. di Fis. e di Chim.*, t. 44 e 47). Pe' suoni gravi egli ha sostituito alla ruota dentata della figura 59 una semplice sbarra di ferro o di legno, rappresentata (*fig. 58.*), ed ha fatto vedere che disponendo sul banco dell'apparecchio delle tavolette di legno formanti una specie di quadro, nel quale passa la sbarra durante il suo moto, ad ogni passaggio si ottiene un rumore di esplosione di una intensità veramente assordante, la quale sembra avere il suo maximum, quando la sbarra passando nel quadro ne rade gli orli alla distanza di 1 in 2 millimetri. Dapprima l'esplosioni sono distinte e successive, quando il moto della sbarra è lentissimo, ma non appena acquista bastante velocità, perchè ci siano 7 in 8 urti, o meglio 7 in 8 passaggi della sbarra per secondo, il suono diventa perfettamente continuo, e si ha nel tempo stesso una forza ed una gravità delle più notevoli. Così l'orecchio umano distintamente scorge suoni gravi corrispon-

denti a 14 in 15 vibrazioni semplici per secondo, dappoichè ciascuna delle esplosioni di cui si tratta produce evidentemente una vibrazione doppia, cioè un' onda condensata ed un'altra rarefatta. Il Signor Savart per trovare il limite de' suoni acuti ha sostituito per l'opposito alla sbarra una ruota dentata di un gran diametro, che ha fino a 720 denti in modo da far passare 24, ooo denti per secondo, il che dà 48,000 vibrazioni semplici, ed il suono che ne risultava era percettibile ancora, comechè acuto oltre misura. Sicchè l'organo nostro è formato con una delicatezza tanto meravigliosa, che può udire e distinguere gli uni dagli altri tutt' i suoni, che si trovano compresi tra 15 vibrazioni e 48,000 vibrazioni per secondo. Nè ancora si può dire che questi siano i veri limiti della sua sensibilità: e noi pensiamo col Sig. Savart che oltre degli stessi vi abbiano ancora de' suoni, che diventerebbero percettibili, se avessero bastante intensità.

CAPITOLO III.

Vibrazioni de' Corpi solidi.

337. *Vibrazioni de' Corpi due dimensioni de' quali sono picciole rispetto alla terza. Tubi, verghe cilindriche, verghe prismatiche,* ecc. Noi già abbiamo veduto che le lamine, le aste o i cilindri possono rapide vibrazioni provare ed eccitare delle onde sonore, quando si scuotano perpendicolarmente all'asse; le quali vibrazioni, le cui leggi semplicissime sono, si chiamano *vibrazioni traversali.*

Ora considereremo le *vibrazioni longitudinali*, cioè quelle che si possono eccitare ne' tubi, nelle verghe nelle corde, ecc., imprimendo alle molecole loro velocità parallele all'asse.

Per esempio supponiamo che si prenda un tubo di vetro circa due metri lungo, e del diametro di tre o quattro centimetri, e che sostenendolo con una mano giusto pel mezzo, con l'altra sull'una delle sue metà si eserciti una lieve frizione con un pezzo di drappo bagnato: incontanente udirassi un suono, e con un pò di abitudine si giungerà a dargli molta lucidezza e purità. Le vibrazioni, che in tal guisa si determinano, manifestamente sono vibrazioni longitudinali. Stropicciando sempre allo stesso modo con un moto di va e vieni, ma con più o meno celerità e più o meno premendo, si potrà produrre una serie di suoni diversi e, se si rappresenta con 1 il primo suono della serie cioè il più grave, sarà facile di comprovare che gli altri si trovano rappresentati dal seguito de' numeri naturali, 2, 3, 4, ecc.; e già sarà malagevole di fare uscire il suono 4, quando il tubo non avrà più di 2 metri di lunghezza.

Gli stessi risultamenti si otterranno con lunghe lamine prismatiche di vetro o con cilindri pieni della stessa

sostanza, e del pari con tubi, lamine e cilindri di legno o di metallo. Solo per questi ultimi spesso sarà più commodo di adottare un altro modo di scuotimento: invece di stropicciare con un drappo bagnato, si potrà con un drappo coverto di resina, o, il che sarà più sicuro ancora, si potrà fissare con cera da suggellare nell'uno degli estremi del cilindro o delle lamine e sul prolungamento del loro asse un picciolo tubo di vetro cavo o pieno, della lunghezza di circa un decimetro e del diametro di 5 in 6 millimetri; allora questo tubo ausiliario è quello, che sarà scosso con un drappo bagnato, e le vibrazioni senza difficoltà si comunicheranno.

Così, quando le verghe dritte sono sostenute per mezzo e libere ne' loro estremi, esse vibrano come i tubi aperti, e *rendono de' suoni*, *i quali seguono la serie dei numeri naturali* 1, 2, 3, 4, ecc.

Facil cosa è di assicurarsi coll' esperienza che *verghe della sostanza medesima sono sempre all' unisono pel loro suono fondamentale, quando hanno la stessa lunghezza*, qualunque siasi la larghezza loro o la loro doppiezza, posto tuttavia che queste due dimensioni rimangano sempre picciole rispetto alla terza. Sicchè tutte le verghe dello stesso vetro della lunghezza di 6 piedi daranno il suono medesimo, o siano sottili o doppie, e lavorate in lamine, in tubi o in cilindri. Ma a lunghezza uguale verghe di sostanze diverse diversi suoni daranno.

Mentre questi corpi solidi sono in vibrazione, il movimento molto dissugualmente si distribuisce in tutte le molecole loro; la maggior parte fra di esse fanno delle corse più o meno grandi, ed avvene per lo contrario, ma in picciol numero, le quali rimangono sempre in riposo. La serie de' punti di riposo forma sopra la superficie delle linee, le quali son dette *linee nodali*; e noi faremo vedere dietro le ingegnose osservazioni del Sig. Savart, che nelle vibrazioni, di cui si tratta, le linee nodali segnano intorno de' tubi e de' cilindri delle curve quasi simili *alle eliche*, cioè *ai filuzzi di una vite*, e che le curve più irregolari, che intorno alle lamine prismatiche segnano, sembrano imitare ancora dell' eliche più o meno imperfette.

Dapprima supponiamo che si facciano l'esperienze su di un lungo tubo di vetro, dal quale si trae il suono fondamentale soltanto: questo tubo si tien quasi orizzontalmente; sopra quella delle sue metà, che non è stropicciata col drappo bagnato si passa un anello di carta molto sottile (*fig.* 77), di un gran diametro, e se ne osservino i movimenti; appena si fà il suono udire, l'anello scorre con prontezza nella superficie del tubo, e finalmente si ferma in un certo punto, al quale incessatamente ritorna, quando ne viene rimosso; segnisi questo punto coll'inchiostro; esso evidentemente fa parte della linea nodale. In seguito si fa alquanto girare il tubo nella mano, per condurre di sopra un'altra punta, sulla quale riposa l'anello, e si ricominciano le vibrazioni: l'anello si vede ancora sdrucciolare e fermarsi; il che dà un secondo punto della linea nodale, che come il primo si segna. Continuando a girare il tubo a poco a poco e nel medesimo verso, tutti di mano in mano si possono segnare i punti della linea nodale; e così si dimostra ch'essa forma una specie di elica irregolare, il cui passo è allungatissimo, e la quale fa molti rivolgimenti attorno del tubo. Ciò che noi abbiamo tentato di rappresentare (*fig.* 77 e 78). Rivolgendo il tubo per mettere sull'altra sua metà l'anello, vi si trova una curva del tutto simile con questa notabile circostanza, che l'una di queste curve non è continuazione dell'altra, ma tutte due sembrano partire dalla metà e rotolare nelle stesso verso; ovvero in contrario; qualche volta ancora questo rovesciamento si manifesta sopra ciascuna metà dell'asta.

L'interna superficie del tubo presenta una linea nodale consimile a quella della superficie esterna; il Sig. Savart per dimostrarne la traccia pone nel tubo ben diseccato un poco di sabbia, i cui granelli siano del pari secchissimi e molto grossi, ovvero una pallina di sughero o di cera.

Allorchè invece di trarre da un tubo il suono fondamentale si traggono i suoni 2, 3, o 4, si trovano ancora delle linee nodali simili alle precedenti; soltanto vi sono sempre 2, 3 o 4 *rovesciamenti* nella direzione dell'elica.

Le linee nodali delle verghe prismatiche sono più complicate, ma quelle delle strisce lunghissime e molto sottili, come delle strisce di vetro a specchi 2 o 3 metri lunghe da 3 a 4 centimetri larghe, generalmente presentano una notevole opposizione: dopo aver conosciuto le linee nodali di una faccia, rivolgendo la lamina si ottengono sull'altra faccia de' nodi precisamente corrispondenti ai ventri della prima (*fig.* 69).

La cagione di questi fenomeni è stata lungamente ignorata, ma il Sig. Savart l'ha poco fa discoverta, dando così alla teorica dell'acustica una base che le mancava; noi qui tenteremo dare soltanto un'immagine di questa bella memoria, ch'egli medesimo riassume nel modo seguente (*Ann. di Fisic. e di Chim.*, t. 65).

» *Primamente.* Le linee nodali indicate con la sabbia o con qualunque altro processo sulle facce de' corpi, che eseguono delle vibrazioni longitudinali, sono prodotte da inflessioni alternative ingenerate periodicamente dalle contrazioni longitudinali, e che scompariscono ad ogni dilatamento. Queste periodiche inflessioni costituiscono una specie particolare di movimento normale, che si compone di semi-oscillazioni, il cui numero è sempre uguale a quello delle vibrazioni longitudinali medesime, è che sono contraddistinte da una alterna disposizione di linee nodali, il cui intervallo sopra due facce opposite e lo stesso che quello delle linee di riposo dell'ordinario movimento trasversale, il quale lo stesso suono darebbe. Esse nel punto che si stabiliscono danno luogo ad un movimento molecolare, che è sempre parallelo alle facce ed alle punte delle verghe, ma che è in senso contrario dall'una e dall'altra parte delle linee di riposo. Sicchè vibrando una verga longitudinalmente essa in prima è il sito di un moto di contrazione e di allungamento simile a quello delle colonne di aria, che risuonan nei tubi; dipoi di un moto di flessione trasversale analogo a quello, ch'è prodotto improvvisamente in una verga compressa nel senso della sua lunghezza; ed infine di un moto molecolare longitudinale, il quale è alternatamente di senso contrario dall' una parte e dall'altra di ciascun punto d' inflessione.

» *Secondariamente*. I caratteri de' sistemi nodali dalla forma delle verghe particolarmente dipendono, dalla corrispondenza delle loro dimensioni trasversali fra di esse e rispetto alla lunghezza. I quali sistemi sono oltremodo svariati anche per le più semplici forme, quando cioè la sezione delle verghe è quadrata o circolare, i soli casi, in cui si possa determinarne il numero e prevedere l'aspetto, che possono presentare. Generalmente questi sistemi sono composti di linee nodali elicoidali, che girano o nello stesso verso dall'un capo all'altro delle verghe, o in contrario nelle due metà della lunghezza; ovvero sono formate di linee trasversali, che hanno una disposizione alterna sulle facce o su i lati opposti delle verghe, i di cui estremi cadono perperdicolarmente sopra due aste nodali longitudinali, che occupano due lati diametralmente opposti.

» *In terzo luogo*. Il paragone degli allungamenti delle verghe mercè le vibrazioni longitudinali e mercè de' pesi mostra che un lieve scuotimento molecolare può dar luogo ad uno sviluppo di forze, che sembra enorme rispetto alla cagione, che lo produce, e ch'è tanto più straordinario, che sembra proporzionale all'aia della sezione delle verghe ».

Per dimostrare le due prime di queste generiche proposizioni il Sig. Savart prima di tutto determina coll'esperienza le leggi de' sistemi nodali, che si osservano nelle vibrazioni longitudinali delle verghe, e comprova in tal modo che questi sistemi non possono di nessuna maniera dalle stesse vibrazioni longitudinali procedere, ma che risultano da un *movimento concomitante*, i cui periodi sono simili a quelli delle vibrazioni trasversali. Questo primo punto stabilito, una difficoltà si presenta, la qual sembra dapprima insuperabile: essendo le vibrazioni trasversali perpendicolari all'asse, se il moto concomitante, di cui si tratta, è della stessa natura, esso dovrebbe far saltare la sabbia perpendicolarmente alla faccia delle verghe, mentre al contrario la fa scorrere tangenzialmente, come un impulsione longitudinale farebbe. Ma il Sig. Savart solve questa difficoltà con una serie di esperimenti fuor di mi-

sura ingegnosi. Sia *a b* (*fig. 67*) una porzione di verga piegata improvvisamente di una picciola quantità, la faccia *b* si allunga e la faccia *c d* si accorcia; durante lo allungamento le molecole camminano tangenzialmente da *a* in *n* e da *b* in *n*; adunque la sabbia si smuove nello stesso verso, ed evvi in *n* un punto di riposo, o una linea nodale formata dallo scontro di questi due moti opposti della sabbia: al contrario durante l'accorciamento della faccia *c d* le molecole della stessa camminano tangenzialmente da *v* in *c* e da *v* in *d*; dunque le molecole di sabbia procederebbero nello stesso verso, allontanandosi dall' una e dall' altra parte del punto *v*, che così diviene un ventro di vibrazione. Ora che questa porzione di verga torna alla sua posizione rettilinea senza curvarsi dall' altra banda, seguirà lo stesso effetto durante il ritorno; per conseguenza se la vibrazione trasversale ha poca ampiezza, e se da un lato solo si compie, il punto *n* della convessità sarà essenzialmente un nodo, mentre il punto *v* della concavità sarà essenzialmente un ventre. Questo, che accade ad una delle porzioni della verga, accade di necessità a tutte le porzioni contigue successive, che provano delle flessioni analoghe ed opposte (*fig. 168*); e dal che segue che i nodi dell' una delle facce corrispondono ai ventri dell' altra faccia e *viceversa.*

Questo è il principio, che serve di punto di cominciamento al Sig. Savart; noi vi aggiungeremo alcuni sviluppi estratti dalla sua memoria.

» In primo luogo bisogna osservare che le verghe libere dai due capi, e che vibrano trasversalmente, possono presentare un numero pari, o un numero dispari di linee di riposo, e che quindi il moto longitudinale potrà essere isocrono col moto trasversale, ch' è accompagnato da un sistema nodale dell' una o dell' altra specie. In seguito siccome gl' intervalli tra i suoni, che compongono la serie degli armonici delle verghe libere trasversalmente vibranti, molto grandi sono soprattutto pei modi più semplici di divisione, potrà eziandio accadere che il suono longitudinale cada tra i due suoni del movimento trasversale; ma noi qui non ci occuperemo, se non del caso in cui l'isocronismo esiste naturalmente.

» Sia dunque (*fig. 69*) una verga vibrante trasversalmente e rappresentante un numero dispari di nodi o, 1, 2....; o', 1', 2',.... i quali si corrispondono: siccome i numeri delle vibrazioni delle verghe, che vibrano longitudinalmente, sol dalla lunghezza dipendono, e per lo contrario in quelli delle vibrazioni trasversali la doppiezza influisce, così è chiaro dover esservi sempre una doppiezza tale che il modo di divisione rappresentato nella figura sarà risultamento di un numero di vibrazioni uguale a quello delle vibrazioni longitudinali: ora sopprimendo i nodi 1, 3, 5, 7 sulla faccia superiore della verga, e o', 2', 4', 6', 8', sulla inferiore, si avrà una disposizione nodale su di questa medesima verga longitudinalmente vibrante (*fig. 70*), disposizione che molto volentieri s'incontra. Ma l'esperienza dimostra non esser la sola, che possa risultare da un numero dispari di nodi, e che le linee, o, 3, 5, 7 sulla faccia superiore, e le linee 1', 3', 6', 8' sulla inferiore possono eziandio disparire; ma in tal caso i nodi 4 e 4' (*fig. 72*) si allontanano alquanto dal mezzo della lunghezza della verga, in modo che gl'intervalli 3, 4 e 4' 5' diventano alquanto più grandi, che i ventri delle vibrazioni del movimento trasversale. Nel primo caso il modo d'inflessione della verga è semplicissimo, essendo le parti vibranti tutte di uguale lunghezza (*fig. 71*); nel secondo (*fig. 73*) sonovi nel mezzo della lunghezza due parti vibranti più corte assai delle altre; e sembra che le due metà della verga si pieghino l'una indipendentemente dall'altra. Ma ciò che segue nel mezzo della lunghezza non è altro che una conseguenza di questo, che cominciando le contrazioni longitudinali dall'estremità della verga ei può accadere che vi producano delle curvature, il cui senso sia opposto per parti vibranti egualmente lontane dalla metà della lunghezza; mentre che nel modo d'inflessione (*fig. 71*) queste curvature si fanno dallo stesso lato dell'asse. Adunque essendo in tal modo sforzato lo stabilimento delle due picciole parti vibranti della metà della lunghezza, s'intende bene che il movimento in questo punto debb'essere sempre più o meno irregolare; del pari le linee nodali 4,4' sono sem-

pre malissimo disegnate e sovente obblique ai lati della verga invece di essere loro perpendicolari, come tutte le altre sono; accade ancora spessissimo che la sabbia, invece di muoversi parallelamente ai lati è trascinata in direzioni obblique, o secondo curve più o meno irregolari. Ciò non ostante questo modo di divisione è quello forse, che più spesso all'osservazione si offre.

» Ora supponiamo che la verga, tutta serbando la stessa lunghezza venga a scemare un poco in doppiezza, per conseguenza rimanendo il suono longitudinale lo stesso; bisognerà che la maniera di divisione trasversale si modifichi: ammettiamo che la diminuzione sia tale, perchè possa aver luogo l'isocronismo dei due movimenti, che la verga trasversalmente vibrante presenti un numero pari di nodi (*fig. 74*): se si mostrino i nòdi 2, 3, 5, 7 sulla faccia superiore ed i nodi 0', 2', 4', 6' sulla inferiore, si avrà una disposizione nodale della verga longitudinalmente vibrante (*fig. 75*), disposizione che di frequente si offre: se per lo contrario si mostrino i nodi 1, 3, 5, 7 sulla faccia superiore, e sulla inferiore i nodi 1', 3', 4', 6'; si avrà nel caso delle vibrazioni longitudinali per modo di divisione la disposizione rappresentata (*fig. 77*). Nel primo caso il modo d'inflessione della verga fia semplicissimo (*fig. 76*); nel secondo (*fig. 78*) più complicato: la verga nel mezzo della sua lunghezza presenterà una parte vibrante per metà più corta delle altre, ed apparirà in *m* una linea, in cui la sabbia si riunirà, ed a picciolissima distanza dalla quale ci sarà un movimento in senso contrario per andare a formare i nodi 3' e 5'. Questo modo d'inflessione s'incontra più spesso del precedente: esso al pari di quello della figura 73 è una conseguenza di ciò, che le curvature si stabiliscono in prima negli estremi, ed al medesimo verso che affettano. Il paragone delle figure 76 e 78 chiaramente dimostra questa influenza esercitata dal senso delle curvature ».

Adunque le verghe a sezione rettangolare, che vibrano longitudinalmente sono atte di affettare quattro modi di divisione ben distinti, cioè: i modi *a* ed *a'* (*fig. 70* e *71*) che risultano dalle vibrazioni trasversali, il cui nu-

mero di nodi è dispari; ed i modi $b\ b^1$ (*fig.* 75 e 77), che per lo contrario risultano dalle vibrazioni trasversali, il cui numero di nodi è pari. Questi quattro modi possono combinarsi fra loro, e con le loro combinazioni coesistenti il Sig. Savart spiega i fenomeni tanto intrigati, che presentano le verghe quadrate o prismatiche, i cilindri, i tubi e le corde. In tal modo per esempio i tubi danno le bizzarrissime linee nodali della figura 79 o le linee nodali meno discontinuate della figura 80, che derivano dalle prime.

Per dimostrare la terza proposizione generale, che abbiamo riferita più su (*pag.* 83), il Sig. Savart ha determinato con esperienze molto precise gli allungamenti, che acquistano le verghe durante le loro vibrazioni longitudinali, ed ha potuto così comprovare che pel rame, ottone, acciaro, ferro e legno questi allungamenti spesso si trovano di 1 dieci-millesimo e mezzo o 2 dieci-millesimi della lunghezza, cioè circa 2 decimi di millimetro per verghe di 1 metro, o che siano sottili o doppie. Ora il peso, che sarebbe necessario per produrre col traimento un allungamento uguale dovrebb'essere considerevolissimo, se si applicasse soltanto a verghe di qualche centimetro di diametro; adunque ne risulta una specie di paradosso meccanico in ciò, che una semplice vibrazione determina uno sviluppo di forza prodigioso. Per darne ragione in modo evidente ei basta incollar con la cera un picciol tubo di vetro ad un grosso trave di legno, poi mettere il tubo in vibrazione toccandolo con drappo bagnato: incontanente tutta la massa del trave entra in vibrazione longitudinale, e si allunga e si contrae; e bisognerebbero enormi pesi agenti per traimento o per compressione, perchè soffrisse quei cangiamenti di dimensioni, che un lieve stropiccìo le può imprimere.

In quel che precede non abbiamo parlato di altro, che de' modi di vibrazioni convenienti alle verghe, i cui estremi son liberi, ma consimili fenomeni si sviluppano, quando si fissano solidamente i due estremi o semplicemente uno solo.

Il Sig. Cagniard de La Tour ha fatto numerose espe-

rienze sulle vibrazioni longitudinali de' lunghi tubi ripieni di liquido. In questo caso tutta la massa liquida partecipa delle vibrazioni delle pareti, e quindi ne risultano de' dilatamenti e delle contrazioni molecolari considerevoli, che determinano delle soluzioni di continuità più o meno apparenti. Ma non sono questi notabili fenomeni stati sommessi ad un'analisi molto rigorosa, nè molto compiuta, perchè ci si renda possibile di qui riassumere i risultamenti delle osservazioni. (*Ann. di Fis. e di Chim*, t. 56).

338. *Vibrazioni dei corpi, una sola dimensione de' quali è picciola rispetto alle due altre. Piastre, membrane, campane* ecc. — Per far vibrare le piastre si può adoperare le molle della figura 103 dopo averle fortissimamente fissate in un sostegno; la piastra *p* è presa tra il cilindro *a* e la vite *b*, che terminano l'una e l'altra in un pezzo conico di sughero o di pelle di bufalo; quando è molto fortemente premuta si scuota con un archetto, e se ne trarranno de' suoni puri, di cui è facile prender l'unisono su di un pianoforte.

In tal guisa procedendo da principio si dimostra questo primo risultamento generico che, qualunque sia la sostanza della piastra, legno, terra cotta, vetro, metallo, ecc; qualunque sia la sua forma, quadrata, triangolare, rotonda, ellittica ecc.; sempre se ne possono ottenere dei suoni oltremodo svariati, salendo dal grave all'acuto con graduazioni più o meno prossime. Parimente si conferma questo secondo risultamento che la piastra, per ognuno de' suoni che rende, si divide in *parte vibrante* ed in *linee di riposo* o *linee nodali*, che offrono una disposizione particolare con questa notevole circostanza, che, siccome il suono s'innalza, così l'estensione delle parti vibranti diviene più picciola, e più quindi moltiplicate le linee nodali.

Per dimostrare questo punto essenziale s'impolvera la superficie superiore della piastra con sabbia secca e sottile: allora la sabbia al primo suono, che si produce, entra in moto, salta e ricade molte volte in un secondo, e respinta sempre dalle parti vibranti va ad accumularsi sulle parti immobili e segna in tal modo la traccia delle

linee nodali. Il Sig. Savart ha immaginato un mezzo molto ingegnoso di rilevare in un modo perfettamente corretto quelle figure, che spesso sarebbe impossibile copiar con la matita, tanto sono complesse e bizzarre: il perchè in luogo della sabbia egli usa dei pani di girasole polverizzati con gomma, ridotti poscia in pasta, seccati di nuovo polverizzati e passati per setaccio per avere granelli uguali e di convenevol grossezza. Quando questa polvere colorata ed igrometrica ha delineato su di una piastra le linee nodali corrispondenti ad un suono noto, ei basta di applicar sulla piastra un foglio di carta lievamente inumidito con acqua ingommata, e poscia di esercitare una pressione bastante ad imprimere sulla carta la figura, che portava la piastra. Così il Sig. Savart è giunto nel tempo stesso a notare molte centinaia di suoni prodotti da una piastra medesima, ed a raccorre per paragonarle tra loro tutte le figure ad essi suoni corrispondenti.

Piastre quadrate. — La figura 102 per esempio rappresenta 70 figure prodotte da una stessa piastra quadrata; queste figure sono disposte in ordine metodico del quale indicheremo la chiave. La cifra, che sta a sinistra della marca al di sopra di ciascuna figura, segna il numero delle linee nodali orizzontali, e quella che sta a diritta il numero delle linee nodali verticali: le linee reali, come si può vedere, non sono continue, ma più o meno rigirate, pure possono ricondursi sempre alle direzioni orizzontali e verticali. Noi dobbiamo eziandio notare che le diagonali sono prese per linee verticali, a cui decomponendosi si avvicinano. Le cifre, che sono in cima di ciascuna serie, indicano la differenza fra il numero delle linee orizzontali ed il numero delle linee verticali, così la cifra 3, che sta in cima della quinta serie, annunzia che in tutta questa serie le linee nodali verticali, eccedono di 3 le linee nodali orizzontali. Il Signor Savart fa pure osservare che quando il numero di queste ultime è la metà delle prime vi sono de' piccoli cerchi chiusi in un quadrato, situato diagonalmente, come si vede per 2|4, 3|6, 4|8, 5|10; e che, quando è il terzo, i piccoli cerchi sono in quadrati retti, come 2|6, 3|9.

Oltre siffatte figure della piastra quadrata il Signor Savart ne ha rilevato molte altre corrispondenti a suoni intermedii; le quali, come si suppone, non si ottengono senza fissare sulla piastra parecchi punti, che debbono appartenere a delle linee nodali (ved. il sostegno, *fig. 104*).

Chladni aveva pensato che, considerando soltanto le figure, le quali hanno uno stesso numero di linee nodali verticali ed orizzontali, i numeri delle vibrazioni corrispondenti sono tra loro come i quadrati delle linee nodali: ma il Signor Savart ha fatto vedere che questa legge dà sempre numeri di vibrazioni assai piccioli o suoni assai gravi, e che l'errore è tanto più grande, quanto più è considerevole il numero delle linee nodali. Così l'errore è grandissimo per il suono corrispondente a 15 linee nodali verticali e 15 orizzontali.

Le piastre triangolari, rettangolari, o poligonali danno figure consimili alle precedenti, ma nelle quali non si trova la spezie di simmetria binaria delle piastre quadrate.

Piastre circolari. — Una piastra circolare dà pure una moltitudine di suoni, a ciascuna de' quali appartiene una determinata figura; ma l'unione di queste figure può essere riferita a tre sistemi diversi, cioè il ***sistema diametrale***, il ***sistema concentrico***, ed il ***sistema composto.***

Il ***sistema diametrale*** è composto unicamente di diametri, che dividono la circonferenza in un numero pari di parti uguali: nella figura più facile ad ottenere si contano 2 diametri e 4 parti nella circonferenza (*fig. 105*); in seguito 3 diametri e 6 parti, ecc.

Ne' cerchi metallici, che hanno 3 o 4 decimetri di diametro, spesso si possono contare fino a 36 o 40 parti nella circonferenza; ed è facile di vedere perchè in questo modo di divisione per linee rette sempre le parti debbono essere uguali ed in numero pari: dappoichè 1° è chiaro che tutte queste parti deggiono vibrare all'unisono, cioè compiere nel tempo stesso lo stesso numero di oscillazioni; e poichè le son disposte nella stessa guisa bisogna che le siano uguali in estensione; 2° due parti

contigue deggiono avere movimenti opposti dall'una e dall'altra parte della linea nodale, cioè l'una dee passare a diritta della sua pristina posizione, mentre l'altra passa a sinistra, e *vice-versa*; il che non potrebbe aver luogo, se le parti fossero in numero dispari.

Nel *sistema concentrico* tutte le linee nodali sono circonferenze, il cui centro sta nel centro della piastra.

Il caso più semplice è quello di una sola linea nodale (*fig. 106*); se ne possono ottenere due o tre o di più. Per riprodurre più agevolmente queste figure il Sig. Savart al pari del Sig. Chladni prende delle piastre di un gran diametro, ma ei le perfora nel centro di un buco circolare del diametro di quattro o cinque millimetri; in questo buco si fa passare uno stoppino di crini a guisa di archetto (*fig. 107*), la piastra vuol'essere sostenuta soltanto in alcuni punti delle linee nodali, che si voglion produrre.

Nel *sistema composto* le linee nodali sono diametri più o meno curvi e circonferenze più o meno alterate nei loro contorni. Le figure 108 e 109 rappresentano alcune delle numerose forme, alle quali si può pervenire. Più o meno abilità si richiede per ottenerle, ma il principio consiste in premere co' diti uno o molti de' punti, onde deggiono passare le linee nodali.

Il Sig. Savart ha studiato ancora le figure prodotte dalle piastre circolari, la sua memoria su tal subbietto non è ancora pubblicata, ma gli è piaciuto comunicarmi alcune osservazioni essenziali a questo risguardo; egli ha osservato per esempio che nel sistema diametrale i raggi cessano di prolungarsi sino al centro, non appena il numero loro diviene un pò grande; ed allora le parti centrali della piastra producono generalmente de'suoni armonici, cioè i suoni 2, 3, e 4; prendendo 1 per il suono prodotto dalle parti della piastra, che sono prossime alla circonferenza. Basterebbe la figura 111 ad indicare quanto sarebbe facile ad ingannarsi sulla direzione della linee nodali, se non ci fosse un mezzo esattissimo d'imprimerle nell'istante che si producono.

Lo scostamento delle linee nodali è un fenomeno note-

volissimo eziandio dovuto alla rara sagacia del Sig. Savart. Ecco in che consiste: prendendosi un disco di ottone ben lavorato circa 4 decimetri di diametro e 2 in 3 millimetri doppio. disponendolo come nella figura 110, e scuotendolo per l'orlo con un archetto, dopo avere sparso sulla sua superficie della polvere di muschio, la quale è molto più leggiera della sabbia, incontanente si osserva che queste linee nodali per certi suoni gravi e pieni, che corrispondono ad una figura diametrale di 4, 6, od 8 raggi, non rimangonò fisse; esse provano un movimento distintissimo di oscillazione, ed anche il moto dell'archetto continuando si giunge a farle girare con un moto di rotazione continuo, in modo che allora la polvere di muschio forma un rapido turbine, che percorre la superficie del disco in una certa distanza dalla circonferenza e rimanendole parallela. La qual esperienza è una delle più importanti, che si possano fare colle piastre circolari. Il Sig. Savart spiega nel seguente modo questo fenomeno: ne' dischi meglio lavorati l' elasticità non è in tutt' i versi la stessa; due diametri vi sono corrispondenti l'uno alla minima elasticità ed alla massima l'altro; ciò posto, scuotendo con l'archetto il disco toccando un tal punto, che le linee nodali tendano a situarsi su questi diametri, le linee nodali saranno immobili, ma un altro punto toccando, essendo le flessioni, che l'archetto produce su'gli orli del disco, non simmetriche, le linee nodali, che allora si formano, tendono a ritornare alla loro pristina posizione, e per questo dall'una e dall' altra parte della stessa esse oscillano, ovvero si mettono a girare con un movimento continuo, quando le corse grandissime del disco danno loro bastante ampiezza, che possano cansare il luogo loro di riposo.

Campane. — Generalmente le campane eseguono delle vibrazioni perpendicolari come le piastre, e si dividono pure in diverse parti, separate da linee nodali, la cui traccia può essere irregolare oltremodo. Per acquistare un'idea di queste linee nodali ci basta porre acqua o mercurio in una campana o in un gran vetro con piede, e di scuoterne l'orlo con un archetto; allora si vedrà la superficie liquida distintamente dividersi, per cagion d'esem-

pio, come nelle figure 113 e 114, dove sonovi 2 diametri perpendicolari, le cui estremità corrispondono a 4 linee nodali perfettamente condraddistinte. Si può ancora confermare che queste linee nodali si rimuovano, come nelle piastre circolari.

Membrane. — Le membrane presentano de' modi di vibrazione, che non sono senz'analogia con quelli delle piastre solide; del che si può rendersi certi con della carta o carta pecora, o, il che è anche meglio, con pellicola molto pieghevole ed uguale: solo vuolsi adoperare un mezzo particolare per tendere e per scuotere queste specie di piastre troppo sottili per sostenersi da sè medesime. Il Sig. Savart, che ha fatto di questi fenomeni uno studio particolare, fissa le membrane per gli orli loro, incollandole sopra quadri di legno o sull'apertura di una campana di vetro; ei le bagna più o meno per dar loro delle tensioni più o meno grandi, poi per scuoterle accosta in qualche distanza un campanello vibrante, ovvero un tubo di organo il cui suono è pieno e sostenuto: non appena fa il suono udirsi, la membrana vibra come se fosse scossa direttamente; i granelli di sabbia, che la ricoprono saltano sulla sua superficie, e si cumulano su'punti di riposo per disegnarvi le linee nodali. Le figure, che si ottengono, sono fuor di misura svariate, e dipendono dalla tensione della membrana e dall'acutezza del suono che la colpisce.

Il Sig. Savart ha tentato di far l'analisi della serie delle figure, che può dare una membrana scossa, come testè dicemmo, e noi qui riferiremo le osservazioni da lui fatte su questo importante subbietto (*Ann. di Fis*, *e di Chim*, t. 32, pagina 386).

« Per maggiore semplicità io supporrò sempre che siasi ottenuta dapprima una figura composta da linee nodali rettilinee, che si tagliano rettangolarmente, ed esaminerò per quale cammino possa questa figura passare ad un'altra composta di linee parallele soltanto.

« Io per esempio suppongo che si sia giunto a produrre il modo di divisione rappresentato dal n° 1 della figura 115: se la tensione della membrana è costante ed il suo-

no diventa alquanto più acuto, potrà accadere che gli angoli opposti alla cima in *aa'*, *bb'*, *cc'*, *dd'*, si disuniscano come nel n° 2, che a poco a poco prenderà l'aspetto de' nⁱ 3, 4, e 5, se il suono sale sempre; e poscia quello del n° 6 composto di 4 linee parallele soltanto; ma questo mezzo di passare dal primo modo di divisione a quello del n° 6 con questa prima specie di separazioni degli angoli, non è il solo che possa adoperare la membrana; le figure 116, e 117 presentano esempi di trasformazioni diverse, onde la può giungere ancora allo stesso scopo di 4 linee parallele. Può eziandio accadere (*fig. 118*), che gli angoli opposti in *aa'bb'cc'dd'*, siano quelli che si dividono sul principio, e che la figura delineata dalla sabbia acquisti di mano in mano l'aspetto de' numeri 2, 3, 4, 5 e 6; ovvero che questa divisione abbia luogo come nel n° 2 delle figure 119 e 120, il che produrrà eziandio novelle modificazioni nelle successive figure, che meneranno a 4 linee parallele. Da ultimo potrà pure accadere che gli angoli opposti non si dividano come nel n° 2. della figura 121, che passa al n° 6 mercè semplici inflessioni delle linee rette in senso contrario.

» Ora 4 linee parallele possono passare ad altri numeri di linee parallele o rettangolarmente dirette, la figura 122 presenta una trasformazione di questo modo di divisione a due linee nodali parallele, e la figura 123 un passaggio dello stesso modo di divisione a 4 linee parallele del pari, ma rettangolarmente tagliate da due altre rette.

» Generalmente quando si comincia da una figura composta di linee, che si tagliano rettangolarmente, il carattere delle successive modificazioni dipende dal modo, onde gli angoli opposti alla cima si disgiungono: ciò che può chiarissimamente vedersi nelle figure 124 e 125, che sono passaggi di 4 linee parallele. Al contrario partendo dalle linee parallele si può generalmente dire, che il carattere delle modificazioni dipende dalle diverse inflessioni, che queste linee possono ricevere: e così accade che nelle stesse figure 124 e 125 i nⁱ 5 considerati come prime modificazioni delle linee rette deggiono produrre fenomeni diversissimi, da questo dipendendo che nell'uno le

linee si curvano dapprima in fuori, mentre nell'altro le si curvano in dentro. Ma di tutte le modificazioni, a cui le linee rette possono dare nascimento, non ve ne sono che offrano fenomeni più notabili di quelle procedenti dalle inflessioni alternative, che queste linee possono a prima vista acquistare, secondo che si presentano due curvature in un senso ed una nell' altro, o tre in un senso e due nell'altro, ec. ec. Notabili esempi se ne veggono (*fig. 126 e 127*).

» Adunque da queste osservazioni non solamente risulta che le membrane quadrate sono atte di produrre tutt' i possibili numeri di vibrazioni, e che in un modo particolare le si dividono per ciascuno di questi numeri, ma ancora che uno stesso numero di vibrazioni può essere da molti modi di divisione dato. Quanto alle membrane, i cui contorni sono diversi, circolari, triangolari ec., esse presentano fenomeni simili, comecchè più implicati. Così è per esempio che in una membrana circolare (*fig. 128*), tre linee diametrali possono gradatamente passare a tre linee parallele e poscia ad una sola diametrale accompagnata da una sola linea circolare: che cinque diametrali possono passare a cinque linee parallele, e quindi ad altri modi di divisione, per cagione di esempio a due linee circolari divise da una diametrale sola.

» Le trasformazioni successive delle linee nodali assai più sono malagevoli ad osservare sulle lamine rigide che non sopra le membrane; perocchè, siccome non si possono produrre determinati modi di divisione se non rendendo immobili molti punti della superficie di questi corpi, quasi sempre accade che questi punti appartengagono contemporaneamente ad uno od a molti altri sistemi di linee nodali, in modo che spesso da un suono gravissimo si cade ad uno acutissimo, e reciprocamente, senza potere passare per gli intermedii. »

Questi notevoli risultamenti non possono essere senza influenza su i fenomeni dell' udito, dappoichè la membrana del timpano è consimile a quella, che il Sig. Savart ha sottomesse all' esperienza; io qui aggiungerò pure quest' altra osservazione del Sig. Savart, che le membrane, producendo senza dubbio de' suoni armonici come le pia-

stre circolari con le vibrazioni delle loro parti centrali, probabilissima cosa è che ascoltando un istrumento, il quale un solo suono produce, nondimeno ci accada di udire ad un tempo questo suono solitario ed i suoi armonici, prendendo questi origine nello stesso organo nostro a cagione della sua costituzione.

339. *Effetti dell'aria sulla forma delle linee nodali.* — Il Sig. Faraday aveva osservato che le linee nodali, che si ottengono nel voto, non sempre hanno esattamente la stessa apparenza di quelle, che nell'aria si ottengono, quando soprattutto si fa uso della polvere di muschio; il Sig. Savart ha confermati questi risultamenti con molte decisive esperienze, ed ha nel tempo stesso assegnata la verace cagione di tal differenza. Egli ha comprovato che una qualsiasi piastra di una certa larghezza non può vibrare nell'aria, senza che si formino dall'una e dall'altra parte delle linee nodali, de' piccioli turbini notevolissimi, che traggono dietro di se le leggere polveri, e le depongono nel punto, dove si congiungono, e dove la velocità loro tende di premerle sopra la piastra. Per esempio immergendo nell'acqua l'estremità di una lamina larga, che vibri in modo che vi abbia una linea nodale in mezzo della sua lunghezza, distintamente si vede mercè le polveri ondeggianti nel mezzo dell'acqua un doppio turbine rappresentato nella figura 129. Ora quel che si produce nell'acqua, nell'aria si produce del pari, e si comprende che nell'incrociamento delle linee nodali modificandosi questi turbini opposti l'un l'altro, ne deggiono per lo meno in apparenza, ora risultare de' punti, ora delle linee di riposo suppletorie, dove la polvere leggera si deposita, comecchè in realtà si producano delle vibrazioni sotto i fallaci depositi; sono questi i punti e le linee suppletorie, che dispariscono effettivamente nel voto.

340. *Vibrazioni de' corpi, che non hanno in tutti i versi la stessa elasticità* — Il Sig. Savart ha pubblicato sù tal subbietto due memorie oltremodo importanti (*Ann. di Chim. e di Fis.*, t. 40) delle quali noi qui non possiamo dare altro, che un'analisi breve.

In prima egli ha osservato che, facendosi vibrare una

piastra ellittica omogenea di vetro o metallica (*fig. 88*), il sistema di due linee diametrali perpendicolari immancabilmente si situa secondo le direzioni del grande asse *a a'*, e dell'asse picciolo *b b'*; e che, volendosi scostare questo sistema per forza scuotendo una delle estremità di questi assi, esso si rimuove col fatto, ma non senza alterarsi, conciosiachè si muta in una specie d'iperbole *h h'*, ed *y y'*, il primo asse della quale è secondo il grande asse dell'ellissi diretto, il suono allora, è più grave.

Maggiore sforzo bisogna a piegare l'ellissi secondo *a a'* che secondo *b b'*; sicchè il primo asse dell'iperbole è diretto secondo la maggiore resistenza alla flessione.

Consimili fenomeni presenta una piastra circolare di ottone, quando se ne è diminuita l'elasticità in un senso con molti tratti di sega paralleli, che hanno solo tolto una parte della doppiezza sua. In siffatto stato il sistema delle due linee diametrali perpendicolari non può girar più intorno al suo centro; l'una delle linee, che lo compongono, rimane fissata nella direzione parallela ai tratti di sega, e l'altra perpendicolarmente; ma scotendo questi punti, si sfigura e diventa un'iperbole, il cui primo asse è tuttavia diretto secondo la maggior resistenza alla flessione.

Ad istudiare poi i fenomeni presentati dalle piastre, la cui elasticità varia gradatamente in sensi perpendicolari o in sensi diversi, il Sig. Savart ha tagliato un gran numero di piastre circolari di legno aventi le facce loro parallele più o meno inclinate o al piano delle fibre, o alle fibre stesse. Per esempio supponiamo che *c c'* (*fig. 89*) rappresenti un cubo di legno di faggio, la cui superficie *p* sia parallela al piano delle fibre, la faccia *t* perpendicolare al lor taglio, e la faccia *b* perpendicolare al loro capo. Avendosi molti cubi simili fatti dello stesso pezzo di faggio, tutti senza difetto e perfettamente omogenei fra loro, se ne potranno tirare piastre della stessa doppiezza e dello stesso raggio, che si potranno poscia paragonare, come se dallo stesso cubo venissero: le une saranno tagliate perpendicolarmente alla faccia *p* nelle direzioni *p m*, *p m'*, *p d*, e nelle direzioni intermedie; e le altre perpendicolarmente alla faccia *t*, anche nelle direzioni *t m*, *t m''*, *t d*, ecc.; le altre in fine per-

pendicolarmente alla faccia *b*, e del pari secondo le direzioni *b m'*, *b m''*, *b d*, ecc. Facendo vibrar tutte queste lamine, ma solo per ottenere il sistema delle linee nodali diametrali perpendicolari, o il sistema delle due branche iperboliche, il Sig. Savart ha rinvenuto delle corrispondenze notevoli tra le posizioni di essi sistemi e le direzioni de'diversi assi di elasticità del legno di faggio. Egli ha ravvisato che i numeri di vibrazioni non sono che indirettamente ligati co'modi di divisione, potendo due simili figure nodali risultare da suoni diversi, e reciprocamente uno stesso suono da due diverse figure nodali. Infine in queste piastre eterogenee tutt'i modi di divisione sono doppi, cioè ciascun modo di divisione particolarmente considerato, può sempre, soffrendo purtuttavia delle alterazioni più o meno considerevoli, stabilirsi in 2 determinate posizioni.

Facendo vibrare tre picciole verghe prismatiche a base quadrata, che siano state in cubi simili ai precedenti tagliate, e secondo le direzioni *d c'*, *d f* e *d r*, il Sig. Savart ha dedotto dai suoni dati con queste verghe la corrispondenza delle resistenze, che il legno di faggio oppone alla flessione in questi tre versi rettangolari. E trova che rappresentando con l'unità la resistenza alla flessione secondo *d c'*, questa resistenza è 2, 25 secondo *d r*, e 16 secondo *d f*.

Il Sig. Savart ha sottoposto il cristallo di rocca ad investigazioni consimili. Non s'ignora che tal sostanza si offre per lo più in natura sotto la forma di un prisma esaedro terminato in due piramidi (*fig. 90*); la linea *s s*, che congiunge le due cime della piramide è l'asse del cristallo. Ora nelle piastre perpendicolari a questo asse potendo il sistema delle due linee nodali diametrali perpendicolari, (*fig. 91*) generalmente girare intorno del centro senza sensibile alteramento, di qui procede che l'elasticità è quasi secondo tutt'i raggi la stessa.

Non tutte le piastre tagliate parallelamente all'asse hanno la stessa elasticità: quelle, le quali passano per l'asse e per uno de'raggi del taglio *a b c d e f* del prisma (*fig. 92*) danno le linee nodali perpendicolari o il

sistema iperbolico (*fig. 93*), mentre quelle, che passano per l'asse e sul cateto *o p* della precedente sezione non possono offrire altro, che due sistemi iperbolici quasi consimili, ma purtuttavia corrispondenti a suoni diversi (*fig. 29*). Gli assi di siffatti iperboli sembrano far tra di essi un angolo di 51 o 52°.

Altre piastre in diverse direzioni tagliate danno ancora risultamenti diversi, ed il Sig. Savart è indotto a conchiudere dal totale di queste esperienze che il cristallo di rocca sembra avere tre sistemi di elasticità ciascuno rappresentato da tre linee. Egli si sforza ancora di dedurne le direzioni con ingegnose considerazioni, ma noi qui non possiamo entrare in tutti questi particolari, nè nella discussione, che li dovrebbe accompagnare.

340. bis. *Vibrazioni de' corpi, niuna dimensione de' quali è picciola rispetto alle altre.* — Da quanto precede manifestamente risulta che qualsivogliano masse solide possono entrare in vibrazione, come le verghe e le lamine o le membrane, che durante i movimenti loro le si dividono in diverse parti vibranti le une separate dalle altre da *superficie nodali* più o meno irregolari. Sicchè, quando una massa di legno, di pietra o di ferro rimbomba sotto il picchiar del martello, possono colla mente seguitarsi tutte le pressioni, che si comunicano di mano in mano in tutte le direzioni, dalla prima molecola, che riceve il colpo fino a quelle che ne sono più lontane, e questa diffusione del moto ha luogo come in una colonna di aria, per onde condensate o rarefatte; se non che le onde son di tanto più corte, di quanto è meno compressibile la materia. Ma per iscuotere masse alquanto considerevoli e ritrarne de' suoni puri e sostenuti sempre si provano grandi difficoltà, ed è senza dubbio per questo, che finora sol pochissimi esperimenti si sono fatti su tal subbietto. Nondimeno masse di sostanze diverse e di diverse forme offrirebbero modi di divisione e tracce di linee nodali, che senza dubbio sarebbero il più efficace mezzo di studiare la loro interna struttura e tutte le circostanze della loro elasticità.

341. *Delle vibrazioni dei corpi in diversi mezzi.* — I corpi possono vibrare in diversi fluidi elastici ed anche in diversi liquidi, siccome fanno nell' aria; ma s'intende che l'inerzia e la resistenza del mezzo ambiente debbono esercitare un'influenza sopra la rapidità delle vibrazioni, e quindi sul numero loro e sul tuono del suono che ne risulta. Siffatta influenza e tanto più grande quanto la stessa massa fluida, che il corpo solido deve rimuovere nei suoi movimenti, è più considerevole. Sicchè le vibrazioni perpendicolari alla superficie di congiunzione di un solido e di un liquido molto più saranno modificate che le vibrazioni tangenti ad essa superficie. Per esempio il Sig. Savart ha ravvisato che un disco di vetro, scosso da un picciol tubo fissato nel suo centro e perpendicolarmente alla sua superficie nell'acqua dà un suono più grave che nell'aria; le linee nodali concentriche, che allora si osservano, non restono anche le stesse: nell'acqua le si allontanano dal centro. Il qual fenomeno, ch'è distintissimo passando dall'aria nell'acqua, deve ancora prodursi ma con meno intensità, quando lo stesso corpo si fa di mano in mano vibrare in fluidi elastici differenti per la natura loro o solo per la lor densità.

Minime sono le differenze nelle vibrazioni tangenziali: così una lamina od una verga, che vibra nella sua lunghezza, rende sensibilmente lo stesso suono, sia che trovisi immersa nell'aria, nell'acqua, o nel mercurio eziandio.

CAP. IV.

Del moto di vibrazione delle masse fluide.

342. *Diversi mezzi di far vibrare i liquidi.* — Quando due corpi solidi urtati sotto acqua eccitano un rumore, che rimbomba da lungi, il liquido è scosso *direttamente* in tutt' i punti, in cui tocca le superficie de'corpi solidi vibranti; ed allora è scosso, come lo sono i gas dai fremiti di una campana. Ed è pur con un urto diretto che le vibrazioni normali de' dischi e le vibrazioni longitudinali delle verghe, di cui abbiamo precedentemente parlato, possono scuotere l'acqua, il mercurio o gli altri liquidi. Così potrebbesi pensare che l' urto de'solidi è indispensabile per far vibrare i liquidi: ma il giuoco della sirena può eccitare nell' acqua, ed anche senza dubbio in tutt' i liquidi, vibrazioni sonore, che diversa origine hanno. Se ne fa la prova nel modo che segue: *v* è un vaso largo e profondo (*fig. 66*), nel quale si aggiusta solidamente una sirena in *s*; il tubo porta-vento *t* è chiuso da una chiave *r*, e quivi addiventa un tubo porta-liquido, conciosiachè comunica con un tubo di piombo *p* ripieno di acqua, che scende da un serbatoio alto 12 in 15 piedi. Essendo l' apparecchio aggiustato mettasi acqua nel vaso *v* fino al di sopra del piatto mobile della sirena, aprasi la chiave *r*, e l' acqua incontanente zampilla, il piatto gira, ed un suono distintissimo si ode. Si potrebbe pensare che il suono si comunichi pei sostegni dello strumento, i quali s' innalzano pure al di sopra del livello: ma questi sostegni tosto vengono essi stessi nascosti dall'acqua che giunge, e quando tutto l'apparecchio è sommerso molti pollici sotto l' acqua, il suono si fa udire ancora, e sembra eziandio più puro e meglio sostenuto.

Il liquido dapprima spinto nelle aperture della tavola e del piatto, poi fermato, quindi nuovamente spinto e fermato, e così di seguito con rapide alternative, prova esattamente lo stesso, che i gas nelle circostanze medesime.

Senza dubbio altri mezzi ancora vi sono per eccitare ne' liquidi delle vibrazioni sonore senza il percuotimento de' solidi: per esempio si sa che una corrente di scintille elettriche produce un rumore netto e sostenuto nel mezzo di una massa liquida; e probabilmente, se si aggiustasse nel mezzo dell' acqua un apparecchio per accendere con l'elettricismo bollicine del miscuglio tonante d'idrogeno ed ossigeno, che celeremente si succedessero, si produrrebbero in tal guisa de' suoni intensissimi, senza impiegare altri solidi che i capi di sottil filo, che arrecassero il fluido elettrico; ai quali si potrebbero anche sostituire picciole colonne di mercurio contenute in tubi di materia pochissimo elastica.

343. *Diversi mezzi di eccitar le vibrazioni sonore ne' gas.* — Già da noi si è veduto come possono essere eccitate nell'aria delle vibrazioni dall'esplosione di una polvere fulminante, dalla percossa di una massa elastica, come un campanello, una campana, od un tamtam, e dalle rapide oscillazioni delle corde, delle verghe o delle piastre. Si è pure indicato come l' esile lamina di aria, che si va a rompere contro l'ugnatura del tubo di organo determina un' oscillazione in tutta la colonna di aria circostante: il cangiamento di pressione, che sopraggiunge in un punto di questa colonna elastica, rapidamente si comunica in tutta la sua estensione, tutte le molle molecolari reagiscono le une sulle altre, e la colonna vibra nel suo totale per la stessa cagione, che un cilindro solido vibra in tutta la sua massa, quando è scosso in un qualsiasi punto.

E lo stesso fenomeno si produce ancora nel flauto e nella tromba marina di Allemagna, con questa sola diversità, che l'aria nel primo caso è spinta contro l'orlo dell'apertura, mentre nel secondo è l'apertura stessa respinta contro l' aria dalla rotazione dell'istrumento.

Nei fischi o richiami adoperati da' cacciatori per imitare il grido degli uccelli (*fig. 61* e *62*) il fenomeno sembra alquanto più complicato. Le vibrazioni sono prodotte ancora dalla corrente d'aria, ma qui la corrente trae dietro del suo moto una parte del fluido contenuto nella cavità dell'apparecchio, nè il fluido in tal modo rarefatto

essendo atto più di sostenere la pressione atmosferica, l'aria esterna rientra, e con eccesso; allora novella rarefazione prodotta dal trascinamento della corrente, e novella entrata determinata dalla pressione esterna, ecc. In tal modo tutta la massa di aria della cavità alternamente rarefatta e compressa compie oscillazioni, che si comunicano al di fuori.

E con simile giuoco il Sig. Savart spiega i suoni acuti e svariati, che si possono produrre con la bocca soffiando. I labbri sporti ed alquanto premuti formano in certo modo la calotta del richiamo (*fig. 61*), e le vibrazioni sono prodotte, dappoichè l'aria è alternamente rarefatta dalla corrente e dalla pressione esterna compressa. Prova che i fenomeni succedono in tal modo, è ch'ei si possono imitare i suoni del fischio, soffiando semplicemente in un tubo di vetro chiuso in parte verso una delle sue estremità da un disco di sughero nel cui centro si lasci un' apertura circolare (*fig. 63*).

La lampada a gas idrogeno, che dicesi pure *lampada filosofica*, anche determina nell' aria un altro modo di scuotimento. Questo apparecchio fu immaginato nell'Allemagna, e poscia studiato dal Brugnatelli e dal Pictet; ma io credo che il Sig. de la Rive di Ginevra abbia fatto il primo l'analisi de' fenomeni, ch' esso presenta (*Giorn. di Fis.*, t. 56, pag. 165). Essendo l'idrogeno acceso nell'estremo del tubo assottigliato di vetro *t* (*fig. 57*), si approssima un altro tubo lungo e largo *a b* nella posizione segnata dalla figura, e si ode un suono intensissimo. Il vapore aqueo formato dalla combustione rapidamente si addensa, ed in tal modo determina a qualche distanza dalla fiamma un rarefacimento, od una specie di voto, in cui si precipita l'aria circostante, e ripetendosi lo stesso fenomeno con un'eccessiva celerità, si scorge che ne dee risultare un suono, la cui intensità e gravità dipendono dal volume della fiamma e dalle dimensioni del tubo, che l'inviluppa.

Da ultimo in una determinata massa di aria si possono eccitare de' suoni *per comunicazione*, cioè per mezzo di un altro suono, ch'è in qualche distanza prodotto.

*

Niuno ignora che certi suoni della voce si gonfiano e molta intensità acquistano, quando si fanno dinanzi da un vaso aperto avente una convenevol grandezza: l'aria del vaso allora vibra, e vibra all'unisono con la voce, a cui dà tanta forza e rimbombo; e, siccome una stessa massa di aria prende molti modi di vibrazione, a farla vibrare per comunicazione basterà produrre in picciola distanza l'uno de' suoni, ch'essa può rendere. Ma il Sig. Savart per dar più regolarità a questo fenomeno ha pensato di aggiustare insieme due tubi di un gran diametro, che sdrucciolano come tubi di cannocchiale l'uno nell'altro: e possono essere ne' due capi aperti del tutto, ovvero l'uno aperto e l'altro chiuso. Si può con tal mezzo far variare a piacere la colonna risuonante, e quindi renderla atta a rinforzare il suono, che si produce nella sua estremità aperta con un campanello, una campana, o solo una lamina vibrante. I suoni, che ne risultano, hanno una forza ed una rotondità, che stordiscono sempre, quando si odono per la prima volta. L'apparecchio del Sig. Savart è rappresentato (*fig. 95*); la gran campana *t* è scossa con un archetto.

344. *Delle modificazioni, che il suono di un tubo può ricevere dalla direzione del vento, dalla grandezza dell'imboccatura e dalla sua positura.* — Dagli esperimenti del Sig. Savart risulta che la direzione del vento non ha veruna influenza sui suoni, che possono rendere i tubi prismatici di forme diverse, o anche le cavità sferiche. Per esempio in un tubo prismatico a base quadrata, avendo l'imboccatura le stesse dimensioni, il suono prodotto sarà lo stesso, o che prendasi per ugnatura l'estremo dell'una delle pareti laterali, o l'uno degli orli della base, e tutte le direzioni intermedie del vento daranno pure lo stesso suono.

Al contrario la grandezza e la posizione dell'imboccatura hanno grande influenza. E già noi abbiamo notato che, crescendo la *larghezza dell'imboccatura*, la distanza cioè de' due labbri, dassi al tubo una tendenza a produrre il suono fondamentale; e che scemandola si è quasi certo di farlo ottaviare; ma la *lunghezza del-*

l'imboccatura esercita un'altra influenza. Se per esempio si prende un tubo prismatico quadrato, la cui imboccatura sia in tutta la lunghezza dal canto della base, si vedrà che il suono addiventa *più grave*, quando l'imboccatura diventa *più corta*; e che può discendere ancora di un sesto o di un settimo eziandio, soprattutto se il tubo è cubico quasi. Ed è senza dubbio per ottenere un simile effetto che i costruttori di organi pongono ne' due angoli della bocca de'tubi picciole lamine di piombo, che stringono, o allontanano per ottenere l'accordo. Queste lamine sono *le orecchie*, dappoichè, essi dicono, stan lì per ascoltare se il tubo è a tuono.

345. *Dell' influenza delle dimensioni sulle vibrazioni dei tubi.* — Noi abbiamo veduto che la lunghezza soltanto de' tubi aperti o chiusi è quella, che determina il suono, ch'essi deggiono rendere, posto che questa lunghezza sia grandissima rispetto alla larghezza. Ma, quando questa condizione non è adempiuta, la legge delle vibrazioni e molto più complicata. Ecco i principali risultamenti, a'quali è stato condotto il Sig. Savart nell'estese ricerche da lui fatte su tal subbietto.

1° Tubi prismatici rettangolari, tutti avendo un'imboccatura della lunghezza stessa, che l'uno de' lati della lor base, *producono lo stesso suono*, quando le sezioni perpendicolari alla linea d'imboccatura hanno la stessa superficie, e quando nel medesimo tempo le larghezze di queste sezioni sono almeno un sesto delle altezze loro.

2° Quando quest'ultima condizione è solamente adempiuta, i numeri delle vibrazioni sembrano essere tra di loro; come le radici quadrate delle sezioni.

3° I numeri di vibrazioni de' tubi simili e di simili imboccature sono tra loro, come le dimensioni omologhe di essi tubi.

La qual legge estendesi pure alle cavità sferiche, le cui imboccature sono poste sopra grandi cerchi, e vi occupano il numero stesso di gradi.

346. *Le pareti, che inviluppano una massa di aria, hanno un'influenza sulle sue vibrazioni.* Da lun-

go tempo si sa mercè esperimenti ripetuti sovente, che il suono del corno e della trombetta dipende dalla materia dell'istrumento, e dal grado di percussione, che ha ricevuto. Un corno per cagion di esempio, il quale fosse ricotto al fuoco senza essere nella sua forma alterato non altro più renderebbe che suoni soffogati. I costruttori di organi conoscono parimente quest' influenza della materia de' tubi sulle qualità de'suoni, ed assicurano che per fare un cattivo strumento basterebbe alterare di pochissimo la natura dello stagno, che usano nelle canne di metallo, o la natura del legno nelle canne di legno. Le quali osservazioni sono pienamente confermate dalle numerose esperienze fatte dal Signor Savart con tubi di carta pecora più o meno tesa, o di carta più o meno umida. Lo stesso ha comprovato: 1° che in un tubo prismatico quadrato, avente l'altezza di un piede e nove linee di lato, può il suono abbassare meglio di un' ottava, quando sempreppiù s' inumidisse la carta, che forma le pareti; questa carta è incollata ai lati solidi del prisma, come su di una spezie di quadro; 2° che il suono può con tal mezzo di tanto più abbassarsi, quanto i tubi sono più corti: così lo stesso di leggieri s' abbassa più di due ottave ne' tubi cubici; 3° ch' ei basta di fare ancora di carta o di carta pecora una parte soltanto di una parete di un tubo, per farne abbassare il suono sensibilmente. Noi ci stiamo qui contenti di accennare questi risultamenti, essendo facile di vedere come si possano riprodurre con l' esperienza.

347. *Della riflessione del suono e degli echi.* — Allorchè le onde sonore passano da un mezzo in un altro, esse provano sempre una riflessione parziale, e quando scontrano un ostacolo fisso, allora provano una riflessione totale.

Ma o parziale o totale la riflessione si compie sempre in cosiffatta direzione, che l' angolo di riflessione sia uguale all' angolo d' incidenza. Non possono queste leggi generiche esser dimostrate, se non col principio della meccanica, e qui noi dobbiamo sforzarci solo di farle intendere. Se $s\, s'$ (*fig. 64*) rappresenta la superficie di separazione di due mezzi, come l'aria e l'acqua, e che un'on-

dulazione sonora vada per esempio a cadere sull'acqua nella direzione *di*, facendo con la perpendicolare *ip* un angolo *dip*; una parte del movimento che la costituisce si comunicherà alla massa acquea, e l'altra parte si comunicherà nell'aria nella direzione *ir*, in modo che l'angolo d'incidenza *dip* sia uguale all'angolo di riflessione *pir*. Il qual fenomeno produrrebbesi ancora secondo la stessa legge, se la superficie *ss'* fosse la superficie di congiunzione di due gas diversi, o di due porzioni di uno stesso gas, avente densità differenti, o se fosse un piano solido di legno, di pietra o metallico: solo in quest'ultimo caso il suono riflesso secondo *rid* avrebbe intensità molto maggiore. Sicchè un osservatore, che stesse in parte collocato su questa linea *ri*, udirebbe il suono, come se fosse prodotto in *i*, ovvero sul prolungamento di *ri*.

E su questo principio generale si fonda la *spiegazione degli echi*.

Quando un *eco* rimanda il suono al punto di partenza, chiaro è che le onde sonore vanno a cadere perpendicolarmente sulla superficie riflettente, che in conseguenza dev'essere un piano od una superficie sferica, il cui centro è esso stesso il punto di partenza. Nelle quali circostanze può un eco ripetere un numero di sillabe più o meno grande secondo condizioni facili a determinare. Per esempio si sa, che celeremente articolando possono molto distintamente pronunziarsi 8 sillabe in 2''; ora il suono in 2'' percorre due volte 340 metri; epperò, se un eco trovasi a 340 metri soltanto, esso rimanderà successivamente nell'ordine loro tutte le sillabe, e la prima ritornerà all'osservatore dopo 2'', cioè nell'istante, in cui l'ultima sarà pronunziata. Adunque un eco potrà a siffatta distanza ripetere 7 od 8 sillabe; e se ne citano che ripetono insino a 14 in 15 sillabe.

Ei non è in nessuna maniera necessario che la superficie riflettente sia dura e lisciata, dappoichè spesso si osserva nel mare che le nubi formano eco, e soprattutto si osserva che le vele di una nave lontana, quando sono ben tese, formano echi molto perfetti.

Le onde sonore deggiono essere riflettute ancora in

un' atmosfera priva di nubi, quando il sole con tutta la sua forza sparge sulla superficie della terra un vivo calore, non potendo i vari punti di una pianura o di una collina essere ugualmente scaldati; ancora vi si oppongono l'evaporazione, le ombre ed altre cagioni. Questa disuguaglianza di temperatura determina un gran numero di correnti calde ascendenti e di correnti fredde discendenti, la cui densità non è la stessa. In tal modo l'onda sonora si riflette in parte in ogni passaggio da una corrente nell'altra; e, se il suono riflesso non è forte abbastanza per formare eco, pur non di meno esso attenua in sensibilissimo modo il suono diretto. Senza dubbio per questa cagione siccome ha fatto osservare il Sig. di Humboldt., il suono si propaga sempre a maggiori distanze la notte che non il giorno, anche nel mezzo delle americane foreste, dove gli animali silenziosi il dì, turbano ed agitano l'atmosfera di mille confusi rumori la notte.

La spiegazione degli *echi moltiplici*, cioè che ripetono molte volte la stessa sillaba, anche sugli stessi principi è fondata, imperciocchè, avendo un suono riflesso la proprietà di riflettersi nuovamente, si vede bene che due superficie riflettenti si potranno rimandare il suono, come due opposti specchi la luce. Ancora è fra le torri o fra i muri paralleli e lontani, che gli echi moltiplici si fanno udire. Una volta citavasi un eco situato presso Verdun, che ripeteva 12 in 13 volte la stessa parola; ed era formato da due torri vicine.

Da ultimo vi sono degli echi che fanno quasi l'ufficio di *porta voce*. E si osservano sotto volte più o meno alte. Supponiamo che la sezione di una volta dia per un certo piano un'ellissi $a\ b\ a'$ (*fig. 65*), i cui fuochi siano in f ed f'; un suono formato in f, anderà per la sua riflessione su tutta la curva $a\ b\ a'$ a concentrarsi in f', conciossiachè si sa che nell'ellissi tutt'i raggi tirati dai punti f ed f' allo stesso punto della curva fanno angoli uguali con questa curva, o con la tangente in esso punto o con la normale. Sicchè le onde sonore, che vanno secondo, $fi\ fi'$ ecc. si riflettono secondo if'; $i'f'$ ecc. Quando per conseguenza due persone, che stessero situate

l'una in *f* e l'altra in *f'*, si potrebbero sentire alla distanza di 50 od anche di 100 piedi parlando a voce bassissima, senza che alcuna parola possa esser sentita dagli uditori intermedi. Nel Conservatorio delle Arti e Mestieri havvi una gran sala quadrata, che presenta questo fenomeno. (3)

La figura 96 rappresenta un grande apparecchio del Sig. Weber acconcissimo a mostrare agli occhi l'effetto della riflessione delle onde, è un vaso ellittico contenente mercurio, le onde prodotte da un filuzzo di mercurio, che cada nell' uno dei fuochi, si propagano e si riflettono nell' altro fuoco.

348. *Delle superficie nodali, che si osservano nelle grandi masse di aria, che sono in vibrazione.* Quando si produce un suono intensissimo e sostenuto in una sala ovvero in una camera ordinaria, si osserva che lo stesso suono non ha in tutta l'estensione del ricinto la medesima intensità: in certi punti esso è forte ed assordante, debolissimo in altri; sono questi ultimi come nodi di vibrazione, dove l'aria non prova che picciolissimi scostamenti. Il Sig. Savart ha tentato di seguire la traccia di queste linee o superficie nodali, e noi indicheremo solamente il processo, di cui ha fatto uso, non avendoci su tal soggetto alcun risultamento semplice e generale.

Il suono è prodotto con un campanello ed un tubo rinforzante, e si ode ne' diversi punti del ricinto con una specie di orecchio artificiale, che si compone di un cono dilatato, di un tubo conico e di una membrana.

c c' (*fig.* 60) rappresenta il cono, *t t'* il tubo, ed *m m'* la membrana, questa debb' essere posta sugli orli del tubo curvo, ed aggiustata per ricevere diversi gradi di tensione. L' asse del cono si situa nella direzione, secondo la quale si vuole ascoltare, e dell'intensità del suono si giudica dalle vibrazioni della membrana, cioè dai movimenti della sabbia, di cui vien ricoperta nel tempo dell' esperienza.

La grandezza del ricinto, la forma sua e tutti gli accidenti, che le sue pareti presentano, sono altrettante cause, che fanno variar le forme e le posizioni delle superficie nodali per una posizione medesima della campa-

na. Quanto alla cagione proprio, che determina la formazione dei nodi, la è senza dubbio veruno lo scontro delle onde dirette e delle onde riflesse, ma finora non vi sono su tal subbietto osservazioni abbastanza numerose ed esatte, perchè si possa far la prova di presentarne una teorica.

CAPITOLO V.

Delle vibrazioni di alcuni strumenti di musica.

349. *Comunicazioni delle vibrazioni sonore tra i solidi ed i fluidi.* — Generalmente i liquidi ed i gas non ricevono il moto loro di vibrazione, se non dall'urto diretto de' corpi solidi, almeno pel mezzo di questi corpi, come nella sirena e ne'tubi; ma non appena ricevuto questo movimento essi possono alla lor volta trasmetterlo a tutt'i corpi solidi, che incontrano. Così accade per esempio che si veda una corda d'istrumento cominciare a vibrare, appena *ode* il suono, che può rendere o pure uno de'suoi armonici, e che quadrati di vetro si scuotono e vibrano fortemente sotto l'influenza di certi suoni della voce, come sotto l'influenza del rumore del cannone. Il qual fenomeno, che si presenta in un modo evidente su tutt'i corpi solidi mobilissimi, si produce del pari nei corpi più inerti e meno elastici, e forse non ci ha cattedrale, di cui la campana grande non faccia in sensibile modo vibrare certi pilastri o certe masse considerevoli. E qui si può conchiudere da ciò che si osserva a ciò che non si osserva, e poichè una qualsiasi massa solida può cominciare a vibrare sotto l'urto del martello e produrre un suono determinato, ch'essa entrerà in una vibrazione più o meno distinta quando tal suono attraversando l'acqua o l'aria anderà a percuoterla. E si può conchiudere che generalmente entrerà in vibrazione per tutt'i suoni possibili; dappoichè generalmente non evvi suono, che non potesse rendere, sia come suono fondamentale, o come armonico, se fosse convenevolmente scossa; e quindi non vi è suono, che toccandola non determina in essa un certo modo di vibrazione. Se alcuno serbasse qualche dubbio su questa conclusione generica, basterebbe osservare che il suono prodotto in un fluido è trasmesso con più o meno facilità da una

qualsisia massa solida, e che al certo non può esser dalla stessa trasmesso senz' averlo sforzato di vibrare all' unisono con essa. Ma muove curiosità il sapere come il moto si determini secondo le diverse obbliquità delle superficie rispetto alla direzione dell' onda. Esiste su tal subbietto un picciolo numero di esperienze soltanto: per esempio il Sig. Savart ha confermato che una membrana tesa su di un quadro non vibra allo stesso modo, quando le si presenta una piastra sonora perpendicolarmente o parallelamente. Nel primo caso le sue vibrazioni sono tangenziali, e sono nel secondo, come quella della piastra, normali.

Ma è probabile che i liquidi sieno più de' gas efficaci a determinare in tal modo delle vibrazioni ne' solidi, e disponendo senza dubbio sotto acqua de' corpi di diverse forme potrebbesi con la sabbia ravvisare delle vibrazioni, che lo stesso mezzo non renderebbe sensibili nell' aria.

330. *Comunicazione delle vibrazioni ne' corpi solidi contigui.* — Dappoichè le vibrazioni si trasmettono dai fluidi ai solidi, esse con più forte ragione si debbono trasmettere in tutta l' estension di un sistema solido, le cui diverse parti son poste accanto e talmente contigue, che non lasciano fra loro alcuna soluzione di continuità. Un pari sistema non forma altro che un tutto, il quale, dacchè un punto è scosso, si divide come un corpo solo in parti vibranti separate da linee nodali; ciascuno de' pezzi perde in certo modo la sua individualità, il suo ligame con i pezzi vicini l' impedisce di vibrare, come farebbe se fosse solo; quasi come una parte di piastra prende diversi modi di vibrazione, se vien distaccata e scossa a parte, o se rimane unita a tutta quanta la piastra.

Il Signor Savart ha fatto gran numero di esperimenti su tal subbietto, ed ha in mille modi svariato gli apparecchi per dimostrare il fatto generico della comunicazione del moto in tutte le parti di un sistema composto di lamine, di piastre, di campane, di corde ecc. Fra i risultamenti, che noi potremmo cavare dalla sua memoria intorno di ciò (*Ann. di Fis. e di Chim.*, t. 25), noi sceglieremo a preferenza il seguente esempio, che ha il vantaggio di mostrare l' influenza della direzione del moto sulla for-

mazione delle linee nodali. Una lamina di legno *a* (*fig. 83*) è fissata per uno dei suoi estremi e per l'altro tirata da una corda *b*, che si tende più o meno per mezzo della chiave *c*; quando la corda è scossa con l'archetto, la rende un suono facile a valutarsi, e bentosto la lamina *a* comincia eziandio a vibrare. Per lo stesso suono le linee nodali, ch'essa presenta sulle sue facce superiori ed inferiori, son dipendenti dall'obbliquità dell'archetto o dal piano in cui la lamina vibra, siccome vedesi nelle figure 84, 85, 86, ed 87, in cui *a* è la sezione della lamina, *h* la direzione dell'archetto, ed *s* e *s'* le linee nodali corrispondenti a questa direzione sulle facce superiori ed inferiori della lamina. Sicchè non solo le vibrazioni si comunicano; ma il senso in cui si eseguono dipendono dal senso, in cui è tirata la prima molecola, che riceve l'azion della corda.

L'apparecchio della figura 82 è anche destinato a mostrare le comunicazioni di moto e le vibrazioni longitudinali, che la corda *c* riceve dalla picciola asta *t*, che con un archetto si scuote.

351. *Degli istrumenti a cannelle.* — Generalmente un cannello è una lamina vibrante posta in moto da una corrente di aria. Per esempio supponiamo che in una piastra di zinco e di rame *p* (*fig. 56*) 2 in 3 millimetri doppia, si faccia un'apertura rettangolare *a b cd*, 3 centimetri lunga, e solo 7 od 8 millimetri larga, e che poi si saldi accanto ad uno de' suoi piccioli lati una lamina di rame *l* sottilissima e molto elastica, che possa vibrare in questa apertura e radendo gli orli *a b*, *bc*, *cd*. In tal modo si avrà il più semplice de' cannelli, e per metterlo in moto basterà appoggiare la piastra *p* longitudinalmente contro i labbri, e di soffiare dirigendo il vento verso l'estremità libera della lamina *l*. L'aria la pone in vibrazione, ed essendo così l'apertura *abcd* alternamente aperta e chiusa, l'aria passa e si ferma per intervalli; di qui delle ondulazioni sonore, la cui lunghezza dipende dal numero delle vibrazioni, che la lamina vibrante può eseguire in ragione delle dimensioni sue e della sua elasticità. Il suono è lo stesso, che se la lamina vibrasse per ispostamento meccanico, ma è senza paragone più intenso. Di-

sponendo sulla stessa piastra molte lamine, che diano i suoni della scala, si può fare una spezie di strumento proprio a suonare delle arie.

Il cannello di cui si fa uso negli organi, si fonda sullo stesso principio, ma è diversamente aggiustato. Vi si discernono due tubi posti a capo, *t* e *t'* (*fig. 54*), un turaccio *b*, che li separa, ed il cannello *a* propriamente detto, che esso turaccio attraversa. Il cannello stesso è partitamente rappresentato nella figura 55; e si compone di tre pezzi essenziali, *il canaletto r*, *la linguetta l*, *e la molla z*.

Il canaletto è un tubo di metallo prismatico o semicilindrico, chiuso nell'estremo inferiore, superiormente aperto, e forato lateralmente di una finestra, che stabilisce la comunicazione fra i due tubi dall'una parte del turaccio e dall'altra.

La linguetta è la lamina vibrante; nella sua natural positura essa chiude la finestra o quasi, cioè che ne rasenta le pareti coi suoi tre orli liberi, mentre compie i suoi fremiti; il suo quarto orlo è solidamente confitto sulla parete del tubo, o con viti o per mezzo di una saldatura.

La molla è un fortissimo filo metallico, doppiamente ricurvo nella sua inferior parte, per la quale fortemente si appoggia su tutta la larghezza della linguetta, come vedesi nella figura 55. Essa sdrucciola stropicciando nel turacciolo; e serve come si vede a cangiar la lunghezza vibrante della linguetta, dappoichè al di sopra della molla non può vibrare niente.

Il vento del soffietto entra pel piede del tubo *t*, preme la linguetta per farsi un passaggio, attraversa il canaletto ed esce pel tubo *t'*. Allontanata così la linguetta per un istante e richiamata ben tosto dall'elasticità sua, compie sotto queste due forze contrarie delle vibrazioni, che si ripetono tanto lungamente, quanto la corrente di aria perdura. La figura 54 rappresenta un tubo a cannello, ch'è invetriato dirimpetto alla linguetta, perchè se ne possa osservare il gioco. Soprattutto il numero delle vibrazioni dipende dalle dimensioni della linguetta e dalla sua rigidezza. E generalmente è poco diversa da quel che sarebbe, se questa lamina vibrasse a voto mercè un allontanamento meccanico.

Ma l'aggiustamento de' tubi dà una qualità ed un' intensità considerevole al suono; queste due proprietà quivi sono molto intimamente ligate: purtuttavia l'intensità dipende sopra ogni altro dalla velocità della corrente, e la qualità dalla forma de'tubi. Difatto si concepisce bene che una corrente più rapida, determina nella linguetta delle oscillazioni, la cui ampiezza è maggiore rimanendo la durata la stessa; in tal modo l'intensità del suono cresce con la velocità della corrente, eccetto che tal velocità non sia grande abbastanza per piegar la linguetta e determinarvi un nodo di vibrazione. In seguito si concepisce che la linguetta, i tubi e le masse di aria da essi contenute formano un sistema vibrante, tutte le parti del quale danno una particolare qualità al suono. Una condizione essenziale, perchè il cannello *parli bene* e renda un suono pieno e gradito, è questa, che le masse di aria de' tubi siano tali per la forma loro e per la loro estensione, che si pongano facilmente all'unisono colla linguetta; ma tal condizione può essere per ciascuno di essi di un' infinità di maniere adempiuta, e sonosi fatti numerosi tentativi per produrre con questo mezzo dei suoni articolati, imitando la voce umana: si è dato al tubo inferiore delle forme ad angoli, che tornano in sè, o diversamente contornate; il tubo superiore si è fatto conico, dilatato, gonfiato nel mezzo; vi si sono tese delle membrane, e disposte delle sfoglie o delle lamine di diverse sostanze; e non ci ha nessuna di siffatte modificazioni, che non dia al suono una qualità particolare; e si può aggiungere che parecchie combinazioni di tal sorta immaginate dal Sig. Grènièr non sono state senza frutto a fare uscire dai tubi di cannelli certi suoni più o meno analoghi ai suoni delle vocali articolate dalla voce dell' uomo.

Negli organi vi sono un' altra specie di cannelli detti *cannelli germani* per causa della qualità particolare de' loro suoni: essi differiscono da' precedenti in questo, che la linguetta va coi suoi orli a battere sugli orli del canaletto, figure 51, 52, e 53.

Le imboccature del bassone, dell'oboè e del clarinetto non sono altro che cannelli diversamente aggiustati; in

questi strumenti fa la pressione de' labbri le veci di molla.

352. *Degli strumenti a corde.* — Tutti gli strumenti a corde hanno una cassa sonora, e nessuno ignora che la qualità del suono dalla struttura della cassa dipende. La corda, la cassa e l'aria contenutavi formano pure un sistema vibrante, ciascuna parte del quale imprime una particolare qualità al suono. La corda è quella che dà il tuono, cioè che nel resto dell'istrumento tutt'i pezzi si deggion porre all'unisono con essa, e però convenevolmente dividersi con delle linee nodali.

In fatti è chiaro che il legame della corda con tutto il sistema non può modificare il suono, che deve rendere giusta la sua lunghezza e la sua tensione, dappoichè i punti, donde tocca i cavalletti, sono indubitatamente de' nodi, e questi nodi stabiliti una volta, il suono è una conseguenza necessaria. Adunque bisogna che la cassa sia di tal sostanza e di tal forma, che possa in un attimo prendere l'unisono di tutte le corde in tutt'i lor tuoni; ed è inoltre mestieri che possa in un attimo ancora imprimere le sue vibrazioni alla massa di aria che contiene, e quindi che questa massa di aria sia atta a riceverle. Queste moltiplici condizioni fanno abbastanza vedere quanto sia malagevole il fare un buono strumento a corde, e per esempio un buon violone: imperciocchè, supponendo che la materia della cassa vibri perfettamente bene, potrà accadere che per la sua forma la massa di aria che inviluppa mal riceva le vibrazioni sue, e l'istrumento sarà cattivo: alquanto più elasticità o rigidezza nel legno della tavola superiore richiederà senza dubbio nella cassa una forma diversa, ed è per questo che due violoni egualmente perfetti hanno tuttavia delle forme sensibilmente diverse, e che due violoni della stessa forma possono essere l'uno buonissimo e molto mediocre l'altro.

Alcune volte basta un lieve cangiamento ne' pezzi mobili per rendere un violone alquanto migliore o alquanto più cattivo; dappoichè le vibrazioni passano dalla corda alla tavola superiore *pel cavalletto*, e dalla tavola superiore all'inferiore per mezzo dell' *anima*. La posizione assoluta di questi pezzi e la lor relativa posizione non è

adunque non avere qualche influenza sulla facilità, onde il suono passa dalla corda alla cassa e dalla cassa alla massa di aria. Il Sig. Savart ha fatto degli esperimenti svariati ed importanti per mostrare agli occhi col moto della sabbia la trasmissione delle vibrazioni per mezzo de' diversi pezzi del violone, ed è in tal modo giunto ad indicare le funzioni principali, che deve adempiere ciascuno di essi. Intanto il pezzo più semplice dee soddisfare a tante diverse condizioni, ch'è quasi impossibile di farne un'analisi esatta, e senza dubbio, se si volesse mutarlo per aggiustarlo più acconciamente a tale o tale altro scopo; probabilissima cosa è che diverrebbe meno atto per tale o tale altro, e che si perderebbe da un lato tanto almeno, quanto si guadagnerebbe dall' altro.

CAPITOLO VI.

Della velocità del suono nei diversi mezzi.

353. *Velocità del suono nei fluidi elastici.* — Newton aveva dato una espressione della velocità del suono nell'aria (ved. le ultime proposizioni del secondo libro dei *Principj matematici della filosofia naturale*). Questa espressione menava ad un troppo picciolo risultamento: essa dava una velocità, la qual non era che i $\frac{5}{6}$ circa della velocità data dall'esperienza. Lo stesso Newton si era sforzato di spiegare tal differenza, ma era serbato al Sig. de la Place di trovarne la vera cagione. Il moto, che costituisce il suono, non si può propagare in un mezzo qualunque senza comprimere le molecole, a cui si comunica, e siccome generalmente ogni compressione è accompagnata da uno sviluppo di calore, il Sig. de la Place suppone ch'è questo calore sviluppato, il quale modifica la legge dell'elasticità ed accelera la propagazione del suono. Se l'onda condensata produce calore, la rarefatta produce essenzialmente freddo, e si potrebbe credere che questi due effetti contrari si compensino esattamente; ed in effetto in ciò che risguarda la temperatura si compensano, dappoichè il suono, che passa nell'aria, non influisce per niente sul più sensibile termometro; ma questa diffinitiva compensazione nella temperatura non impedisce che vi sia successivamente fra due prossime molecole sviluppo di calore e di freddo, come non toglie per conseguenza che la legge dell'elasticità loro non differisca dalla legge di Mariotte.

Il Sig. de la Place dopo avere assegnato questa cagione l'ha trasformata in calcolo, ed egli è stato portato alla formola seguente per la velocità della propagazione del suono ne'gas e vapori:

$$v = \sqrt{\frac{gh.}{d} . \ k.}$$

v, velocità di propagazione in 1'', valutata in metri;

g, gravità espressa in metri, ovvero 9m, 8088;

h, altezza della colonna di mercurio valutata in metri e ridotta a zero; che esprime la pressione del gas;

d, densità del gas essendo presa per unità quella del mercurio a o;

k, corrispondenza dei due calori specifici del gas; è il quoziente della sua capacità a pressione costante per la sua capacità a volume costante.

Per applicare siffatta formola all'aria sottoposta ad una pressione ed ad una temperatura qualunque t, ei basta osservare che alla temperatura 0 e sotto la pressione di 0m, 76, la densità dell'aria rispetto al mercurio è 10466, 82, e che in tal modo alla temperatura t e sotto la pressione h si ha:

$$d = \frac{h}{0,76.\ 10466,82\ (1 + at)}$$

e per conseguenza.

$$v = \sqrt{9,8088.\ 0,76.\ 10466,82\ (1 + at).\ k.}$$

e, come per l'aria $k = 1,3748$, ne risulta

$$v = 327,52 \sqrt{1 + at}$$

per la velocità del suono nell'aria alla temperatura t.

a è il coefficiente della dilatazione de'gas ovvero 0,00375.

Si vede bene che questa velocità è del tutto indipendente dalla pressione, e dipendente dalla temperatura soltanto.

La formola precedente darà fuor di dubbio con la stessa esattezza la velocità del suono in tutt'i fluidi elastici, quando sarà nota per ciascuno di essi la corrispondenza k de'due calori specifici; o reciprocamente la velocità della propagazione del suono in un qualsiasi gas

essendo determinata, se ne potrà dedurre il valore di k; e si presenta un processo semplicissimo per cercare la velocità del suono in un gas: esso consiste in far vibrare un tubo di lunghezza nota ripieno di questo gas, ed in notare il suono risultante. Non hanno questi esperimenti importanza minore per la teorica del calore, che per quella dell'acustica; e ben si vede a che grado di perfezione queste teoriche sono state portate dal Sig. de la Place, conciossiachè ora basta che uno sperimentatore oda il suono prodotto da un tubo vibrante di grandezza cognita, perchè ne possa dedurre la velocità della propagazione del suono nel gas, che riempie il tubo, ed anche la corrispondenza dei due calori specifici di esso gas. (Dulong. *Ann. di Chim. e di Fis.*, t. 41, p. 113).

334. *Velocità del suono ne' liquidi.* — Il Sig. de la Place ha dato eziandio la seguente formola per calcolare la velocità del suono nei liquidi (*Ann. di Fis. e di Chim*, t. 3, pag. 164 e 238):

$$v = \sqrt{\frac{g}{\lambda}}$$

v, velocità del suono nel liquido espressa in metri;

g, gravità espressa in metri ovvero 9^m, 8088;

λ, raccorciamento, che prova una colonna orizzontale del liquido 1 metro lunga, quando è compressa in un tubo senza elasticità da un peso uguale al suo.

Per applicare siffatta formola, basta dunque conoscere.

λ Ora questa determinazione è facile, quando si sanno le compressioni de' liquidi sotto il peso di un 'atmosfera, siccome le abbiamo riferite dianzi. Di fatto l'acqua per esempio comprimendosi di 47, 85 milionesimi del suo volume sotto una pressione di un'atmosfera, chiaro è che una colonna di acqua di 1 metro si comprimerà di 47, 85 milionesimi di metro in un tubo senza elasticità. L'atmosfera che ha dato questa compressione era una colonna di mercurio di 0^m, 76 di altezza alla temperatura di $10°$, avente quindi una densità di 13, 544; essa era equi-

valente ad una colonna di acqua di $10^m, 2934$; sicchè una colonna di acqua di 1 metro darebbe un accorciamento di $\frac{0,00004785}{10,2934}$ ovvero $0^m, 000046486$, è il valore di λ; sostituendolo nella formola si trova finalmente che alla temperatura di 10° la velocità del suono nell'acqua è di 1453 metri per secondo.

La formola precedente può essere di leggieri trasformata nel modo che segue:

$$v = \sqrt{\frac{9,8088 . 0,76 . 13,544 \times 1000000}{dc}}$$

d è la densità del liquido rispetto all'acqua;

c, la compressibilità del liquido per un'atmosfera, prendendo per unità i milionesimi.

Sotto questa forma, non si deve fare altro che sostituire per d e c i loro valori e compiere il loro calcolo. Il risultamento sarà la velocità del suono nel liquido alla temperatura di 10°. In tal modo si trovano i seguenti risultamenti.

Velocità del suono ne' diversi liquidi
alla temperatura di 10°.

Nomi de'liquidi	Densità	Compressibilità sotto l'atm. valutata in milionesimi del volume primiero.	Velocità del suono in 1'' espressa in metri.
Etere solforico	0.712	131.35	1039
Alcool	0.795	94.95	1157
Etere idroclorico	0.874	84.25	1171
Essenza di terebentina	0.870	71.35	1276
Acqua	1.	47.85	1453
Mercurio	13.544	3.38	1484
Acido nitrico	1.403	30.55	1535
Acqua saturata di ammoniaca	0.9	33.05	1842

Il solo di questi liquidi, che sia stato sottoposto ad esperimenti diretti, è l'acqua. Il Sig. Colladon ha rinvenuto che la velocità del suono nell'acqua del Lago di Gine-

vra è di 1435 metri per secondo; il qual numero è pochissimo diverso da 1453, che la teorica dà. Intanto comunque piccola sia la quantità di calore sviluppata dai liquidi durante la loro compressione, si sarebbe potuto aspettar di vedere un risultamento dell'esperienza sorpassare alquanto quello della teorica.

I numeri della terza colonna hanno tutti l'impronta dell'incertezza che può rimanere sulle densità de' liquidi, e dell'incertezza anche maggiore, che può rimanere sulla compressibilità loro; per esempio prendendo per l'alcool la compressibilità del Sig. OErsted si troverebbero 2423 metri per la velocità del suono in questo liquido, invece di 1157, che dà la compressibilità de'Signori Colladon e Sturm.

353. *Velocità del suono ne' solidi.* — La formola data dal Siguor de la Place pe' liquidi si applica ai corpi solidi ancora. Solo pare che allora rimanga qualche incertezza teorica sul modo, onde si debbe estimare il valore di λ; bene si ammette che un'asta metallica posta orizzontalmente si accorcia o si allunga della medesima quantità, quando è premuta o tirata nella sua lunghezza da forze uguali; e siccome nè solidi è più agevole misurare l'allungamento, che l'accorciamento, però si ammette che nella formola

$$v = \sqrt{\frac{g}{\lambda}}$$

λ rappresenti l'allungamento, che prova un'asta 1 metro lunga tirata da un peso uguale al suo. Ma questo allungamento non è lo stesso, se si suppone che l'asta sia tirata dai suoi due capi e libera nel suo contorno, o se si suppone che sia tirata da tutt' i punti della superficie. Parecchie considerazioni fanno presumere che λ tanto ne' solidi che ne' liquidi debba rappresentare il cangiamento di volume, che prova l'asta quando è sollecitata da forze uguali su tutt' i punti della sua superficie. In tale ipotesi si dovrebbe prendere per λ i 3/2 dell'allungamento

che prova l'asta, quando è semplicemente tirata pe' suoi due estremi. Sicchè giusta gli esperimenti de'Sig. Colladon e Sturm, un'asta di vetro prolungandosi di 11 dieci-milionesimi per un traimento equivalente ad 1 sola atmosfera, bisognerebbe prendere $\frac{33}{2} = 16, 15$ dieci-milionesimi per il cangiamento di volume del vetro sottoposto a questo traimento in tutt'i suoi punti. In seguito, riducendo questo cangiamento di volume a quel che sarebbe per un traimento equivalente al peso di un'asta di vetro di 1 metro, si troverebbero 4959 metri per la velocità del suono nel vetro.

Gli esperimenti esattissimi del Sig. Savart (*Ann. di Fis. e di Chim*, t. 65), di cui abbiamo riferito di sopra alcuni risultamenti (*elasticità*), permettono di fare altre applicazioni della formola del Sig. de la Place. Di tanto maggior momento sono questi calcoli, quando il Sig. Savart ha dato egli stesso le velocità del suono ne'corpi da lui sottomessi alla prova; egli ha determinato queste velocità con molta accuratezza col processo di Chladni, di cui ci rimane a parlare.

Sia v la velocità del suono dell'aria, l la lunghezza di un tubo aperto, ed n il numero delle vibrazioni, che fa in 1'', quando dà il suono fondamentale; allora la lunghezza delle onde, ch'eccita, è uguale alla lunghezza l del tubo; in tal modo le ondulazioni n, ch'eccita in 1'', formano una lunghezza n ed l ch'è precisamente uguale alle velocità v, cioè allo spazio che il suono percorre in 1''. Adunque si ha:

$$v = n\ l.$$

Sia v' la velocità del suono in una qualunque sostanza solida, l la lunghezza d'una verga cilindrica o prismatica di siffatta sostanza, ed n' il numero delle vibrazioni, che fà in 1'', quando da il suono fondamentale, cioè quando vibra longitudinalmente, avendo i suoi estremi liberi ed un nodo nel mezzo; la lunghezza delle onde, che allora eccita nella sua propria sostanza, è uguale a l; sicchè le ondulazioni n', ch'eccita in 1'' formano una lunghezza $n'\ l$,

ch'è precisamente uguale alla velocità v' del suono, cioè allo spazio, che il suono in 1'' percorre. Adunque si ha:

$$v' = n' \, l$$

Per mezzo di tale equazione e della precedente, si deduce:

$$v' = v \,.\, \frac{n'}{n}.$$

Dal che segue che, per trovare la velocità v' del suono su di una qualsivoglia sostanza solida, ei basta ascoltare il suono fondamentale, che produce una verga di tal sostanza longitudinalmente vibrante, e di paragonarlo al suono fondamentale, che dà un tubo aperto della stessa lunghezza. La corrispondenza di questi suoni moltiplicata per la velocità del suono nell'aria, dà per prodotto la velocità richiesta.

Per esempio supponiamo che facciasi longitudinalmente vibrare una verga od una lamina di legno di pino 8 piedi lunga, sostenendola pel mezzo, e stropicciandola da un de'suoi capi con un pezzo di drappo ricoperto di colofonia, il suono che produce si trova all' unisono sulla tastiera con do_5. Ora non s'ignora che un tubo aperto di 8 piedi produrrebbe do, sicchè $\frac{n'}{n} = \frac{do_5}{do'} = \frac{2_5}{2} = 16$. Dal che segue che nel legno di pino la velocità è 16 volte più grande che nell' aria, ovvero

$$v' = 340 \,.\, 16 = 5440.$$

Ed è in seguito di una serie di esperimenti analoghi, che il Signor Chladni ha formata la tavola seguente:

Tavola delle velocità del suono in molte sostanze solide.

Nomi delle sostanze.	Velocità paragonate a quelle del suono nell'aria.
Stecca di Balena	$6 \frac{2}{3}$
Stagno	$7 \frac{1}{2}$
Argento	9
Legno di noce — di tasso	$10 \frac{2}{3}$
Ottone Legno di quercia — di prugno	$10 \frac{2}{3}$
Tubi di pipa di tabacco	10 12
Rame rosso	12
Legno di pero	$12 \frac{1}{2}$
— di faggio rosso — di acero	$13 \frac{1}{3}$
— di anacardo — d' ebano — di carpino — d' olmo — d' ontano — di betulla	$14 \frac{2}{5}$
— di tiglio — di ciriegia	15
— di salice — di pino	16
Vetro Ferro o acciajo	$16 \frac{2}{3}$
Legno di abete	18

Generalmente i numeri ottenuti dal Sig. Savart confermano quelli del Chladni. Intanto il Signor Savart ha potuto dimostrare picciolissime differenze dipendenti dallo stato molecolare delle mostre. Così il rame rosso varia di 11, 13, a 12, 21; l'ottone da 10, 40 a 10, 70; il ferro ed i diversi acciari danno 15; il vetro di specchio 16, ed il vetro de' tubi 11, 86; l'abete del nord 16, 39, e l'abete di Vosges 16, 54.

CAPITOLO VII.

Della Voce e dell' Udito.

356. *Della voce umana.* — L'organo della voce è composto di molte parti, la cui forma e disposizione non possono essere compiutamente studiate, se non con osservazioni anatomiche. Adunque noi ci dobbiamo restrignere a far comprendere in un modo generico la disposizion di diversi pezzi, che più direttamente concorrono alla produzione della voce.

È noto che la *trachea-arteria* è una specie di tubo; che da una parte termina nella dietro-bocca e ne'polmoni dall'altra. La sua funzione principale è di dare passaggio all'aria, o nell' *inspirazione* o nell' *espirazione*. Questo tubo è quasi cilindrico, ed è composto di anelli chiusi e cartilaginei, separati da anelli membranosi flessibili. Nel suo estremo inferiore si divide in due più piccioli tubi, che vanno l'uno a diritta e l'altro a sinistra; si chiamano i *bronchi*; ogni bronchio alla volta sua dà origine a molte divisioni e suddivisioni, le quali si diramano in tutt'i versi nel tessuto del polmone; nel suo estremo superiore termina nel laringe, che sembra essere essenzialmente l'organo della voce.

Il *laringe* è composto di quattro cartilagini: la *cricoide*, la *tiroide*, e le due *aritenoidi*. Queste cartilagini di svariatissime forme sono articolate fra loro e ligate all'anello superiore della trachea-arteria. Molti muscoli sono disposti per dare un moto alla loro totalità, o per loro imprimere de'movimenti rispettivi. La disposizione di questi muscoli, e degli ultimi soprattutto, che dà all'organo la sua forma interna: essi dapprima si attaccano a diritta ed a sinistra alle pareti interne del tubo, che forma il prolungamento della trachea-arteria, è diminuiscono sempre più il suo diametro trasversale, dimodochè in fine non rimane altro, che una fessura, la quale si dirige di die-

tro in avanti senza essere orizzontale, ma rapidamente elevantesi; questa fessura è quella, che si dice *glotta*: essa è 8 in 10 linee lunga; gli orli suoi sono detti *labbri* della glotta; la distanza loro è picciolissima innanzi, ma in dietro qualche volta e 2 in 3 linee: del resto mutabilissima è questa distanza; e sembra che i labbri della glotta si possano premere fino al punto di non lasciare indietro, che una picciolissima apertura. Il di sopra de' labbri della glotta sono due cavità, l' una a diritta e l'altra a sinistra, che si estendono lateralmente fino alla profondità di 8 a 9 linee e certe volte di 12; sono poi 5 a 6 linee alte; e si chiamano *ventricoli*. Le pareti superiori de' ventricoli si accostano in guisa da formare in certo modo una seconda glotta alta 5 in 6 linee al di sopra della prima. In fine al di sopra del laringe evvi una membrana o meglio una cartilagine detta *epiglotta*, ed è fissata per dinanzi da uno de' suoi orli e si può abbassar sulla glotta.

Questa descrizione sommaria del laringe ci farà intendere i principii, su' quali si fa fondamento per ispiegare la formazione della voce.

Senza entrar più nè particolari storici di tutte le spiegazioni più o meno vaghe, che sono state date, noi ci contenteremo di riferire due opinioni, tra le quali i fisici sembrano ancora divisi. Gli uni considerano gli organi della voce, come uno strumento consimile a quelli a cannella; gli altri lo considerano come un istrumento simile ai richiami.

Per rendere simile il suono della voce a quello di *una cannella*, si suppone che, durante *l' espirazione*, l' aria spinta nella trachea-arteria, e premuta nello stretto passaggio del laringe non può uscire senza stropicciare i labbri della glotta, e porli in vibrazione; questi labbri si dice che allora vibrano, come una linguetta di una cannella; essi vibrano entrambi, il che dà maggiore intensità al suono: poscia l' epiglotta, il faringe, il velo del palato, le fosse nasali, la lingua, i denti, l'apertura della bocca la disposizione de' labbri danno al suono così formato un accento ed una qualità particolare, come il

tubo di scolo del cannello, secondo la sua forma, dà una qualità particolare al suono, che risulta dalle vibrazioni della linguetta. Restando il suono lo stesso quanto all'intensità ed al tuono potrà ricevere innumerabili modificazioni nell'accento e nella qualità, dappoichè tutt'i pezzi, di cui facemmo parola testè, possono essi stessi essere modificati dalla volontà in infinite maniere. Spiegato una volta un sol suono, tutte le gradazioni de'suoni, che può l'umana voce produrre, di leggieri si spiegano; perocchè un picciolo movimento della molla cangia la lunghezza della linguetta, ed all'ordinaria cannella fa rendere un suono più grave o più acuto; adunque basta dare ai labbri della glotta alquanto più o alquanto meno tensione, perchè la voce di mano in mano percorra molte ottave ascendenti o discendenti; e si aggiunge pure che noi per questo abbiamo due mezzi, potendo non solo mutare la tensione de'labbri della glotta, ma eziandio la lunghezza loro, conciossiacchè l'apertura della glotta è formata in modo, che basta un atto della volontà per ingrandirla, o per chiuderla quasi del tutto.

Queste ingegnose considerazioni sembrano afforzate da alcuni esperimenti diretti. Il Sig. Magendie ha posto il laringe a nudo in cani viventi, ed ha veduto i labbri della glotta cominciare a vibrare, appena questi animali cacciavano de'gridi; e nelle stesse esperienze ha potuto confermare ancora che i labbri della glotta si accostano pei suoni acuti, e restano al contrario più o meno allontanati pe'suoni gravi. Parecchi osservatori hanno fatto consimili esperimenti sopra laringi di animali testè privati di vita; essi con un forte soffietto nella trachea-arteria soffiando hanno ottenuti de'suoni più o meno analoghi a quelli, che potevano rendere questi animali.

Per assomigliare il suono della voce ai suoni de' *richiami* si considerano i ventricoli del laringe, come una specie di tamburo ripieno di aria, e le due glotte come due aperture corrispondenti praticate nelle due basi di esso tamburo; così i ventricoli e le due glotte formano un richiamo verace. L'aria cacciata dai pulmoni nella trachea esce con più o meno velocità pel laringe; si trae dietro

nel suo moto una parte dell'aria dei ventricoli, e tosto essendo la pressione divenuta assai debole l'aria esterna si precipita nelle cavità de' ventricoli, poscia è di nuovo trascinata fuori ecc., precisamente come nei richiami. Queste alternative producono un suono più o meno acuto, secondo la rapidità onde si succedono. Ed in questa ipotesi del pari che nella precedente l'accento e la qualità dipendono dalle vibrazioni de'labbri della glotta e di tutte le parti, che possono prendere diverse forme o movimenti diversi, dalla dietro bocca insino ai labbri.

I suoni diversi verranno prodotti o dalle diverse forme, che le cavità de' ventricoli possono prendere, o dalle diverse dimensioni delle aperture della glotta, o infine dai diversi gradi di tensione ne' labbri della glotta ed in tutte le parti del laringe e della dietro-bocca. Il Sig. Savart ha fatto molti esperimenti, i quali sembrano afforzare questa ipotesi (*Ann. di Fis. e di Chim.* t. XXX, p.64).

Queste due opinioni sembrano senza dubbio più diverse, che difatto non sono; ma, come che ligate da intime corrispondenze, esse non possono ancora nella totalità loro dare una spiegazione compiuta del fenomeno della voce. Bene si vogliono considerare come gli auspizi felici che un giorno ci potranno menare alla verità.

337. *Della voce degli uccelli.* — Negli uccelli l'organo della voce non istà nella dietrobocca, ma per lo contrario si trova nell' estremità inferiore della trachea, ivi è dove si divide in due per dare origine ai bronchi. Infatti il sig. Cuvier ha fatto vedere che un canario, al quale sia tagliata la testa di fresco, caccia per qualchè istante ancora dei gridi fortissimi e molto bene articolati; e l'esperienza medesima può esser fatta sulla maggior parte degli uccelli. Confirma siffatto risultamento l' osservazione anotomica, dappoichè secondo l'organismo dalla trachea si trova che nella sua estremità superiore essa termina con un semplice raccorciamento, o in una spezie di glotta, la quale non offre veruna delle disposizioni necessarie al producimento de'suoni; mentre nella sua estremità inferiore presenta un' apparecchio complicatissimo e mirabilmente aggiustato a riprodurre una lunga serie di suoni gravi

ed acuti : ma , siccome ci sarebbe impossibile di darne un'idea, senza entrare nei particolari anatomici, che troppo ci allontanerebbero dal nostro piano, e siccome da un' altra parte grandi difficoltà si presentano ancora nelle teoriche , che sono state proposte finora per ispiegare tutt' i fenomeni risultanti da tale organismo, noi ci staremo contenti di rimettere alle opere, che su tal soggetto sonosi pubblicate, ed in ispezialtà alle memoria del Sig. Savart. (*Ann. di Fis. e di Chim.* t. XXXII).

358. *Dell'organo dell'udito.* — La sola parte esterna di questo organo è il *padiglione a* (*fig. 98*) , le cui pieghe e giri non sono altro, come è noto , che lo spandimento del *condotto uditorio b*. Questo condotto dopo essersi immerso ad una picciola profondità si termina obliquamento in una sottile membrana, mobile ed elastica *c*, che si dice la *membrana del timpano*. Dietro di questa membrana stà la *cassa del timpano*, è una cavità ossea fornita di diverse membrane e ripiena di aria ed è chiusa da tutte parti, fuorchè in un punto, dove mette capo la *tromba d'Eustachio*, che comincia dalla dietrobocca; con questo mezzo l'aria si può rinnovare, e porsi incessantemente in equilibrio con la pressione atmosferica. Ancora si distinguono nella cassa del timpano due aperture chiuse da membrane, cioè: la *finestra ovale* in sù *v*, e più giù la *finestra rotonda*. Da ultimo nell' interno stesso di questa cassa è sospesa la *catena degli ossicini*, la quale si compone di quattro piccole ossa irregolari , dette per analogia di forma *il martello*, *l'incudine*, il *lenticolare* e la *staffa m* , *e* , *l* , *t* (*fig. 101*). Il martello è attaccato longitudinalmente sulla membrana del timpano (*fig. 98 e 100*) ; esso forma una specie di raggio solido , che va dalla circonferenza al centro. Nell' altro suo estremo si attacca all'incudine, l' incudine al lenticolare, ed il lenticolare alla staffa , che va ad attaccarsi sulla membrana della finestra ovale (*fig. 98*): parecchi muscoli operano su questa catena per tenderla o rallentarla e quindi per tendere o rallentare al tempo stesso le membrana del timpano o quella della finestrà ovale. La membrana della finestra rotonda separa la cassa del timpano di un

condotto osseo *s* ravvolto a spirale, che si chiama la *lumaca*; l'altro estremo di questo condotto apresi in una cavità, che si chiama il *vestibolo*. Il vestibolo è separato dalla cassa del timpano dalla membrana della finestra ovale; infine esso comunica con tre canali ossei, che si chiamano canali semicircolari, e che sono ripieni di una materia grigiastra, di cui l'uso è incognito.

Il vestibolo e le spire della lumaca sono ripiene del *liquido di Cotugno*, nel quale vanno ad ondeggiare gli ultimi filuzzi del *nervo acustico n*.

Dietro questa disposizione dell'organo ci si può dapprima osservare che, se la tromba Eustachiana non stabilisse una libera comunicazione fra l'aria della dietro bocca o quella della cassa del timpano, disugualità di pressione ci avrebbero, le quali darebbero alla membrana del timpano tensioni diverse: questa circostanza è generalmente accompagnata da susurri più o meno molesti.

Supponendo che la membrana dal timpano abbia una convenevole tensione, ben s'intende ch'essa comincia a vibrare, appena va a toccarla un'onda sonora; e se molte onde vanno a toccarla ad un tempo, le si mette all'unisono con ciascuna di esse, come farebbe una membrana inerte: queste vibrazioni *coesistenti* sono facili a concepire, dietro quello, che noi abbiamo detto dianzi. E questo fatto è quasi tuttociò, che si sa di certo pel fenomeno dell'udito.

In qual modo queste vibrazioni sono trasmesse al nervo acustico? Quai parti fanno in questa trasmissione la catena degli ossicini, la lumaca ed i cannelli semicircolari? Queste quistioni al pari di molte altre che si possono proporre su tal subbietto restano senza soluzione.

Non di meno si sa che la membrana del timpano può essere tolta via, ed ancora che la catena degli ossicini può esser rotta, senza che l'organo cessi di adempiere le sue funzioni; parimente è noto dietro gli esperimenti del Sig. Savart confirmati da quelli del Sig. Muller, che la catena degli ossicini può servire a moderare gli effetti dei suoni troppo strazievoli, o generalmente a far variare la sensibilità dell'organo facendo variare la tensione

della membrana del timpano: conciossiachè udendosi un suono con un picciolo corno acustico fornito di una membrana *m* (*fig. 97*), si comprova che basta mutar la tensione di questa membrana per accrescere o diminuire la vivacità della sensazione. E questa è senza dubbio una funzione importante della catena degli ossicini, ma la non basta a giustificarne compiutamente la forma; ed è probabile che abbia ancora altri usi.

LIBRO SESTO

OTTICA.

Nozioni generali sulla propagazione della luce.

359. Le più familiari osservazioni c' insegnano che un *corpo luminoso* qualunque emana luce per tutt' i versi; per esempio la fiamma di una candela sarebbe visibile da tutt' i punti di una sfera di cui occupasse il centro; e lo stesso sarebbe di un corpo fosforescente, o di una scintilla elettrica. Quel che si mostra in piccolo nelle nostre abituali esperienze, in grande si appalesa nell' immensa estensione del cielo: il sole spande da tutte parti lo stesso splendore nello spazio, e la sua luce brilla conteporaneamente sulla terra, su' pianeti, sulle comete, e su tutt' i corpi del firmamento, qualunque sia il punto che occupano nella sfera infinita del mondo.

I corpi luminosi sono essenzialmente composti di materia ponderabile; il *voto*, siccome si è da noi difinito, può bene propagare la luce, ma non già darle nascimento; dal che risulta che i corpi luminosi possono essere divisi in frammenti ponderabili sempreppiù piccioli, e gli ultimi frammenti, che noi potessimo fisicamente concepire, sono ciò che si dicono *punti luminosi*. Così, siccome un corpo ordinario è una riunione di molecole o di atomi, un corpo luminoso è una riunione di punti luminosi.

360. *In un mezzo omogeneo la luce si propaga sempre in linea retta.* — Disponendo su di un lungo regolo tre dischi forati nel centro loro da un piccolissimo buco, si vedrà in molta distanza la fiamma di una cande-

la, ovvero si cesserà di scorgerla, secondo che i buchi siano o no in linea retta. Ben si vede che ci ha un gran numero di mezzi indipendenti dalla luce per accertarsi che tre punti sono in linea retta.

Quando la luce batte su di un cristallo levigato o su di uno specchio metallico *m*, secondo la direzione *l i* per esempio (*fig. 130*), essa è ripercossa secondo un'altra direzione *i k*, e continua di muoversi in linea retta secondo quest'altra direzione, fino a che non rimane in un mezzo sensibilmente omogeneo.

Questo deviamento, che la luce prova cadendo sopra superficie lisciate, dicesi la *riflessìon* della luce.

361. *In un mezzo eterogeneo la luce si move sempre in linea curva.* — Quando la luce passa dall'acqua nell'aria o dall'aria nell'acqua, la *deviazione*, che prova, è lampante: ci basta per accertarsene il prendere un vaso *v* (*fig. 131*), collocare l'occhio in *o* in guisa che appena si scorga il contorno di un pezzo di moneta *m*, essendo il resto nascosto dall'orlo *b*, e dipoi versare acqua nel vaso. Siccome il livello s'innalza, il pezzo *m* sembra innalzarsi verso del centro, e finalmente si giunge a scorgerlo in tutta la sua larghezza, comechè in realtà continui di stare nascosto dall'orlo del vaso. Adunque la luce non viene in linea retta dal pezzo *m* all'occhio; ma si propaga in linea retta nell'acqua ed in linea retta nell'aria; dappoichè ciascuno di siffatti mezzi è sensibilmente omogeneo in tanto scarsa doppiezza, e noi dimostreremo più in là che allora essa segue una *linea rotta* analoga ad *m i o*.

Per mezzo dell'aria atmosferica noi già discerniamo gli astri prima del loro levarsi, e li vediamo ancora dopo il loro tramonto; è un risultamento consimile al precedente, perocchè noi scorgiamo il pezzo *m* per mezzo dell'acqua, comechè lo stesso sia nascoso dall'orlo del vaso, come gli astri lo sono dalle montagne o da'piani che limitano il nostro orizzonte. Solo questa differenza evvi, che la luce attraversando gli strati successivi dell'atmosfera, nè incontrando cangiamenti improvvisi di densità, non si rompe improvvisamente, siccome fa passando dall'acqua nell'aria, ed essa tien dietro in tal caso ad una linea curva in luogo di una linea rotta.

Questa deviazione, che prova la luce, attraversando mezzi eterogenei dicesi *refrazione*.

362. Un *raggio luminoso* è la direzione, che la luce segue propagandosi. — Un *pennello luminoso* è l'unione di molti raggi vicini. — Un *fascio* è l'unione di molti raggi o di molti pennelli luminosi prossimi o separati.

Se da un qualsivoglia punto della fiamma di una candela si concepiscono delle linee rette in tutte le direzioni, secondo ciascuna di queste linee rette vi sarà un raggio di luce, conciossiachè la luce si propaga in tutt'i sensi ed in linea retta; ma quando uom si allontanerà molto dalla fiamma, perchè il mezzo addiventi sensibilmente eterogeneo, i raggi della luce comincceranno a curvarsi, e le linee rette primitive non rappresenteranno più le direzioni loro.

Quando la luce si propaga in un mezzo omogeneo intorno di un punto luminoso, e che la si riceve su di una superficie qualunque, ei si suol dire che questa superficie è rischiarata da un pennello luminoso, quando essa è picciola; e da un fascio luminoso, quando è più grande. Allora questa superficie si risguarda, come la base di un cono, il cui punto luminoso è il vertice; e la luce del pennello o del fascio è la luce compresa nel cono. Ma, quando la luce passa in un mezzo eterogeneo, tutt'i raggi di uno stesso fascio cominciano a propagarsi secondo linee curve, e generalmente secondo linee curve diverse; nel qual caso non è più vero il dire che il fascio è un cono retto.

Un pennello luminoso od un fascio di luce è di natura sua *divergente*, cioè che la sua sezione è tanto più grande, quanto si allontana di vantaggio dal punto luminoso. Nondimeno, quando il punto luminoso è lontanissimo, ei si dice che il fascio è *parallelo*, perocchè tutte le sezioni sono sensibilmente uguali, o, il che significa lo stesso, tutt'i raggi sono sensibilmente paralleli. Così per esempio la luce, che ci tramanda il centro del sole, forma un fascio parallelo, dappoichè due linee che sono alla superficie della terra distanti di qualche pollici od anche di qualche leghe, e che si vanno a scontrare nel centro del sole, sono due linee parallele.

*

I fasci di luce naturale convenevolmente modificati possono diventare *fasci convergenti*, cioè che i raggi sono ricondotti in una tale direzione, che tutti concorrano nello stesso punto. Questo punto di concorso di tutt' i raggi di un fascio appellasi un *fuoco*. Ma è da notarsi che, dopo essersi in tal modo ricongiunti e concentrati in un fuoco, tutt' i raggi continuano il loro cammino come se ciascuno di essi fosse solo, dal che segue che al di là del fuoco il fascio divien divergente, come un fascio naturale.

363. ***L' intensità della luce di un punto luminoso decresce, come il quadrato della distanza aumenta.*** — Egli è noto che le sezioni $a\ b$ ed $a'\ b'$ di un cono retto (*fig. 132*) sono tra loro, come i quadrati delle distanze dal vertice sc ed sc': essendo per esempio sc' doppio di sc, la sezione $a'\ b'$ sarà quadrupla della sezione ab. Ora, essendo questo cono un fascio luminoso, chiaro è che la luce, che passa in ab, è la stessa di quella, che passa in $a'\ b'$; e poichè quivi ella è sparsa su di uno spazio quadruplo, la ne dee rischiarare ciascuna parte con una intensità quattro volte minore.

Questa proposizione non si applica strettamente ad un corpo luminoso di grand'estensione, la cui luce a brevi distanze si ricevesse. Dappoichè il punto s' non rischiara ab, mentre rischiara $a'\ b'$; ed i punti, che fossero compresi tra s ed s' tutti manderebbero luce maggiore in $a'\ b'$, che in ab; conseguentemente un corpo luminoso, che si estendesse da s ad s', darebbe ad ab uno splendore, che non sarebbe quadruplo di quello, che sarebbe ad $a'\ b'$.

364. I corpi, che non sono di per sè stessi luminosi, si distinguono in *corpi opachi*, come il legno, la pietra e i metalli; *corpi diafani* o *trasparenti*, come l'aria, l'acqua ed il vetro; e *corpi translucidi*, come la carta sottile ed il vetro appannato.

I *corpi opachi* non trasmettono veruna luce attraverso alla massa loro: ma l' opacità è dipendente sempre dalla doppiezza: tutt' i corpi ridotti in lamine o in molto sottili sfoglie lasciano passare una parte della luce, che ricevono; così attraverso di una sfoglia d' oro incollata

ad un vetro, si discerne uno barlume verdastro sensibilissimo, quando si guarda una candela, od anche la luce del cielo o delle nubi.

I *corpi diafani* trasmettono la luce, e fanno scorgere chiaramente a traverso della loro sostanza tutte le forme degli oggetti. I gas, i liquidi e la maggior parte de' corpi cristalizzati sembrano avere generalmente una diafanità perfetta, quando sono in picciola massa; essendo essi assolutamente senza colore, e lasciando scorgere non solo le forme degli oggetti, ma tutte le gradazioni eziandio de' loro colori. Non pertanto i più diafani di siffatti corpi diventano colorati, quando hanno una sufficiente doppiezza, il che prova che essi assorbono allora una parte della luce, che gli attraversa. Così una goccia di acqua è limpida perfettamente, mentre l'acqua presa in massa è di un verde turchino chiarissimo.

I *corpi translucidi* fanno passare una parte della luce da essi ricevuta, ma non lasciano distinguere nè il colore, nè la distanza, ne la forma degli oggetti. Spesso nel linguaggio comune la voce trasparente si applica ai corpi translucidi del pari che ai diafani.

365. Dell'*ombra* e della *penombra*. — Quando un corpo opaco è rischiarato da un sol punto luminoso, è agevole a ritrovare la forma dell'ombra, che ne risulta: in fatti concependosi una linea retta, che passi pel punto luminoso, e faccia un rivolgimento attorno di un corpo, posandosi incessantemente sopra il suo orlo, questa linea descrive una specie di superficie conica, il cui prolungamento al di là del corpo dà la traccia del contorno dell'ombra (*fig. 133*). Intanto noi dobbiamo prevenire che quest'*ombra geometrica* non coincide mai con l'*ombra fisica*, dappoichè la luce si *diffrange* o sembra *piegarsi* passando vicino ai confini de' corpi, e l'effetto di questa diffrazione è sempre di far parere la luce in una parte più o meno grande dell'ombra geometrica, e di fare al contrario parere ombra al di fuori.

Ciò che precede si applica ad un cumulo qualsiasi di punti luminosi, ma allora si distinguono l'*ombra* e la *penombra*. L'ombra è tuttavia il luogo dello spazio, che

nessuna luce riceve; e la *penombra* è l' unione di de' luoghi, che sono nell'ombra rispetto ad alcuni de'punti, mentre essi ricevono la luce degli altri.

La luce, che penetra per una picciola apertura in una camera nera, cioè in uno spazio esattamente chiuso da tutte parti, presenta ancora dei fenomeni di ombra e di penombra. Per esempio essendo *v* (*fig. 134*) la picciola apertura praticata nell' imposta, il fascio, che va dal punto luminoso *s* e penetra nella camera è un cono indefinito, avente *s* per vertice e *v* per base. La superficie di questo cono è il limite geometrico, che separa la luce dall' ombra assoluta; ma sì in questo caso che nel precedente l' ombra fisica è lontana dal coincidere con l' ombra geometrica, conciosiachè si osserva luce al di fuori del cono ed ombra al di dentro. Per acquistare un'immagine più chiara di questo fenomeno di diffrazione supponiamo che l'apertura sia circolare e del diametro di due o tre millimetri, che il punto luminoso non mandi che luce rossa, e che vadasi a presentare al fascio un gran quadro bianco *t* a due o tre metri nell' interno della camera; allora invece di avere su questo quadro *t* una macchia circolare rossa circondata di ombra compiuta, come *b*, avrannosi al contrario degli anelli alternamente rossi e neri, o al di dentro o al di fuori della base geometrica del cono di luce. Quando il punto luminoso tramanda luce bianca ordinaria, allora invece di queste alternative di ombra e di luce si distinguono semplicemente degli anelli colorati, in cui diverse gradazioni si succedono a piccioli intervalli. Consimili fenomeni produce ancora un' apertura grandissima, ma ad una picciola distanza soltanto intorno al limite geometrico dell' ombra. Intanto noi dobbiamo per ora fare astrazione da questi notevoli effetti, e supporre dapprima che la luce si propaghi geometricamente in linea retta, senza essere modificata o diffratta presso i limiti dei corpi.

In tale ipotesi ogni punto luminoso dando un fascio improvvisamente separato dall' ombra, chiaro è che molti punti luminosi, come *s*, *s'*, *s''* (*fig. 135*), darebbero nella camera nera dei fasci, che si propagherebbero,

come se fossero soli, e che ne risulterebbero degli spazi diversamente rischiarati. In *a* per esempio giungerebbero raggi da tre punti luminosi, in *c*, da due punti soltanto, in *d* da un punto solo; e gli spazi *e* sarebbero compiutamente nell'ombra, siccome gli spazi esterni *f*.

Ma supponendo che *s' s''* sia il diametro di un disco, di cui tutti i punti fossero ugualmente luminosi, ei ci sarà nella camera nera un gran fascio *b b'* composto di un infinito numero di fasci, ciascuno proveniente da un punto diverso, ed il cerchio, il cui diametro è *b b'* si troverà disugualmente rischiarato in tutti i suoi punti. Per sapere a cagion di esempio qual'è la luce, che giunge in *k*, bisogna riguardare questo punto, come il vertice di un cono avente per base l'apertura *v*, e tutti i punti del disco luminoso, che questo cono prolungato va a sviluppare, danno luce al punto *k*, gli altri non gliene danno.

Questa costruzione si può applicare al disco del sole; se non che invece di un fascio conico ciascun punto di questo astro ne manda uno parallelo (*fig. 136*): *c* è il fascio mandato dal centro, *s* quello mandato dall'orlo superiore, ed *s'* dall'inferiore. L'angolo *sos'* è di circa 32', dappoichè gli è sotto questo angolo che noi scorgiamo il disco del sole. Dato un punto *k* su di una sezione *bb'* del fascio della camera nera, di leggieri si può, dietro quanto abbiamo detto dianzi, determinare quali siano i punti del sole, i cui raggi esso riceve; ed agevolmente si calcolerebbe a qual distanza dall'imposta il punto centrale *m* o qualsivoglia altro punto cessa di ricevere i raggi degli orli.

Gl'ingegni meno attenti non mancano di osservare un gran numero di fenomeni, che si spiegano per mezzo delle nozioni precedenti. E noi ne indicheremo qui alcuni esempi.

1° Quando nella camera nera si fa entrare un fascio di luce solare per una picciola apertura di qualsiasi forma, questo fascio dà sempre un'immagine perfettamente rotonda, cadendo perpendicolarmente su di un quadro ad una convenevole distanza dall'imposta. Per esempio supponiamo che l'apertura sia un quadrato *a* (*fig. 147*);

ciascun punto del sole dà nella camera nera un fascio quadrato, la cui sezione perpendicolare è di per tutto uguale in *a*, e basta per avere il contorno dell' immagine il concepire che l' uno di questi fasci giri nell'apertura, posandosi sopra gli orli dell' astro. Così, quando l' immagine sarà ricevuta ad una distanza molto grande relativamente all'ampiezza dell'apertura, il suo contorno esterno sarà simile sempre al contorno esterno del corpo luminoso, qualunque sia la forma dell' apertura. Nel tempo di una ecclissi l'immagine del sole nella camera nera è ora annulare, ora in forma crescente, ecc., ed è sempre perfettamente simile alla parte del disco, che non è nascosta. Analoghi fenomeni si possono osservare sotto le ombre degli alberi folti ed elevati: i raggi, che passano tra le fronde, vanno a dipingere sul suolo immagini *ellittiche* del sole, quando cadono obliquamente, ed immagini rotonde, quando perpendicolarmente; nel momento dell' ecclissi queste immagini acquistano ancora forme diverse secondo l' obliquità del suolo.

2° Durante una bella notte tutte le stelle, che brillano nella volta del cielo, vanno a dipingere le immagini loro nell' interno di una camera oscura, la cui apertura è picciolissima. Di fatto ogni stella dà un fascio parallelo, del quale tutte le sezioni parallele all' imposta sono uguali all' apertura; questi fasci cadendo sopra superficie bianche con diverse obliquità danno delle immagini, di cui si può di leggieri determinare la grandezza e il contorno.

3° Durante il giorno nell' interno della camera nera si distingue un' immagine rovesciata del cielo, delle nubi, dell' orizzonte e di tutti gli oggetti, che stanno davanti la picciola apertura. Ogni punto di un albero manda, per esempio, un fascio sensibilmente parallelo, la cui sezione è di un millimetro, se l' apertura non ha che un millimetro di diametro. Così sul muro o sul quadro della camera nera i fasci *a* e *b* di due punti vicini (*fig. 138*) si soprappongono in parte, e di tanto più, quanto il quadro è più prossimo all' apertura; mentre i fasci *a* e *c* di due punti alquanto lontani si distrigano l' uno dall' al-

tro per formare immagini distinte di essi punti. Adunque si avrà un immagine rovesciata del totale, che sarà sempre verso gli orli confusa, ma tanto meno, quanto l'apertura sarà più piccola e più lontano il quadro. Nel tempo stesso sulla figura 138 si vede la cagione del rovesciamento.

366. Le precedenti nozioni possono darci una prima immagine del fenomeno della visione. L'occhio, siccome vedremo, è un apparecchio consimile ad una camera nera: l'apertura della *pupilla* dà passaggio ai fasci di luce, e la reticella nervosa della *retina*, che adorna il fondo dell'occhio, è come il quadro, sopra il quale si vanno a dipingere le immagini: ma, perchè un punto solo di un oggetto esterno non scuota un punto solo della retina, di dietro alla pupilla evvi un corpo di forma lenticolare e quasi solido, detto *cristallino*, che concentra i raggi d'uno stesso fascio, e tutti li fà esattamente convergere sullo stesso punto della retina. Così, quando noi guardiamo un corpo lontano, noi vediamo ciascuno dei suoi punti per mezzo di due coni di luce opposti alla loro base: il primo di questi coni è *divergente*, il suo vertice nel punto che si mira, e la sua base ha per larghezza l'apertura della pupilla; il secondo è *convergente*, e, perchè la visione sia perfettamente chiara, il suo vertice deve cadere esattamente sulla pupilla. Ed è in forza di questa organica disposizione tanto semplice nel suo principio, e sì meravigliosa nei suoi particolari, che tutti gli oggetti del più vasto paesaggio si vanno a dipingere in un impercettibile attimo ad un tempo sulla retina, con tutte le varietà delle loro forme, e tutto lo splendore de'loro colori.

Siccome noi giudichiamo della situazione di un punto nello spazio dal luogo della sua immagine sulla retina, e dalla direzione, che diamo all'occhio per riceverla, di quì procede che noi per una costante abitudine, supponiamo sempre che il punto, i cui raggi ne affettano, è situato al vertice esterno del cono, che può dare *direttamente* origine al cono interno di luce. Questo abituale principio de'nostri giudizi è la sorgente di tutte le *illusio-*

ni di ottica, che appartengono alla situazione degli oggetti. Così il punto *a* (*fig.* 139) dipinge la sua immagine nel punto *a'* per mezzo di due coni opposti *pap'* e *pa'p'*. Ma se la luce invece di venire all' occhio in linea retta si trova rotta o deviata da qualche cagione, un punto posto in *b* per cagion di esempio o in *c* potrebbe dare origine allo stesso cono interno *pa'p'* ed alla stessa immagine *a'*; ed allora noi falsamente giudicheremmo che questi punti sono *a*, senza che vi sia nissun dato per far cessare la nostra illusione; dappoichè i fasci di luce de' punti *b* e *c* venendo infine a confondersi nella loro direzione col fascio, che fosse partito dal punto *a*, niente non ci può far accorti de' diversi cangiamenti di cammino, ch'essi hanno potuto patire. Adunque è vero il dire che per mezzo dell' organo della vista ***noi giudichiamo sempre in linea retta***, e che i giudizi nostri sono indubitatamente falsi, quante volte la luce prova il più lieve deviamento tra l'oggetto, che la tramanda, e l'occhio, che la riceve.

367. ***La luce si propaga con celerità tanto grande che dal sole giunge alla terra in*** 8' 13". — Per mezzo dell' osservazione degli ecclissi del primo satellite di Giove il Roemer fu condotto nel 1675 e 1676 a questa importante scoverta, non essendoci voluto meno di un anno per ben confermarla. La figura 140 potrà dare un' idea di siffatte osservazioni : ***s*** è il luogo del sole, ***t a b m c d*** l'orbita della terra, ed *j* la posizione di Giove. Immaginiamo che Giove sia nel piano dell' ecclittica, com' è rappresentato nella figura, che rimanga immobile durante un intero rivolgimento della terra, e che il primo satellite giri nel cerchio ***e i g h***; questo cerchio, il diametro di Giove ed il cono di ombra, che slancia dietro di sè, qui sono molto ampliati. Durante una metà dell' anno, quando la terra percorre la parte ***t a b m*** della sua orbita, noi possiamo osservare *le emersioni* del primo satellite, cioè il momento ch' esce dall' ombra, e durante l'altra metà noi possiamo osservare le sue ***immersioni***, cioè il momento che s' immerge nell'ombra. L' intervallo di due emersioni o di due immersioni successive è la durata di un rivolgimento. Qualunque sia il punto dell'orbita

terrestre, onde si faccciano le osservazioni, questa durata è sempre di 42ore 28' 35'' o circa 42ore ½. Quindi, se dal punto *a* per esempio si osserva un' emersione, in un dato istante, si può predire che la 100ª emersione seguente avrà luogo puntualmente dopo 100 volte 42ore 28'35'', e che sarà veduta dal punto *b*, dove allora il globo terrestre sarà pervenuto mercè il suo movimento di translazione. Ora trovasi per esperienza ch' essa giunge sempre *alquanto più tardi*, e se ne conchiude che la differenza è il tempo, che impiega la luce per passare da *a* in *b*; la velocità di propagazione se ne deduce, dividendo la distanza nota *ab* pel ritardo osservato. La qual conclusione trovasi verificata durante la seconda metà dell' anno; dappoichè, se si osserva per esempio un' immersione del punto *c*, la 100ª immersione seguente dovrebbe avere luogo dopo 100 volte 42ore 28' 35'', quando il globo terrestre fosse giunto in *d*. Ora si trova con l' esperienza che giunge sempre *alquanto più presto*, e questo *avvanzamento* è appunto il tempo, che impiega la luce per passare da *d* in *c*. Ed è con simili osservazioni e spesso ripetute che si è finalmente potuto dimostrare che la luce percorre in 1'' quasi 80, 000 leghe, o 79, 572 leghe di 2000 tese, e che impiega 8' 13'' per giungere dal sole alla terra.

Dietro di che è facil cosa calcolare il tempo, che mette la luce ad andare dal sole ai diversi pianeti. Ecco la tavola de' risultamenti.

Pianeti.	Distanza media dei pianeti dal sole in leghe di 2000 tese.	Tempo che mette la luce per andare dal sole ai pianeti.		
Mercurio	15,185,465	0or.	3'	10''
Venere	28,375,600	0	5	56
Marte.	59,772,960	0	12	31
Vesta	92,705,600	0	19	25
Giunone	104,755,000	0	21	57
Cerere.	108,555,500	0	22	44
Gallade	108,738,000	0	22	46
Piove	204,100,280	0	42	45
Saturno	374,196,340	1	18	23
Urano.	752,540,172	4	9	48

Il tempo che adopera per esempio la luce per giungere da Urano alla terra è ora minore ora maggiore di 4ore 9' 48'', secondo le rispettive posizioni di questi due pianeti; ma, senza andare troppo lungi dal vero, può dirsi che l'astronomo, che guarda il globo di Urano, lo vede dov'era 4ore per l'innanzi, e che, se questo pianeta fosse annichilito in un dato istante, lo si vedrebbe ancora 4ore dopo che fosse cessato di esistere.

Noi non sappiamo a qual distanza dalla terra sono disperse le stelle, ma con certezza sappiamo che non evvi alcuno di questi astri, che non sia a men di 200,000 volte la distanza del sole dalla terra; epperò la lor luce per giungere a noi mette almeno 200, 000 volte 8' 13'', cioè 1141 giorni ovvero 3 anni e 45 giorni: senza dubbio non vi ha esagerazione in supporre che noi vediamo stelle, che sono qualche migliaia di volte più lontane, e la cui luce impiega per conseguenza parecchi secoli per giungere a noi. Quanto esiste nel cielo al di là del nostro sistema, potrebbe essere infranto, confuso, annichilito, e noi tranquilli abitatori della terra, noi viveremmo ancora numerosi anni a contemplare, come oggidì, questo grande spettacolo di ordine e di magnificenza, che altro non sarebbe, se non un'ingannevole illusione, un'apparenza senza realtà.

La materia ponderabile sembra di sua natura non essere capace di un moto rapido tanto, quanto quello della luce.

368. Ora per entrar nello studio dell'ottica, cioè nello studio delle modificazioni diverse, che i corpi possono imprimere alla luce, noi distingueremo le proprietà, che sono relative soltanto alla direzione dei fasci luminosi, e quelle, che sono essenziali ai raggi stessi ed indipendenti dalla loro direzione. La prima parte noi studieremo sotto il titolo generale di *luce non polarizzata*, sotto quello di *luce polarizzata* l'altra.

PRIMA PARTE

LUCE NON POLARIZZATA.

CAPITOLO PRIMO.

Della Catottrica o della riflession della luce.

369. *Della riflessione della luce su di una superficie piana.* — Quando nella camera nera si fa cadere un fascio di luce solare $l\,l'$ (*fig. 141*) su di uno specchio levigato di metallo $m\,m'$, due notevoli fenomeni si osservano in generale: 1° in una determinata direzione si distingue un fascio $r\,r'$, che sembra partir dallo specchio, e segna su' corpi, che incontra, un' immagine brillante del sole; tutt' i raggi di questo fascio sono raggi *regolarmente* riflessi, e tanto più splendore hanno, quanto meglio levigato è lo specchio: 2° da diversi punti della camera nera si distingue la porzione dello specchio, sulla quale cade la luce; i raggi id, id', id'' ecc. che sono così dispersi per tutt' i versi, sono raggi *irregolarmente* riflessi; e tanto più splendore hanno, quanto lo specchio è men levigato.

L' angolo $l\,i\,p$, che fa un raggio incidente $l\,i$ con la normale ip nel punto d'incidenza i dicesi *angolo d'incidenza.*

L'angolo $r\,i\,p$, che fa un raggio riflesso $r\,i$ con la normale p nel punto d'incidenza dicesi *angolo di riflessione*.

Il piano formato dall'angolo d'incidenza dicesi *piano d'incidenza*.

Il piano formato dall'angolo di riflessione dicesi *piano di riflessione*.

Queste definizioni si applicano a tutt'i raggi incidenti e riflessi; ma noi non ci dobbiamo in questo momento occupare, se non della *riflessione regolare*, ed ecco le leggi con le quali si compie.

1° *Il piano di riflessione coincide col piano d'incidenza.*

2° *L'angolo di riflessione è uguale all'angolo d'incidenza, e situato dall'altra parte della normale.*

Queste due fondamentali verità possono essere da una sola esperienza dimostrate, che gli astronomi hanno opportunità di spesso ripetere, e con istrumenti di molta precisione.

Intorno al centro c di un gran cerchio verticale vv' (*fig. 142*) movesi un cannocchiale l, col quale si osservano le stelle. Dapprima si fa un'osservazione con la luce diretta $e\,d$, in seguito se ne fa un'altra con la luce $e'\,i\,r$, ch'è riflessa sulla superficie tranquilla di un vaso pieno di mercurio, e costantemente si trova che l'angolo $d\,c\,p$ è uguale all'angolo $p\,c\,o'$. Ora essendo parallele le verticali $p\,c$ ed $i\,p'$, del pari che i raggi $e\,d$ ed $e'\,i$, provenienti da una medesima stella, chiaro è che gli angoli $d\,c\,p$ e $p\,c\,o'$ sono rispettivamente uguali agli angoli $e'\,i\,p'$ e $p'\,i\,r$, e per conseguenza questi sono eguali tra loro; ed è chiaro inoltre che il piano d'incidenza $e'\,i\,p'$ coincide col piano di riflessione $p'\,i\,r$.

Ei non è necessario di provare direttamente che il raggio $i\,r$ procede da $e'\,i$, dappoichè nel punto i non può cadere che un raggio parallelo ad $e\,d$.

Queste due leggi della riflessione sono del tutto generiche nè soffrono eccezione veruna; le sono vere per la luce naturale, che ci perviene dagli astri; e per la luce artifiziale, che noi possiamo produrre con la combustio-

ne, con le azioni chimiche, la fosforescenza, l' elettricismo ecc.

Facil cosa è per mezzo di questi principi il dimostrare che gli specchi piani debbono farci vedere *immagini* degli oggetti, e che queste immagini sono sempre *simmetriche* degli oggetti in rispetto al piano dello specchio.

In fatti sia mm' uno specchio piano (*fig. 143*) ed l un punto luminoso; abbassiamo dal punto l sulla superficie dello specchio sul suo prolungamento una perpendicolare lk, che noi prolungheremo di una quantità uguale a sè stessa; il punto l', che la termina è *simmetrico* del punto l. Ma, se noi tiriamo una linea $l'\ i\ r$ in un qualsiasi punto dello specchio ed una linea li nel punto medesimo, gli angoli $l\ i\ k$ ed $l'\ i\ k$ essendo uguali, gli angoli $l\ i\ p$ ed $l'\ i\ p'$ lo saranno del pari; adunque $r\ i\ p$ opposto pel vertice ad $l'\ i\ p'$ sarà uguale ad $l\ i\ p$; così il raggio che cade secondo li si dee riflettere secondo il prolungamento di $l'\ i$. Ciò, che vero è per questo raggio, è vero per tutti gli altri; sicchè finalmente *tutt' i raggi del fascio riflesso* $r\ i\ r'\ i'$ *sono diretti, come se partissero dal punto* l', *che è il punto simmetrico del punto* l.

Ora supponiamo che si ponga in parte l' occhio in o nel fascio riflesso, e che $r\ r'$ rappresenti l' apertura della pupilla. Il piccolo pennello di luce, che cade nella pupilla, è esattamente diretto, come se venisse dal punto l'; sicchè per mezzo di questo pennello l' occhio vede il punto luminoso in l' senza supporre che la luce venga dal punto l, e che sia stata rotta dalla riflessione in $i\ i'$.

Applicandosi questo ragionamento a ciascuno dei punti di un corpo luminoso qualunque, ne risulta che la fiamma di una candela per esempio situata in $b\ g$ (*fig. 144*), debb' esser veduta in $b'\ g'$, dappoichè il vertice s è veduto in s', il punto b in b', il punto g in g' ecc. I corpi, che non son luminosi ma rischiarati semplicemente, presentano gli stessi fenomeni, dappoichè la luce, ch' è irregolarmente riflessa sopra ciascuno de' punti della lor superficie, si propaga, come se fosse immediatamente prodotta da questi punti.

Adunque le immagini non sono *rovesciate*, come

qualche fiata si dice, ma esse sono simmetriche degli oggetti; il che è diversissimo.

Generalmente per costruire un'immagine simmetrica di un corpo rispetto ad un piano, bisogna da tutt' i punti di questi corpi abbassare delle perpendicolari sul piano, e prolungare ciascuna di una quantità uguale a sè stessa; la totalità degli estremi di queste perpendicolari prolungate forma l'immagine simmetrica.

Se esistessero superficie riflettenti perfettamente levigate, l'occhio non le potrebbe distinguere, nè manco supporne l'esistenza; dappoichè i corpi non sono percettibili in distanza, se non mercè i raggi irregolarmente riflessi nella lor superficie, e tutti i raggi regolarmente riflessi fanno vedere i punti luminosi, onde sono usciti e non i corpi riflettenti, su'quali essi cadono. Se il globo della luna per cagion di esempio fosse levigato come la superficie di un globettino di mercurio, noi non lo potremmo vedere guardandolo, ma vedremmo solamente l'immagine del sole, che lo illumina.

Nello stesso mezzo perfettamente omogeneo la luce può moversi indefinitamente senza provare la minima riflessione regolare; ma ogni volta che si presenta per passare da un mezzo in un altro, essa prova nella superficie di separazione di questi mezzi una riflessione regolare più o meno abbondante.

Se la direzione della luce riflessa è determinata con una precisione geometrica, non è lo stesso della sua intensità. Sopra questo difficile punto, del quale ci occuperemo alla fine dell'ottica, si sa solamente.

1° che la quantità della luce regolarmente riflessa va crescendo con l'angolo d'incidenza, senza però esser nulla, quando questo angolo è nullo;

2° che dipende dal mezzo *nel* quale la luce si move, e dal mezzo *sul* quale cade;

3° ch'è diversissima per corpi di diversa natura, che sono posti nelle circostanze medesime.

Noi citeremo alcuni esempi in sostegno di questi risultamenti generici per fargli intendere meglio.

Mirando la fiamma di una candela per riflessione

su di un pezzo di vetro appannato, non si discerne l'immagine, quando l'angolo d'incidenza è picciolissimo, ma, quando esso è grandissimo, si discerne molto chiaramente. Ancora si può in tal caso distinguerla su di un pezzo di legno o di stoffa, od anche su di un pezzo di carta annerito dal fumo. Le quali esperienze provano nel tempo stesso che tutt'i corpi riflettono regolarmente una certa proporzione della luce ch'essi ricevono, e che questa proporzione va crescendo con l'obliquità de' raggi.

370. *Goniometro di Wollaston.* — Le leggi della riflessione della luce sono state applicate alla misura degli angoli diedri de' corpi levigati ed in ispezialtà de' cristalli. Gli apparecchi, di cui si fa uso per questo obbietto, si chiamano *goniometri*; e qui ci limiteremo a descrivere solo il goniometro di Charles.

L'apparecchio è rappresentato nella figura 145: si compone di un cerchio di rame *a* sostenuto da un piede a tre viti calanti, che servono a metterlo orizzontalmente; su questo cerchio si alloga un'alidada *b* formante verso il centro una capsula *c*, sulla quale si dispone con cera molle il prisma o il cristallo di cui si vogliono misurare gli angoli; la sola condizione ad adempiere è che il lato, il qual forma il vertice dell'angolo diedro, di cui si cerca la misura, sia molto esattamente verticale, e quindi parallelo all'asse di rotazione dell'alidada, senz'avere un'eccentricità troppo grande; a qual uopo si fa uso del cannocchiale fisso *d*, nel cui fuoco stanno disposti de' fili paralleli e verticali; con questo cannocchiale guardasi una linea verticale lontana, come un parafulmine o il lato di un edificio; poscia dopo aver confermata la coincidenza di questa linea con l'uno de' fili micrometrici del cannocchiale, si rimira questa medesima linea per riflessione sull'una delle facce dell'angolo diedro, ed in seguito sull'altra faccia dello stesso angolo; se queste due immagini riflesse, che di mano in mano si ottengono quando gira l'alidada, vanno l'una e l'altra a cadere sotto lo stesso filo micrometrico, chiaro è che le due facce dell'angolo diedro sono entrambe verticali nell'istante, che riflettono l'immagine della linea, che serve di mira: per conseguen-

za esse sono sempre verticali durante il moto di rotazione, ed il lato dell'angolo diedro è esso medesima verticale. Bastano alcuni tastamenti per giungere a questa coincidenza. Quando essa è ben confermata, si mette l'alidada nel zero della divisione del cerchio a, e fannosi insieme girare il cerchio e l'alidada, insino a che l'immagine riflessa della mira cada sotto il filo micrometrico centrale; allora il cerchio si fissa per la sua vite di pressione, e fassi girare l'alidada sola, insino a che l'immagine riflessa sull'altra faccia vada a cadere sotto il medesimo filo, e l'angolo, di cui è bisognato far camminare l'alidada, è il *supplimento* dell'angolo ricercato. Effettivamente si vede sulla figura 146 che, se la prima riflessione ha avuto luogo sulla faccia $s\,y$, la seconda ha luogo, quando la faccia $s\,y$ ha preso la posizione $s'\,y'$, e per conseguenza essa ha descritto un angolo supplimento dell'angolo cercato.

371. *Riflessioni sopra due piani paralleli.* — Il punto p (*fig. 147*) trovasi tra due specchi paralleli m ed m', e l'occhio situato in o scorge dietro lo specchio m un gran numero d'immagini, di cui può rendersi facilmente ragione. I raggi, che cadono direttamente su di m, formano un'immagine in a; quelli, che cadono direttamente sopra m', formano un'immagine in a'. Adunque questi ultimi raggi sono dopo la loro riflessione, come se partissero dal punto a', e venendo a cadere sullo specchio m formano un'immagine, che si trova in b (essendo il punto b simmetrico di a' rispetto ad m); di dietro ad m evvi parimente un'immagine in c (essendo il punto c simmetrico di a rispetto ad m'). I raggi, che hanno provato una prima riflessione su di m, ed una seconda riflessione su di m', ritornano adunque novellamente in m; e sono come se partissero dal punto c, e danno per conseguenza un'immagine in d (essendo il punto d simmetrico di c rispetto ad m), ecc.

Ben si comprende come le riflessioni successive fanno scorgere un numero infinito d'immagini semprepiù oscure; e sarebbe facilissimo esprimere algebricamente la legge delle loro mutue distanze.

Se fra le immagini si volessero distinguere quelle, che risultano da una prima riflessione su di m; e quelle, che risultano da una prima riflessione su di m', potrebbesi collocare tra gli specchi un corpo, che fosse rosso per esempio dal canto di m, e turchino dal canto di m'; allora da un lato tutte le immagini sarebbero alternamente rosse e turchine, e dall' altro alternatamente turchine e rosse.

372. *Riflessioni sopra due specchi inclinati.* — I fenomeni precedenti si riproducono fra due specchi inclinati con questa differenza, che allora il numero delle immagini visibili è dipendente dall' angolo degli specchi. E basterà esaminare il caso, in cui gli specchi fanno un angolo retto fra loro: mc (*fig. 148*) rappresenta il taglio del primo, ed $m'c$ quello del secondo; dal punto c del loro comune intersecamento si è descritta una circonferenza di cerchio amm'. Un oggetto situato in a fa un'immagine in b mercè la riflessione su di mc, ed un'immagine in b^1 mercè la riflessione su di $m'c$; dippiù i raggi che han patito una prima riflessione su di mc e che ricadono su di $m'c$, danno un'immagine in d (essendo il punto d simmetrico di b rispetto ad $m'c$); e quelli, che han patito una prima riflessione su $m'c$ e che ricadono su di mc, danno un' immagine nello stesso punto d (dappoichè questo punto è anche simmetrico di b rispetto ad mc), di quì risulta che, ponendosi l'occhio all' uno de'capi degli specchi e vicino al lor comune intersecamento per ricevere ad un tempo i raggi diretti e quelli, che hanno provato una o due riflessioni, quattro immagini si vedranno nel punto a, cioè l' immagine diretta in a, poi le immagini riflesse in b b' e d.

Sopra questo principio si fonda la costruzione del caleidoscopio.

Per avere a cagion di esempio 5, 6 . . . 20 immagini dello stesso punto, ei basta dare all' angolo degli specchi $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$ . . . $\frac{1}{20}$ di circonferenza (4).

373. *Riflessioni sopra gli specchi curvi.* — In ottica è adottato questo principio fondamentale, che la riflessione si fa in un punto qualunque di una superficie

curva, come si farebbe sul piano tangente in questo punto. Di qui a poco vedremo che questo principio è confermato col fatto da numerose esperienze, ma si potrebbe dimostrare anche direttamente colla teorica. Dal che risulta che le leggi generiche si applicano senza restrizione a tutte le superficie loro, e che tutto si riduce a trovare per ciascun punto la direzione del piano tangente, o della normale, il che è semplicemente un problema di geometria.

Sicchè un punto luminoso posto nel centro di una sfera cava ed internamente levigata manderebbe raggi su tutt'i punti della superficie, e ciascuno di questi raggi sarebbe riflesso sopra sè stesso, e dopo la riflessione ritornerebbe al centro direttamente. Ancora un punto luminoso posto in uno de'fuochi di un'ellissoide manderebbe raggi su tutt'i punti della superficie, e tutti questi raggi anderebbero mercè queste riflessioni a congiungersi e concentrarsi nell' altro fuoco, poi continuando il cammino loro ritornerebbero al primo fuoco dopo una seconda riflessione, dopo una terza ritornerebbero al secondo fuoco, e così di seguito.

Un punto luminoso posto nel fuoco di una paraboloide manderebbe raggi, che tutti sarebbero riflessi parallelamente all'asse, ed andrebbero a perdersi nell' infinito: reciprocamente un punto posto nell' infinito, come una stella, e sopra l' asse di una paraboloide, manderebbe raggi, che tutti si andrebbero a concentrare nel fuoco.

374. *Riflessioni sugli specchi sferici* — Se s'immagina una sfera; il cui interno sia lisciatissimo, e che la si tagli con un piano, se ne distacca una *calotta*, che è uno *specchio sferico concavo*: questo sarebbe uno *specchio sferico convesso*, se la sfera fosse lisciata di fuori.

L'apertura dello specchio è l'angolo di due raggi cm e cm' tirati agli orli opposti della calotta (*fig. 149*); il suo *diametro* è la linea mm', che congiunge i due orli opposti della calotta; il suo *asse* è la linea ac tirata dal centro della calotta al centro della sfera.

Il punto a dicesi ancora il *centro di figura* dello specchio, ed il punto c il suo *centro di curvatura*.

Quando un punto luminoso s è situato sull'asse dello specchio (*fig. 150*), tutt'i raggi, che manda ad una picciola distanza angolare dal punto a, dopo la loro riflessione vanno a riunirsi in uno stesso punto f. Per dimostrarlo sia si l'uno di questi raggi, ci la normale nel punto d'incidenza, ed if il raggio riflesso; dinotiamo con x, y, z gli angoli asi, aci, afi; con d l'angolo d'incidenza cis e l'angolo di riflessione cif, che gli è uguale; e con b, r, m le tre distanze as, ac, af. Dappoichè si suppone che x, y, z non oltrepassino 3 in 4 gradi, questi angoli possono essere presi per le loro tangenti, nel tempo stesso l'arco ai può esser preso per una linea retta perpendicolare ad as, ed i triangoli rettangoli asi, aci, afi danno.

$$x = \frac{ai}{b};\ y = \frac{ai}{r};\ z = \frac{ai}{m};$$

Ei si ha dall'altra parte

$$x = y - d \text{ e } z = y + d,$$

dal che $z + x = 2y$, ovvero $z = 2y - x$, che pei valori precedenti diventa

$$\frac{ai}{m} = \frac{2\,ai}{r} - \frac{ai}{b}$$

ovvero

$$\frac{1}{m} = \frac{2}{r} - \frac{1}{b}. \quad (5)$$

Questo valore di $\frac{1}{m}$ essendo indipendente dagli angoli x y e z, se ne dee conchiudere che tutt'i raggi emessi dal punto s vadano effettivamente a riunirsi e concentrarsi nello stesso punto f, che per tal ragione si dice il *fuoco* del punto s; ma questa conseguenza è vera solo sotto la condizione che gli angoli x, y, z possano esser presi per le loro tangenti, il che limita essenzialmente l'aper-

tura dello specchio, e la riduce a non oltrepassare 8 in 10°. Per un'apertura più grande il concorso di tutt'i raggi non sarebbe più esatto, ed avrebbeci quel che si dice *aberrazione di sfericità.* (6)

Se il punto luminoso fosse posto fuori l'asse dello specchio, sempre si potrebbe per questo punto e pel centro c dello specchio tirare una linea retta, che dicesi allora *asse secondario*, e, siccome gli stessi ragionamenti si applicherebbero eziandìo rispetto a questo asse secondario, se ne trae finalmente che la formola precedente è una formola generale, che a tutt'i casi conviene. Intanto noi dobbiamo aggiungere che, se l'asse secondario facesse con l'asse principale ac un angolo di 15 a 20°, gli angoli x, y, z non potrebbero essere più molto piccioli, e questo è che limita il *campo dello specchio*, cioè l'estensione conica, nella quale debb'esser compreso un punto luminoso, perchè tutt'i raggi riflessi concorrano nello stesso fuoco con bastante esattezza.

Tutt'i raggi riflessi concentrandosi nello stesso punto formano un'*immagine* chiara e brillante del punto luminoso, dal quale sono emanati, ed il sito di questa immagine è sempre facile a rinvenire, dappoichè da una parte sta sulla linea tirata pel punto luminoso e pel centro dello specchio, e poichè dà un'altra parte è in una distanza dallo specchio data dal valore di m, che di leggieri si ottiene, quando si conosce r e b, cioè il raggio dello specchio e la distanza del punto luminoso.

Per far intendere meglio la formola generica noi discuteremo alcuni de' risultamenti che dà.

1° Quando b ha un valore infinito, tutt'i raggi sono paralleli; e si ha $m = \frac{r}{2}$, cioè che allora il fuoco è alla metà del raggio (*fig. 151*). Questo fuoco è detto *fuoco principale*, e la distanza sua dallo specchio *distanza focale principale.*

La figura 152 rappresenta il cammino de'raggi per un fascio parallelo ed obbliquo all'asse dello specchio.

2° Per $b = 100\ r$, si ha $m = \frac{100r}{199}$; sicchè basta

che la distanza dall' oggetto allo specchio sia uguale a 100 volte il raggio, perchè l'immagine si faccia sensibilmente nel fuoco principale.

3° Per $b = 2r$ si ha $m = \frac{2r}{3}$, sicchè, mentre l'oggetto si accosta allo specchio dall'infinito sino ad una distanza doppia del raggio, l'immagine non prova che un piccolo scostamento, e si allontana soltanto da $\frac{r}{2}$ fino a $\frac{2r}{3}$.

4° Per $b = r$ si ha $m = r$, il che debb'essere, conciossiachè tutt' i raggi mandati dal centro debbono ritornare al centro.

5° Per $b = \frac{r}{2}$ si ha $m = \infty$, cioè che mettendo il punto luminoso nel fuoco, allora tutt' i raggi riflessi formano un fascio parallelo, nè si vanno a scontrare che nell' infinito (*fig. 151 e 152*), il che debb'essere, poichè l'infinito ed il fuoco principale sono due fuochi coniugati.

6° Quando b è più piccolo di $\frac{r}{2}$, cioè quando il punto luminoso è più prossimo allo specchio del fuoco principale, allora m prende un valore negativo: il che non vuol dire che i raggi riflessi non si scontrano più, ma solo che s' incontrerebbero, se si prolungassero di dietro allo specchio (*fig. 153*). Il fuoco v dicesi allora *fuoco virtuale*, conciossiachè i raggi non vi passano in realtà, comechè siano diretti, come se vi passassero.

Dalla quale discussione risulta che, se un oggetto ss' (*fig. 150*) fosse disposto su di una superficie sferica avente lo stesso centro c dello specchio, esso formerebbe in mm' un' immagine *rovesciata*, che ne sarebbe l' esatta rappresentanza: avrassi un' idea della corrispondenza di grandezza, che vi ha tra l'immagine e l'oggetto, se si osserva che dal centro dello specchio sarebbero entrambi veduti sotto lo stesso angolo.

Se tutt' i punti di un oggetto non stessero alla stessa distanza dal centro, non tutt' i punti della sua immagine sarebbero alla stessa distanza.

I quali tutti risultamenti si trovano dalle seguenti esperienze verificati:

Cadendo un largo fascio di luce solare sullo specchio mm' (*fig. 151 e 152*) ei si vede una picciola immagine risplendente del sole in f o in f', secondochè il fascio incidente è parallelo ed obliquo all'asse. Vedendosi il sole dalla terra sotto un angolo di circa 30', l'immagine sua riguardata dal centro c sarebbe veduta sotto l'angolo stesso. Sicchè la sua grandezza assoluta dipende dal raggio dello specchio: per esempio nel fuoco del grande specchio riflettente di Herschell, che ha 80 piedi di raggio; l'immagine del sole ha circa 3 pollici di diametro, ed ha appena 3 linee nel fuoco di uno specchio del raggio di 6 piedi, e 3 millimetri nel fuoco di uno specchio di 1 metro di raggio: questa immagine grande o piccola ha uno splendore vivacissimo; nello spazio circoscritto da essa occupato si trovano concentrati ad un tempo tutta la luce e tutto il calore del fascio incidente.

Di siffatta esperienza può farsi uso per determinare il raggio di curvatura di uno specchio dato; ma vuolsi allora coprirne la superficie con un pezzo di stoffa o di carta, in cui si lascino solo due aperture vicino agli orli in v e v' (*fig. 154*), dappoichè è molto più facile a determinare con esattezza il punto di scontro de' piccoli fasci vf e $v'f$, che il luogo, in cui l'immagine compiuta del sole ha il più picciol diametro e la maggior lucentezza.

Di leggieri si riconosce che obbietti lontani circa 100 volte il raggio dello specchio fanno l'immagine loro molto prossimamente allo stesso punto che il sole.

Portando la fiamma di una candela in una camera nera a diverse distanze dinanzi allo specchio, sopra l'asse o fuori dell'asse, è facile a verificare tutti gli altri risultamenti del calcolo da noi indicati; la sua immagine si riceve su di un picciolo tramezzo di carta, o su di un pezzo di vetro appannato se il tramezzo fosse assai largo, esso arresterebbe troppo gran parte de' raggi incidenti, che giungono fino allo specchio.

Gli *specchi convessi* non danno che *fuochi virtua-*

li o immagini virtuali. Ed è facil vedere che per questi specchi la formola principale diventa:

$$-\frac{1}{m}=\frac{2}{r}+\frac{1}{b}.$$

I valori di b e di r essendo essenzialmente positivi, i valori di m sempre negativi saranno, e, siccome essi sono calcolati cominciando dal punto a, ciò prova che il fuoco cade sempre dietro lo specchio da a verso c; sicchè il fuoco non è mai prodotto dallo ***scontro reale*** de'raggi, ma dal loro ***scontro virtuale***, o dallo scontro de'loro prolungamenti.

Per $b=\infty$ si ha $m=-\frac{r}{2}$, è il maggior valore negativo di m (*fig. 155*);

Per $b=r$ si ha $m=-\frac{r}{3}$;

Da ultimo per $b=o$ si ha $m=o$.

Del pari si possono verificare questi risultamenti con l'esperienza, coprendo uno specchio convesso con un cartone forato di due buchi, e secondo la direzione de' due piccioli pennelli riflessi per determinare il punto, in cui vanno i loro prolungamenti a tagliarsi dietro lo specchio (*fig. 156*).

375. *Specchi conici e cilindrici.* — Noi non citeremo questi specchi, se non per dare un'immagine del cammino de' raggi, che sono riflessi nella lor superficie, e delle illusioni più o meno notabili, che ne possono risultare.

$b\,s\,b'$ (*fig. 157*) è il taglio di uno specchio conico, la cui superficie laterale esterna è lisciatissima. Si colloca per la sua base in $b\,m\,b'$ nel mezzo di un cartone circolare, sul quale con determinate norme si disegnano delle figure bizzarre, che sono dette ***anamorfosi***. L'occhio situato in o alquanto al di sopra del vertice del cono (*fig. 157*) scorge per riflessione una figura regolare risultante da tratti difformi, che sono delineati sopra il cartone.

Ei basta, per persuadersi di questa specie d'illusione, il notare che il punto c per esempio farà la sua im-

magine per riflessione in c', e che i punti compresi tra b e c faranno le immagini loro sulla linea $b\ c'$.

Gli specchi cilindrici presentano de' consimili effetti, di cui si potrà dare agevolmente ragione con le prime nozioni di geometria e di prospettiva.

376. *Delle superficie caustiche.* — Quando i raggi mandati da un sol punto luminoso, e poscia riflessi da una qualsivoglia superficie continua, non si ricongiungono tutti in un medesimo fuoco, sempre accade che i raggi vicini s' incontrino, ed allora i punti consecutivi, in cui si tagliano, ingenerano una superficie, che si dice *catacaustica* o *caustica per riflessione.* Quando la riflessione si fa su di una linea e non su di una superficie, la caustica è una linea semplice.

L'investigazione della forma delle superficie caustiche è un problema, che ha esercitato la sagacità di molti valenti geometri.

377. *Eliostato di Gambey.*— L' *eliostato* è uno strumento destinato a riflettere i raggi solari in una direzione che rimane invariabile per tutto un giorno, malgrado le altezze incessantemente mutabili del sole al disopra dell'orizzonte. Questo problema era stato risoluto, ma il Sig. Gambey ne ha data una soluzione più semplice ed ingegnosa; il suo eliostato è rappresentato nelle figure 158 e 159; e noi qui non possiamo dare che una idea del principio, sul quale n'è la struttura fondata.

a è un cerchio, che si dispone sempre parallelamente all'equatore, esso movesi sopra sè stesso con un movimento uniforme in modo da compiere un intero rivolgimento in 24ore siccome il sole; cd è l' oriuolo *h*, che lo mette in moto.

b è un arco di cerchio, il cui piano si dispone sempre nel meridiano del luogo per mezzo della sua alidada, ed è perpendicolare al cerchio equatoriale, e fa corpo con l' asse, intorno di cui questo compie la sua rivoluzione in 24ore, di modo che basta inclinarlo più o meno secondo la latitudine del luogo, perchè il cerchio equatoriale si trovi esso medesimo nel piano dell' equatore.

c è l' arco delle declinazioni, esso è perpendicolare all'equatoriale, a cui è fissato il suo asse; la sua posizio-

ne si regola ogni dì dietro la declinazione facendolo girare intorno dell'asse y z parallelo all'equatoriale.

m è uno specchio metallico destinato a ricevere ed a riflettere i raggi solari; questo specchio è diretto: 1° per mezzo di una coda a forchetta ed a manico mobile su di un pezzo conico, il cui asse ponesi in una direzione qualunque, che rimane fissa; il prolungamento di questo asse va a metter capo nel mezzo s dell'asse y z; 2° per mezzo dell'asta t, il cui asse è nel piano dello specchio; essa va a passare in un anello g, dove sdrucciola, e da cui è trasportato nel moto di rotazione del cerchio equatoriale. Dalla qual disposizione risulta che nello spazio di una giornata l'asta t dello specchio, o piuttosto il piano dello specchio stesso descrive un cono obbliquo d'intorno alla coda dello specchio; il vertice di questo cono è il centro stesso dello specchio, in cui passa il prolungamento dell'asse della coda f, e la sua base è il cerchio descritto dall'anello g, che rimane parallelo all'equatore, e per conseguenza al cerchio descritto dal sole. Quantunque l'anello g descriva un cerchio, la sua distanza dal punto s rimane costante e descrive un cono più o meno aperto, secondo che la declinazione del sole è più o meno grande; e questo cono si apre in un senso o nell'altro, secondo che la declinazione è australe o boreale; ma questa distanza invariabile sg è uguale sempre alla distanza invariabile, che tra il punto s ed il centro i dello specchio esiste; ed è ciò che vedesi più distintamente sulla figura 159; in cui g è la posizione dell'anello corrispondente all'equinozio, e g' e g'' le sue posizioni corrispondenti ai solstizi.

Il triangolo i s g ovvero i s g' adunque è isoscele sempre e perpendicolare al piano dello specchio mm'. Ora rappresentando li il raggio solare incidente per l'equinozio, chiaro è che sarà sempre riflesso secondo la direzione if' del prolungamento della coda si, dappoich'esso è riflesso nel piano d'incidenza, ch'è il piano del triangolo isoscele i s g, quando l'eliostato è proprio nel punto, ed esso fa contemporaneamente col piano dello specchio un angolo l i g uguale ad s i g, o s g i ad m i f. Lo stesso ragionamento si applicherebbe al raggio l' i del solstizio, poichè

l'anello sarebbe allora in g^1, di modo che $g^1 s$ sarebbe parallelo ad $l^1 i$. Alla coda f può darsi quale direzione si vorrà, ed esser certo che il raggio riflesso prenderà questa direzione durante l'intera giornata.

CAPITOLO II.

Diottrica o rifrazione della luce.

378. *Leggi generali della rifrazione della luce.* — La rifrazione è la deviazione o il cangiamento di direzione, che la luce prova passando da un mezzo in un altro. Al passaggio dal vetro nel voto, o dall'aria nell'acqua, o generalmente da un mezzo in un altro, senza dubbio un raggio di luce non prova un deviamento improvviso e istantaneo, come una linea geometrica che si rompe; ma è probabile che s'incurvi e s'inchini per gradi prima di giungere alla sua novella direzione rettilinea; ma se questa curvatura formasi realmente, tanto picciola n'è l'estensione, che non fia mai possibile confermarne l'esistenza. Adunque noi rappresenteremo i raggi rifratti come semplici linee rotte.

L'angolo d'incidenza lin (*fig. 160*) è qui, come per la riflessione, l'angolo del raggio incidente con la normale nel punto d'incidenza.

L'angolo di rifrazione rin' è l'angolo del raggio rifratto ir col prolungamento in' della normale.

Il *piano d'incidenza* ed il *piano di rifrazione* sono rispettivamente i piani degli angoli d'incidenza e di rifrazione. Generalmente un raggio incidente non dà origine, che ad un solo raggio rifratto: nondimeno vi sono de'corpi, come lo spato d'Islanda, il cristallo di rocca e molti cristalli, ne'quali un solo raggio incidente dà origine quasi sempre a due raggi rifratti; i quali fenomeni di *doppia rifrazione* sono ligati alla *polarizzazione* della luce, che noi studieremo più appresso; di presente non ci dobbiamo di altro occupare, che delle leggi della *rifrazione semplice*. Queste leggi sono espresse nelle due proposizioni seguenti.

1° *Il piano di rifrazione coincide sempre col piano d'incidenza;*

2° *La corrispondenza de' seni d'incidenza e di rifrazione è costante per gli stessi mezzi.* La prima di queste proposizioni non offre veruna difficoltà, ma noi porgeremo un esempio, perchè l'altra s'intenda meglio.

Poniamo che in un vaso emisferico di vetro (*fig.* *161*) si versi acqua, infino a che il livello $n\,n'$ giunga al centro c: un picciol pennello di luce solare diretto verso il centro farà un angolo d'incidenza $l\,c\,p$, che verrà misurato sul cerchio partito $n\,pn'$ ed un angolo di rifrazione $r\,c\,p'$, che sarà del pari misurato sul contorno del vaso, essendo facile di riconoscere il punto, pel quale va ad uscire per ripassare nell'aria. Il seno del primo di questi angoli è la perpendicolare ld, il seno del secondo è la perpendicolare rf: la corrispondenza del seno d'incidenza col seno di rifrazione è ld diviso per rf, e questa corrispondenza troverassi notabilmente uguale a $\frac{4}{3}$ sicchè:

$$\frac{ld}{rf} = \frac{4}{3}.$$

Un altro pennello cadendo nella direzione $l'\,c$ darebbe un altro pennello rifratto $r'\,c$; allora i seni d'incidenza e di rifrazione sarebbero $l'\,d'$ ed $r'f'$, ed avrebbesi ancora:

$$\frac{l'\,d'}{r'\,f'} = \frac{4}{3}.$$

Lo stesso di tutt'i pennelli sarebbe, qualunque sia l'incidenza loro. Quindi è vero il dire che la corrispondenza de'seni d'incidenza e di rifrazione è costante per gli stessi mezzi. Questo risultamento esprimesi in generale nel seguente modo:

$$\frac{sen.\ a}{sen.\ b} = n.$$

a è l'angolo d'incidenza o quello del primo mezzo;
b l'angolo di rifrazione o quello del secondo mezzo;
n l'indice della rifrazione.

Nel precedente esempio si avrebbe $n = \frac{4}{3}$; ma se la superficie dell' acqua fosse a contatto con idrogeno, o con aria rarefatta, o col voto, o infine con un mezzo diverso dall'aria comune, l'*indice* sempre costante per tutte le incidenze avrebbe in ogni caso un valore più o meno diverso dal valor precedente. Se l' acqua cangiasse temperatura, la diverrebbe in realtà un altro mezzo, e sol questa circostanza apporterebbe nel valore dell'indice un mutamento più o meno sensibile.

Il precedente apparecchio è precisamente quello, che venne adoperato altra fiata dal Cartesio per verificare con l'esperienza le leggi della rifrazione: imperocchè la scoverta di tali leggi è dovuta al genio di questo grande geometra; egli vi era stato condotto *a priori* da considerazioni teoretiche, le quali sono considerate oggidì, come semplici scherzi d'immaginazione, e non per tanto hanno il vantaggio di avere prodotta una delle più belle e più feconde leggi dell' ottica.

In appresso saranno da noi accennati mezzi di osservazione molto più precisi, e molto più atti a dimostrare l'esattezza matematica di queste leggi.

Quando la luce ripassa dall' acqua nell' aria, allora l'angolo d'incidenza è quello, che fa nell'acqua; e l'angolo di rifrazione è quello, che fa nell'aria: ma cangiando tutto di nome non mutano questi angoli di valore; il raggio, che cade secondo $r\,c$, si rifrange secondo $c\,l$, siccome può dimostrarsi col fatto: gli è ciò che si esprime in un modo generico, dicendo che *un raggio, il quale retrocede, ripassa esattamente per gli stessi luoghi*. Così essendo n l'indice di rifrazione, quando la luce passa da un primo mezzo nel secondo, $\frac{1}{n}$ è l'indice di rifrazione, quando ripassa dal secondo nel primo.

Se il valore di n è maggiore dell' unità, *sen.* a è maggiore di *sen.* b, ed a più grande di b; il che prova che la luce, rifrangendosi, *si accosta alla normale*: allora si dice che il secondo mezzo è *più rifrangente* del primo (*fig. 162*).

Se n è uguale all'unità, *sen.* a è uguale a *sen.* b, ed a uguale a b; il che prova che la luce non si rifrange: allora si dice che il secondo mezzo è *tanto rifrangente* che il primo (*fig.* 163).

Se n è più picciola dell'unità *sen.* a è più picciolo di *sen.* b, ed a più picciolo di b; il che prova che la luce rifrangendosi *si allontana dalla normale*: allora si dice che il secondo mezzo è *meno rifrangente* del primo (*fig.* 164).

Siffatti risultamenti ordinariamente si enunciano, dicendo che la luce *si accosta* o *si allontana* dalla normale, secondo che il secondo mezzo è *più denso* o *meno denso* del primo. La quale espressione non è strettamente esatta, dappoichè alcune volte accade che un mezzo *meno denso* di un'altro sia non per tanto *più rifrangente*; ed in generale la *rifrangibilità* è lungi di essere proporzionale alla *densità*.

Il valore più picciolo dell'angolo d'incidenza è zero; il raggio allora cade secondo la normale, e siccome il seno di un angolo nullo è esso medesimo uguale a zero, fa mestieri che si abbia del pari *sen.* $b = o$, ovvero $b = o$, o pure in altri termini fa mestieri che il raggio penetri in linea retta senza sviarsi. Ed è in effetto ciò che l'esperienza conferma: ma non evvi rifrazione, quando la luce cade giusta la normale al secondo mezzo (*fig.* 165).

Il maggior valore dell'angolo d'incidenza è 90°, allora il raggio cade parallelamente alla superficie di separazione de' due mezzi (*fig.* 166), e siccome il seno di 90° è uguale all'unità, ei si ha:

$$\frac{1}{sen.\ b} = n\text{, ovvero } sen.\ b = \frac{1}{n}.$$

Il valore di b, che se ne deduce, è l'*angolo limite*. Per l'aria e per l'acqua hassi $n = \frac{4}{3}$, e per conseguenza $b = 48°\ 35'$; non mai la luce può penetrare dall'aria nell'acqua sotto maggiore obbliquità.

Sicchè in un vaso pieno di acqua tutta la luce, che giunge dai diversi lati dell'orizzonte in un punto dato, è

essenzialmente compresa in un cono, di cui questo punto è il vertice, ed il cui angolo nel centro è due volte 45°35'. Se l'occhio fosse in questo punto e diretto fuori del cono, di cui si tratta, esso non potrebbe scorgere nessuna luce diretta: solamente, se l'acqua non fosse limpida perfettamente, esso potrebbe ricevere alcuni raggi di luce diffusa o irregolarmente riflessa.

Reciprocamente, quando la luce per uscire dall'acqua nell'aria si presenta sotto un angolo maggiore dell'angolo limite, impossibil cosa è che esca; ed allora nasce un fenomeno notevole, che si dice il *fenomeno della riflessione totale*: i raggi, che non possono uscire per l'eccesso dell'obliquità loro si riflettono in *totalità* secondo le ordinarie leggi della riflessione (*fig. 167*), ed è il solo caso, in cui la luce si possa riflettere, senza sminuire d'intensità.

Per il vetro ordinario l'indice di rifrazione può variare da $\frac{3}{2}$ a 1, 545, e per conseguenza l'angolo limite è compreso fra 41° 49' e 40° 20'. Dal che risulta che, se si avesse un cilindro di vetro terminato nell'uno dei suoi estremi da un piano perpendicolare all'asse, e nell'altro da un piano inclinato di circa 49° e mezzo, si potrebbe volgerlo direttamente verso il sole e collocare l'occhio impunemente contro la faccia obbliqua, dappoichè non si riceverebbe in tal caso nessun raggio di luce solare. Il fascio di luce, che giunge a questa faccia, fa allora con la normale un angolo di circa 40° e mezzo, e quindi prova la riflessione totale.

DEI PRISMI

379. *Definizioni e fenomeni generali, che presentano i raggi, i quali attraversano de' prismi.* — Un *prisma* in ottica è un mezzo diafano terminato da due superficie piane, lisciate ed inclinate fra loro.

Il *vertice* del prisma è la linea, secondo la quale si scontrano le due facce, o secondo la quale si scontrerebbero, se fossero prolungate bastantemente.

La *base* del prisma è un qualsiasi piano opposto

al vertice, o che esista in realtà, o che l'esistenza se ne supponga soltanto.

L'*angolo rifrangente* è l'angolo formato dalle due facce del prisma.

Una *sezione principale* è una sezione fatta da un piano perpendicolarmente al lato che forma il vertice.

Nella maggior parte degli esperimenti noi faremo uso de'prismi a tre facce rettangolari ab', ac' e bc' (*fig. 169*). Allora, quando la luce attraversa le facce ab' e $b\ c'$, il lato bb' è il vertice, e la base è la faccia $a\ c'$; quando essa attraversa ac' e bc', il vertice è cc', ed ab' è la base.

La sezione principale $a\ b\ c$, o $a'\ b'\ c'$ di siffatto prisma è sempre un triangolo; e secondo che questo triangolo è rettangolo, isoscele, equilatero o scaleno, si dice che il prisma è esso stesso *rettangolo*, *isoscele*, *equilatero* o *scaleno*.

Generalmente questi prismi sono sostenuti su di un piede di rame (*fig.168*). Tirando il tubo t si possono più o meno elevare, e per mezzo della nocella g possono loro darsi tutte le posizioni, che gli esperimenti richiedono.

Ora ecco i fenomeni più generali, che i prismi presentano o con la luce ordinaria o con la luce solare.

Primamente. Essendo un prisma orizzontale col vertice in su, se si accosta l'occhio vicino all'una delle facce per ricevere la luce entrata per l'altra, si osservano due fenomeni notabili: gli oggetti sono considerevolmente *deviati* e come innalzati verso il vertice del prisma; essi dippiù sono colorati verso i loro orli di tutt' i colori dell' iride, almeno verso i loro orli orizzontali, dappoichè gli orli verticali non acquistano affatto colori novelli. Se il vertice del prisma fosse in giù, i fenomeni sarebbero inversi. Situando il prisma *verticalmente*, i fenomeni allora si producono *orizzontalmente* da dritta a sinistra e da sinistra a diritta secondo la posizione del vertice del prisma. Così variando le osservazioni, si può comprovare che il deviamento ha luogo verso il vertice del prisma perpendicolarmente ai lati, e il coloramento sempre parallelamente ai lati, cioè che gli oggetti non sono colorati delle gradazioni dell' iride fuorchè negli orli loro, che si trovano paralleli al prisma.

In secondo luogo. Quando un tratto di luce solare penetra nella camera nera per una picciola apertura secondo la direzione *vd* (*fig. 170*), se vicino all'imposta si frappone un prisma orizzontale, il cui vertice sia in alto, si osserva eziandio una deviazione ed un coloramento. Il tratto è abbassato verso la base del prisma nella direzione *pr*, e l'immagine del sole, che in *d* era circolare bianca, sembra in *r* allungata perpendicolarmente ai lati del prisma, e colorata delle più vivaci gradazioni dell'iride. Essa forma quel che si chiama lo *spettro solare*. Allorchè il vertice del prisma è in giù la deviazione succede in alto con le stesse apparenze; se il prisma è verticale o inclinato, allora si fa lateralmente od obliquamente, ed è facile verificare con l'esperienza che si fa sempre perpendicolarmente ai lati del prisma.

Noi faremo nel capitolo seguente l'analisi dello spettro solare, ed in generale del coloramento dei fasci, che attraversano i prismi; di presente ci occuperemo della deviazione loro.

380. *Direzione de' raggi ne' prismi, e condizioni della loro emergenza.* — Essendo gli angoli d'incidenza e di rifrazione sempre nel piano medesimo, chiaro è che tutt'i raggi che cadono in una sezione principale, compiono il loro tragitto senza uscire di tal sezione. Quindi per seguire il cammino di questi raggi ci basterà di considerare l'angolo o il triangolo, che forma la sezione del prisma.

Sia *a s* (*fig. 171*) la prima faccia di un prisma di vetro, ed *a' s* la seconda; *l i* un raggio incidente, che fa con la normale un angolo *lin*; *ii'* ed *i'e* il raggio rifratto ed il raggio emergente, che ne risultano. Passando dall'aria nel vetro il raggio *l i* si rompe e si approssima alla normale; giunto alla seconda faccia sotto una certa obbliquità, novellamente si rompe e ripassa nell'aria allontanandosi dalla normale; si comprende che la sua direzione di emergenza *i'e* dipende dall'indice di rifrazione dell'aria rispetto al vetro, dall'angolo rifrangente del prisma, e dall'angolo d'incidenza sulla prima faccia. Queste quattro quantità sono infatti ligate fra loro da una notevo-

le formola; ma, per non entrar qui in una discussione matematica troppo implicata, noi ci contenteremo di esaminare i casi particolari di più importanza.

Dapprima cerchiamo le condizioni, sotto di cui l'emergenza può aver luogo; dappoichè conosciamo che la luce, la quale è in un mezzo più rifrangente dell'aria, non può sempre uscirne per ripassare nell'aria, e che havvi per la sua incidenza un angolo limite, al di là del quale si produce una riflessione totale.

Sia v questo angolo limite, che pel vetro ordinario è di circa 40° 30', e g l'angolo rifrangente del prisma; noi disamineremo solamente i casi, in cui si ha:

$$g = 2v, g = v \text{ e } g < v.$$

1° Se l'angolo rifrangente del prisma è doppio dell'angolo limite, nessuno de' raggi, che sono entrati per la prima faccia, non può uscire per la seconda. Infatti il raggio, ch'è entrato parallelamente ad ai (*fig. 172*) si rifrange secondo $i\,i^1$, facendo con la normale un angolo $i^1\,i\,n^1 = v$. Adunque ii^1 è perpendicolare alla linea $s\,m$, che divide in due parti uguali l'angolo rifrangente del prisma; essendo giusta l'ipotesi $msi = v$. Sicchè giungendo alla seconda faccia il raggio ii^1 si presenta sotto l'angolo limite, e non può uscire, o è l'ultimo almeno di quelli, che possono uscire. Ogni altro raggio incidentale come $l\,i$ darebbe un raggio rifratto ii^{11}, che sarebbe più obbliquo giungendo alla seconda faccia, e di necessità proverebbe la riflessione totale.

2° Se l'angolo rifrangente è uguale all'angolo limite, tutt'i raggi, che cadono tra la normale e la base del prisma, possono uscire per la seconda faccia.

Infatti il raggio ch'entra secondo la normale ni (*fig. 173*), passa in linea retta e giunge alla seconda faccia formando un angolo $ii^1\,n^1 = v$, dappoichè questo angolo è complemento di $ii^1\,s$, ch'è complemento esso stesso dell'angolo rifrangente $i^1\,si$, da noi sopposto $= v$; dunque tal raggio è l'ultimo di quelli, che possono uscire. Tutt'i raggi compresi tra ai ed ni cadranno sotto una mino-

re obbliquità, e potranno emergere: tutti quelli al contrario, che cadranno nell'angolo *s i n*, entreranno sotto una maggiore obliquità, e proveranno nella seconda faccia una riflessione totale.

3° Quando l'angolo rifrangente è più picciolo dell'angolo limite, molti dei raggi, che cadono sotto la prima superficie fra la normale ed il vertice, possono emergere alla seconda superficie. Ciò risulta evidentemente da quel che vedemmo testè; ma è manifesto nel tempo stesso che non mai possono emergere i raggi, che cadono secondo *si*; poichè essi fanno con la seconda superficie un angolo maggiore che con la prima nell'interno del prisma, e già cotesto è l'angolo limite.

Per agevolare l'applicazione di siffatti princìpi noi diamo nella seguente tavola gl'indici di rifrazione e gli angoli limiti di parecchie sostanze.

NOMI delle sostanze.	Indici di rifraz.	Angoli. limiti.	NOMI delle sostanze	Indici di rifraz.	Angoli limiti.
Cromato di piombo.	2. 926 —	19°59'	Rubino	1. 779 —	34°12'
Diamante	2. 470 —	23 53	Topazio	1. 610 —	38 24
Zolfo	2. 040 —	29 21	Flint	1. 600 —	38 41
Zircone	2. 015 —	29 45	Crown.	1. 533 —	40 43
Granato	1. 815 —	33 27	Quarzo	1. 548 —	40 15
Spinello	1. 812 —	33 30	Allume	1. 457 —	43 21
Zaffiro	1. 768 —	34 26	Acqua (liquida)	13. 36 —	48 28

381. *Della deviazione prodotta dai prismi, e particolarmente della deviazione minimum.* Quando la condizione di emergenza è adempiuta, i raggi escono effettivamente per la seconda faccia, e sono più o meno deviati, dalla pristina direzione loro. L'*angolo di deviazione* o *la deviazione* è l'angolo, che l'immagine diretta fa con la rifratta, quando l'oggetto si suppone infinitamente lontano: così essendo *l i* il raggio incidente, ed *i'c* il raggio emergente (*fig. 174*), se ponsi l'occhio in *c* molto lungi dal prisma, si potrà contemporaneamente ricevere un pennello luminoso nella direzione *oci'*, ed un altro nella direzione *o' c l'* parallelo ad *l i*; il primo farà vedere l'oggetto per rifrazione, l'altro lo farà vedere direttamente, e l'an-

golo $i^{\prime} c l^{\prime} = d$ di queste due immagini è la deviazione; questo angolo è manifestamente uguale a $bcl^{\prime}$.

Facil cosa è il dimostrare col calcolo che questa deviazione cangia con l'angolo d'incidenza, che non di meno essa ha un *minimum*, e che il suo valor *minimum* ha luogo, quando gli angoli d'incidenza e di emergenza sono uguali tra loro (*fig. 174*), o, il che torna lo stesso, quando il raggio rifratto $i\,i^{\prime}$ fa un triangolo isoscele $isi^{\prime}$ coi lati del prisma, o infine quando l'angolo di rifrazione è $\frac{g}{2}$, essendo g l'angolo rifrangente: di fatto il triangolo $sii^{\prime}$ essendo isoscele, $\frac{g}{2}$ è complemento di $sii^{\prime}$, che è esso stesso complemento del corrispondente angolo di rifrazione, la qual posizione è notevole e di una grande utilità in molte esperienze; ei ne risulta, che disegnando con d l'angolo di deviazione *minimum*, con a l'angolo d'incidenza, e con g l'angolo rifrangente del prisma, si ha:

$$d = 2a - g.$$

Di fatto se si tirano dal punto c le linee $c\,b$ e $c\,b^{\prime}$, rispettivamente parallele ad sa, ed $s\,a^{\prime}$, si ha:

$$d = 180 - l^{\prime}cb - g - b^{\prime}ce.$$

e siccome $b^{\prime}co = l^{\prime}cb = lia = 90 - a$,

$$d = 180 - 180 + 2a - g\,,$$

ovvero $d = 2a - g$,

e per conseguenza $a = \frac{d+g}{2}$.

Se si rappresenta con n l'indice di rifrazione della sostanza, si ha in generale:

$$\frac{Sen.\ a}{Sen.\ b} = n\,,$$

e poichè nella posizione, di cui si tratta, si ha

$$a = \frac{d+g}{2} \text{ e } b = \frac{g}{1},$$

di qui risulta

$$\frac{Sen.\ \left(\frac{d+g}{2}\right)}{Sen.\ \frac{g}{2}} = n.$$

formola importante, che permette di trovar la corrispondenza di rifrazione n con la sola osservazione della deviazione *minimum* d, essendo sempre facile a determinare l'angolo rifrangente g.

Ecco la disposizione generale degli esperimenti.

382. *Ricerche degl' indici di rifrazione de' solidi e de' liquidi trasparenti.* — 1° Pei *corpi solidi* se ne fa dapprima un prisma, di cui si misura l'angolo rifrangente g col goniometro. Poscia questo prisma è disposto verticalmente su di una picciola piatta-forma ligata al cannocchiale superiore di un cerchio ripetitore (8) (*fig. 174*); questa piattaforma è mobile sul suo piano intorno ad un asse verticale. Il cannochiale inferiore dello stesso cerchio è diretto sopra un punto di una mira lontana ed in questa posizione si stabilisce; poscia col cannocchiale superiore si cerca ricevere l'immagine rifratta dello stesso punto della mira, il che sarà sempre facile, se il prisma è ben verticale. Non appena quest' immagine cade sotto il filo del cannocchiale, fassi girare nel tempo stesso il prisma per mezzo della piatta-forma, ed il cannocchiale per seguire l'immagine. Dopo alcuni tentativi trovasi la posizione della deviazione *minimum*, la cui misura è data dall'angolo de' cannocchiali. Questo valore ed il valore noto di $\frac{g}{2}$ essendo sostituiti nella formola precedente, non vi ha più d'incognito che il valore di n, il quale di leggieri si stabilisce.

2° Pei *liquidi* si segue appuntino lo stesso processo, ma si dà loro la forma di prisma nel modo che segue: si perfora un buco da parte a parte in un prisma di ve-

tro (*fig. 175*), ed un buco più picciolo *v* nella sua base. Il primo si chiude applicando su ciascuna faccia del prisma una picciola piastra di vetro a facce ben parallele, poi si riempie di liquido e si mette in *v* un turacciolo lavorato allo smeriglio. Si usa pure di fare sulla lunghezza di un prisma solido cinque o sei prismi liquidi.

NOMI DELLE SOSTANZE	INDICI di rifrazione.	NOMI DELLE SOSTANZE.	INDICI di rifrazione.
Cromato di piombo *maxim.*	2. 974	Flint-glass	1. 576
— *minim.*	2. 500	— *altra specie.*	1. 596
Diamante.	2. 755	Quarzo, *rif. straordin.* .	1. 558
Solfo fuso.	2. 148	— *rif. ordinaria.*	1. 548
— nativo.	2. 115	Vetro di Saint-Gobin. . .	1. 543
Carbon. di piombo *maxim.*	2. c84	Crown-glass.	1. 534
— *minim.*	1. 813	—	1. 533
Rubino	1. 779	—	1. 525
Feldspato.	1. 764	Solfato di calce	1. 525
Crisoberillo.	1. 760	Nitro, *maximum*.	1. 514
Nitrato di piombo.	1. 758	— *minimum.*	1. 335
Carb. di stronziana, *max.*	1. 700	Solfato di potassa	1. 509
— *min.*	1. 543	—	1. 495
Boracite	1. 701	Solf. d'amm. e di magn	1. 483
Vetro colorato rancio. . .	1. 695	Carbonato di potassa. . .	1. 482
Solfuro di carbonio. . . .	1. 678	Spermaceto fuso	1. 446
Arragonite *rif. ordinar.*	1. 6931	Spato fluore	1. 436
— *rifr. straord.*	1. 5348	Alcool	1. 374
Spato calcare, *rifr. ordin.*	1. 6543	Albumina.	1. 360
— *rifr. straord.*	1. 4833	Etere	1. 358
Solfato di barite	1. 6468	Umore acqueo dell'occhio.	1. 337
— *rifr. ord.*	1. 6201	Umore vitreo.	1. 339
— *rifr. straor.*	1. 6352	Inviluppo esterno del cri-	
Topazio scolorito	1. 6102	stallino.	1. 377
del Brasile, *rif. straord.*	1. 6401	Inviluppo medio	1. 379
— *rif. ord.*	1, 6325	— centrale.	1. 399
Antidrite, *rif. straordin.*	1. 6219	Cristallino intero	1. 384
— *rif. ordinaria.* .	1. 5772	Acqua	1. 336
Euclasia. straordinaria .	1. 663	Ghiaccio	1. 310
— *ordinaria* .	1. 6429	Aria	1.000276
Flint-glass	1. 60512	Voto	1.000000

383. *Del cangiamento di valore dell'indice di rifrazione di una sostanza, quando il mezzo che la circonda cangia di natura, e della velocità della luce nei diversi mezzi.* — Nella tavola precedente gl'indici di rifrazione sono determinati, supponendo che la luce passa immediatamente dal voto in ciascuna delle sostanze; ma se per esempio la luce passasse dall'acqua nel vetro, chiaro è che l'indice di rifrazione del vetro rispetto all'acqua non potrebb'essere lo stesso, che l'indice di rifrazione del vetro rispetto al voto, comechè sia costante in amendue i casi. Siano n ed n' gl'indici di *rifrazione di due sostanze rispetto al voto, l'indice della seconda rispetto alla prima è* $\frac{n'}{n}$.

Si può dimostrare questa fondamental verità con esperimenti simili a quelli, che generalmente servono a determinare gl'indici di rifrazione; al che basta di unire due prismi di diverse sostanze, o opponendo i loro angoli o girandoli nello stesso verso (*fig. 177*), e di osservare la deviazione, che questo sistema imprime alla luce. Essendo noti gli angoli d'incidenza e di emergenza egualmente che gli angoli rifrangenti de'prismi ed i loro indici di rifrazione rispetto al voto, sarà facile il rinvenire col calcolo gli angoli imn, ed $i'mn'$ del raggio con la superficie comune, e di verificare se i seni loro son fra di essi, come gl'indici n ed n'. Ancora possono adoperarsi due lamine parallele soprapposte (*fig. 178*); allora con l'esperienza si riconosce che il raggio incidente li, ed il raggio emergente $i'e$ sono sempre paralleli. Ora essendo n ed n' gl'indici di rifrazione della prima e della seconda sostanza rispetto al voto, si ha:

$$\frac{Sen.\ a}{Sen.\ b} = n,\ e\ \frac{Sen.\ a'}{Sen.\ b'} = \frac{1}{n'},$$

a è l'angolo $l\,i\,n$.
b... l'angolo $m\,i\,n' = i\,m\,p$.
a'... l'angolo $m\,i'\,q = i'\,m\,p'$.
b'... l'angolo e $i'\,q'$.

E dappoichè $a = b'$, di qui si deduce:

$$\frac{Sen.\ a'}{Sen.\ b} = \frac{n}{n'},\ \text{ovvero}\ \frac{Sen.\ i'mp'}{Sen.\ imp} = \frac{n}{n'}.$$

Adunque la luce passando dal primo mezzo nell' altro tali angoli fa, che la corrispondenza de' loro seni è costante ed uguale alla corrispondenza degl' indici di questi mezzi relativamente al voto.

Ei ne risulta manifestamente che un raggio di luce, che attraversa un qualsiasi numero di mezzi a facce parallele, trovasi rifratto dall' ultimo di questi mezzi, come lo sarebbe stato, se vi fosse entrato immediatamente sotto la stessa incidenza. Sicchè nella figura 178, se un raggio cadesse immediatamente sotto il secondo mezzo in m parallelamente ad li, esso si rifrangerebbe secondo $m\ i'$ ed emergerebbe, siccome fa, secondo $i'\ e$.

Più in là dimostreremo che la velocità di propagazione della luce è diversa nei diversi mezzi, e che la corrispondenza delle sue velocità in due qualsivogliano mezzi è precisamente la corrispondenza inversa degl' indici di rifrazione di essi mezzi; per conseguenza la maggior velocità ha luogo nel voto, e la minore nel cromato di piombo ch'è il mezzo più rifrangente. Approssimando questo risultamento al precedente si vede che la luce nello stesso mezzo ha sempre la stessa velocità, qualunque sia il cammino che segue per arrivarvi, e le rifrazioni che prova nel suo tragitto.

384. *Ricerche della corrispondenza di rifrazione dei corpi opachi.* — Il fenomeno della riflessione totale, di cui abbiamo parlato, ha condotto il Wollaston ad un ingegnoso processo per determinare l' indice di rifrazione di certi corpi opachi, e per conseguenza la loro potenza rifrattiva ed il poter loro rifrangente.

Concepiamo un prisma rettangolare diafano $a\ b\ d$ (*fig. 176*), una delle facce del quale $a\ d$ sia orizzontale, ed immaginiamo che una goccia di liquido sia immediamente applicata su questa faccia in i; n è l' indice di rifrazione del prisma ed n' quello del liquido; vv' è un re-

golo verticale, sul quale fassi scorrere un *veggente* od una piastra forata di un picciol buco per riguardare nella direzione *oe* ed in altre direzioni più o meno obblique. Se il prisma è di crown-glass, il cui indice sia di 1, 535, l'angolo limite sarà 40° 39', e quindi il raggio, che avrebbe penetrato parallelamente ad *a d*, andrebbe a cadere sopra *b d*, facendo un angolo di 90° — 40° 39' = 49° 21', e non potrebbe uscire. Sicchè guardando per la faccia *b d*, non si vedrà nessuno degli oggetti, che sono al di là della faccia *a d*; solamente mercè riflessione totale su questa faccia, si potranno distinguere gli oggetti, che sono avanti ad *a b*. Ed è ciò che in fatti l'esperienza conferma su tutt'i punti di *a d*, che non sono ricoverti di liquido; ma colà, dove il liquido tocca il vetro, un altro fenonemo si produce. La luce vegnente da diverse direzioni, come *l' i*, passa nella goccia senza provare riflessione totale, e l'occhio posto nella direzione *o' e'* scorge in *i* una macchia nera, come se lo *specchio a d* fosse forato di un buco. Intanto, siccome l'occhio si abbassa verso *o* per riguardare per mezzo di raggi più obbliqui, la goccia sembra men nera, ed infine, *se il liquido è men rifrangente del prisma*, accade che ad una certa obbliquità, siccome *oe* per esempio, la goccia subitamente sparisce, e la faccia *a d* fa dovunque l'effetto di uno specchio perfetto. E solo misurando questa obbliquità di disparizione o l'angolo *e o v* si può determinare l'indice *n'* del liquido, che bagna il prisma in *i*; di fatto essendo noto questo angolo se ne deduce il suo complemento $o\ e\ p = a$. Sostitueudo il suo valore e quello di *n* nella corrispondenza.

$$\frac{Sen.\ a^{*}}{Sen.\ b} = n,$$

se ne deduce l'angolo $b = p'\ e\ i$, e per conseguenza il suo complemento $e\ i\ q = q\ i\ l$. Ora poichè gli è sotto questa obbliquità che comincia a disparire la goccia, chiaro è che il raggio *l i* è il raggio limite, cioè quello, che passando nel liquido dà un raggio emergente parallelo ad *a d*; adunque si ha:

$$\frac{Sen.\ 90^\circ}{Sen.\ liq} = \frac{n}{n'}$$; dal che $n' = n\ Sen.\ liq.$

Un' altra forma può darsi a questo valore incognito di n' esprimendolo direttamente per mezzo dell'angolo osservato *e o p*, che noi disegneremo con v. Allora si avrebbe:

$$n'^2 = n^2 - Cos.^2\ v.$$

Questa formola è quella, che conviene ai corpi diafani, che si mettono in contatto col prisma: ma, quando questi corpi sono opachi, si fa uso di quest'altra formola,

$$n'^2 = n^2 - 2\ Cos.^2\ v.$$

I ragionamenti da noi fatti per dimostrare la prima formola non si applicano di nessuna maniera alla seconda, e se è necessario adottarla pe' corpi opachi, siccome indica la teorica dell' emissione, egli è pur necessario di rinvenire nella teorica delle ondulazioni ragionamenti, che la giustifichino, parendomi non sufficienti quelli, che io qui potrei dare.

385. *Della potenza rifrattiva e del potere rifrangente.* — Si è di accordo in chiamare *potenza rifrattiva* di una sostanza il quadrato del suo indice di rifrazione diminuito dell'unità, ovvero $n^2 - 1$. Questa definizione non è puramente arbitraria siccome a prima vista apparisce: la quantità $n^2 - 1$ ha ricevuta un nome particolare, avendo essa un legame semplice e notevole con la cagione della rifrazione nel sistema dell' emissione; essa è l'aumento del quadrato della velocità, che la luce acquista passando dal voto nelle diverse sostanze; imperciocchè in questo sistema si è inevitabilmente indotto a supporre che la luce cresca di velocità passando ne' mezzi più rifrangenti. Nel sistema delle ondulazioni questa medesima quantità dipende dai diversi gradi di condensamento dell'etere.

La potenza rifrattiva può esser valutata in un modo assoluto o in un modo relativo: per esempio 1, 326 e 0, 785 sono le potenze rifrattive assolute del vetro e del-

l'acqua, o i valori di $n^2 - 1$ corrispondenti a queste sostanze; ma dividendo il primo di questi numeri pel secondo, avrebbesi 1, 690, che sarebbe la potenza rifrattiva del vetro rispetto a quella dell' acqua.

Il *potere rifrangente* di una sostanza è il quoziente della sua potenza rifrattiva per la sua densità. Così il poter rifrangente del vetro ordinario è o, 533 e quello dell'acqua o, 785; e, se si volesse valutare il primo rispetto al secondo, cioè prendendo il secondo per unità, bisognerebbe dividere o, 533 per o, 785, il che darebbe o, 679 pel poter rifrangente del vetro riferito all' acqua.

Quando una sostanza si dilata o si condensa o per azione meccanica o pel calore, il suo indice di rifrazione cangia del pari che la sua densità; ma ei pare il poter suo rifrangente rimanga sensibilmente costante sotto la sola condizione, che questa sostanza non passi allo stato gassoso, dappoichè presto vedremo che in questo caso il potere rifrangente prova una sensibile diminuzione.

386. *Ricerca dell'indice di rifrazione de' gas, della loro potenza rifrattiva e del loro potere rifrangente.*— Per determinare l' indice di rifrazione dell' aria, si potrebbe far passare la luce dal voto in un prisma di aria di un angolo cognito; ma l' esperienza inversa offre agevolezze maggiori: si fa passare il raggio attraverso di un prisma voto circondato di aria; e l' indice di rifrazione si determina ancora, come ne' solidi e ne' liquidi, cioè mercè la conoscenza dell' angolo rifrangente del prisma, dell' incidenza della luce sulla sua prima faccia, dell' emergenza sulla seconda e della deviazione, aggiungendo a questi dati la temperatura e la pressione dell'aria ambiente. Trovato una volta l'indice di rifrazione dell' aria, con analoghi esperimenti si perviene all' indice di diversi gas per temperature e pressioni note. Questa dilicata ed importante quistione è stata trattata dai Signori Arago e Biot nel 1805 e dal Sig. Dulong nel 1825. Noi qui ci sforzeremo soltanto di dar l' analisi de' processi, che sono stati adoperati da questi valenti fisici, e de' risultamenti, ai quali sono pervenuti.

I Sig. Arago e Biot usavano un *prisma a gas*,

ch'è rappresentato per di sopra nella figura 180. Si compone di un tubo di vetro *t t'* da 20 a 30 centimetri lungo sopra 4 a 5 centimetri di diametro, i cui due estremi sono dapprima tagliati a fischietto, secondo le direzioni *t f* e *t' f'*, e poscia ricoverti e chiusi ermeticamente da lamine di vetro a facce parallele. L'angolo, che queste lamine formano tra di loro, è l'angolo del prisma, esso dev'esser grandissimo a cagione della debole rifrazione del gas: nell'apparecchio de' Signori Arago e Biot era di 143° 7' 28". Nel mezzo della lunghezza del tubo e parallelamente alle facce del prisma si praticano due opposte aperture per introdurre o torre via ad arbitrio per mezzo di una macchina pneumatica il gas, che si vuole sottoporre alla prova. I piccoli tubi, che sono suggellati in tali aperture sono forniti di convenevoli chiavi, e comunicano con un barometro, che ad ogn'istante dà la pressione del gas interno.

Supponiamo che il prisma sia voto, che il suo lato sia verticale, e che sia stato disposto per l'esperienza in un luogo, dal quale si possa scorgere una lontanissima mira (*fig. 180*): l'osservatore situato in *o* vedrà un'immagine diretta *ol* di questa mira ed un' immagine rifratta *oe*; l'angolo *l o e* sarà la deviazione; questo angolo dovrà essere con grand' esattezza osservato, dappoichè s'innalzerà soltanto a 5 o 6 minuti; con questo dato e con l'angolo rifrangente del prisma si potrà rinvenire l'indice di rifrazione con la formola precedente, se si è scelta la posizione del *minimum*; solamente bisogna fare le necessarie correzioni, o a cagione dell'aria che rimane nel prisma, o a cagion del difetto di parallelismo delle lamine, che ne formano le facce.

Per mezzo di esperimenti precisi e spesso ripetuti i Signori Arago e Biot hanno stabilito che alla temperatura di o e sotto la pressione di 0^m, 76, l'indice di rifrazione dell'aria rispetto al voto assoluto è di 1, 000294, e per conseguenza la potenza sua rifrattiva o, 000588. Il qual risultamento si trova perfettamente conforme a quello, che il Delambre aveva dalle rifrazioni astronomiche tratto.

Conosciuto una volta l'indice di rifrazione dell'aria, si fan passare nel prisma i gas, che si vogliono sottoporre alla prova, e dopo avere osservata la deviazione da essi prodotta, rimane a fare convenevoli calcoli per dedurne o gl'indici di rifrazione o le potenze rifrattive. I Signori Arago e Biot han sommesso all'esperimento l'aria, l'ossigeno, l'idrogeno, l'azoto, l'ammoniaca, l'acido carbonico e l'acido idroclorico; ed eglino hanno stabilito questo principio fondamentale, che *le potenze rifrattive di un gas sono proporzionali alla sua densità*, ovvero, il che vale lo stesso, che *il potere rifrangente di un gas è costante per ogni temperatura e per qualsivoglia pressione*. Questo principio è vero eziandio, quando i gas si *mescolano* in una qualsiasi maniera, cioè che la potenza rifrattiva di un miscuglio è uguale alla somma delle potenze rifrattive de'suoi elementi. Ma dietro le ricerche del Sig. Dulong noi vedremo che, quante volte i gas si *combinano*, la potenza rifrattiva del prodotto cessa di essere uguale alla somma delle potenze rifrattive dei componenti.

Il Signor Dulong si è proposto principalmente di paragonare tra loro le potenze rifrattive de'gas alla stessa temperatura e sotto la pressione medesima, e l'ingegnoso artificio da lui adoperato per giungervi gli ha concesso di dare a'suoi risultamenti un grado di esattezza veramente insperato in investigazioni così delicate. Consiste questo artificio in dare a' diversi gas una siffatta densità, che tutt' imprimano esattamente la stessa deviazione alla luce; per questo un prisma consimile al precedente, che ha un angolo di 145° circa, comunica con un serbatoio *r* (*fig. 179*), nel quale si può fare il voto da una parte per mezzo della macchina pneumatica ed introdurre dall'altra un qualsiasi gas, variando le pressioni a piacere. Una prima esperienza si fa per esempio introducendo nel prisma dell'aria asciutta sotto l'ordinaria pressione e ad una temperatura nota; con un buon cannocchiale collocato in qualche distanza si guarda l'immagine di una mira lontana rifratta attraverso del prisma; ciò fatto si fissa in questa posizione il cannocchiale, si vuota in tutto e per

tutto il prisma senza smoverlo, e vi s'introduce altro gas, per esempio acido carbonico, variando la pressione fino al punto, in cui l'immagine rifratta della mira va novellamente a cadere sotto il filo del cannocchiale. Essendo rimasta la stessa la temperatura, supponiamo che la pressione dell'acido carbonico nel prisma allora sia di o, 498: sotto questa pressione l'acido carbonico deviando la luce quanto l'aria a o, 76, chiaro è che ha lo stesso indice di rifrazione e la stessa potenza rifrattiva; e, poichè le potenze rifrattive sono proporzionali alle densisità, si avrà:

$$1 : x :: 0,498 : 0,76;$$

dal che $x = 1,526$, che sarà la potenza rifrattiva dell'acido carbonico sotto la pressione di o, 76 ed alla stessa temperatura dell'aria.

Con esperienze analoghe sopra tutt'i gas semplici o composti, si otterranno, siccome si vede, le loro potenze rifrattive relativamente all'aria per mezzo di una semplice proporzione.

I risultamenti del Sig. Dulong son contenuti nella tavola seguente.

Tavola delle potenze rifrattive de' gas, e de' loro indici di rifrazione a 0^{o} e 0^{m} 76.

NOMI DE' GAS.	POT. RIFRATT. rispetto all'aria.	POTENZE rifrattive assolute.	INDICI di rifrazione.
Aria atmosferica	1. 000	0. 000589	1. 000294
Ossigeno	0. 924	0. 000544	1. 000272
Idrogeno	0. 470	0. 000277	1. 000138
Azoto	1. 020	0. 000601	1. 000300
Ammoniaca	1. 309	0. 000771	1. 000385
Acido carbonico	1. 526	0. 000899	1. 000449
Cloro	2. 623	0. 001545	1. 000772
Acido idroclorico	1. 527	0. 000899	1. 000449
Ossido di azoto	1. 710	0. 001007	1. 000503
Gas nitroso	1. 030	0. 000606	1. 000303
Ossido di carbonio	1. 157	0. 000681	1. 000340
Cianogeno	2. 832	0. 001668	1. 000834
Gas oleificante	2. 302	0. 001356	1. 000678

Gas delle paludi	1. 504	0. 000886	1. 000443
Etere muriatico	3. 720	0. 002191	1. 001095
Acido idrocianico	1. 531	0. 000903	1. 000451
Gas ossi-cloro-carb	3. 936	0. 002318	1. 001159
Acido solforoso.	2. 260	0. 001331	1. 000665
Idrogeno solforato	2. 187	0. 001288	1. 000644
Etere solforico	5. 197	0. 003061	1. 00153
Zolfo carburato	5. 110	0. 003010	1. 00150
Idrogeno protofosfor	2. 682	0. 001579	1. 000789

I numeri della prima colonna sono il risultamento diretto dell'esperienza; moltiplicandoli per 0, 000589, ch'esprime la potenza rifrattiva dell'aria, si ottengono i numeri della seconda colonna, ovvero $n^2 - 1$; poscia, per ottenere gl'indici di rifrazione, ei basta aggiungere l'unità ed estrarre la radice quadrata.

Paragonando questi numeri se ne possono trarre queste conseguenze:

1° Niuna corrispondenza non si discopre tra' numeri, che rappresentano le potenze rifrattive de'gas, e quelli, che rappresentano le loro densità; conciossiacchè questi numeri ora crescano nell'ordine stesso, ora in un ordine inverso.

2° La potenza rifrattiva di un miscuglio è uguale alla somma delle potenze rifrattive de'suoi elementi. L'aria essendo per esempio composta di 0, 21 d'ossigeno e 0, 79 di azoto; ei si trova che la somma delle potenze rifrattive degli elementi è 0, 99984, che pochissimo differisce dall'unità. Il Sig. Dulong ha fatto ancora esperimenti diretti sopra molti miscugli artifiziali per verificare questo risultamento, che serviva di principio alle sue ricerche.

3° La potenza rifrattiva di un composto gassoso è ora minore ora maggiore della somma delle potenze rifrattive delle componenti. Gli è in fatti quanto risulta dalla tavola seguente, in cui la prima colonna rappresenta le potenze rifrattive osservate, e la seconda le potenze rifrattive calcolate dietro gli elementi costitutivi, tenendo ragione de'condensamenti, che provano.

Potenze rifrattive de' fluidi elastici composti.

La potenza rifrattiva dell' aria = 1.

Nomi de' gas.	Pot. rifratt. osservate.	Pot. rifratt. calcolate.	Eccesso dell'os. sul calcolo.
Ammoniaca	1. 309	1. 216	+ 0. 093
Ossido di azoto.	1. 710	1. 482	+ 0. 228
Gas nitroso	1. 030	0. 972	+ 0. 058
Acqua.	1. 000	0. 933	+ 0. 067
Gas clor-ossi-carbon	3. 936	3. 784	+ 0. 015
Etere muriatico	3. 720	3. 829	— 0. 099
Acido idrocianico	1. 521	1, 651	— 0. 130
Acido carbonico	1. 526	1. 629	— 0. 093
Acido idroclorico	1. 527	1. 547	— 0. 020

Troppo sensibili sono le differenze, perchè si possa attribuirle ad errori di osservazioni, ed è impossibile il supporre che dipendano da un difetto di purezza ne' gas; dappoichè è noto la capacità del Sig. Dulong e la scrupolosa esattezza che arreca nelle sue preparazioni.

4° Il potere rifrangente di una sostanza nello stato liquido è maggiore del potere rifrangente della sostanza medesima nello stato gassoso. Questo principio altre volte stabilito sopra esperimenti diretti da' Sig. Arago e Petit (*Ann. di chim. e di fis.*, t. 1, p. 1) trovasi novellamente confermato da' risultamenti del Sig. Dulong. In fatti il potere rifrangente del carburo di zolfo rispetto all' aria è uguale alla sua potenza rifrattiva rispetto all' aria, 5, 179 divisa per la sua densità 2, 644; il che dà 1, 932; il carburo di zolfo liquido ha una densità 1, 263; ed il suo indice di rifrazione è 1, 678; adunque la sua potenza rifrattiva assoluta è 1, 816; ed il suo potere rifrangente assoluto 1, 438. Ma avendo l' aria una potenza rifrattiva assoluta di 0, 000588 ed una densità rispetto all' acqua di 0, 001299, il suo potere rifrangente assoluto è 0, 453. Per conseguenza il poter rifrangente del carburo di zolfo liquido relativamente all' aria è 1, 438 diviso per 0, 453 ovvero 3, 176. Sicchè il carburo di zolfo ha un potere rifrangente maggiore di 3 nello stato liquido, e minore di 2 nello stato gassoso.

LENTI.

387. *Proprietà generali delle lenti.* — Le lenti son corpi diafani, che hanno la proprietà di accrescere o diminuire la convergenza de' fasci di luce, che li attraversano.

Qui non dobbiamo studiare altro, che le *lenti sferiche*, quelle cioè, le cui superficie sono de' piani o delle sfere, essendo esse le sole quasi, ch'entrino nella composizione de' diversi strumenti di ottica; del rimanente le lenti *ellittiche*, *paraboliche*, *cilindriche*, ecc., offrono risultamenti analoghi.

Ora, combinando in tutte le guise possibili le superficie piane e sferiche, non si possono formare che sei lenti diverse.

La prima (*fig. 181*) è la lente *bi-convessa* formata di due superficie sferiche, convesse, i cui raggi sono eguali o ineguali.

La seconda (*fig. 182*) è la lente *piano-convessa*.

La terza (*fig. 183*) è il *menisco convergente*; essa è formata da due superficie sferiche, l'una concava e l'altra convessa, essendo il raggio della prima maggiore del raggio della seconda.

La quarta (*fig. 184*) è la lente *bi-concava*.

La quinta (*fig. 185*) è la lente *piano-concava*.

Finalmente la sesta (*fig. 186*) è il *menisco divergente*; ed è formata da due superficie sferiche, l'una concava e l'altra convessa, essendo il raggio della prima minore del raggio della seconda.

Le tre prime sono ad *orli taglienti* e *convergenti*.

Le tre ultime ad *orli larghi* e *divergenti*.

L'asse di una lente è la linea matematica *ce'*, che congiunge i due centri di curvatura delle sue due superficie; per le lenti piano-concave e piano-convesse l'asse *cp* è la perpendicolare abbassata dal centro di curvatura sul piano.

Per dimostrare che le lenti hanno *fochi reali* o *virtuali* noi prenderemo dapprima una lente di una doppiezza indefinita, che volge la sua convessità verso un

*

punto luminoso s situato sopra il suo asse. Sia $s\,d$ (*fig. 187*) un raggio incidente, cd la normale nel punto d'incidenza, e dt il raggio rifratto, che va a tagliare l'asse nel punto t; dinotiamo con x, y, z, gli angoli, che hanno i loro vertici ne'punti s, c, t, e che s'appoggiano sopra l'arco ad; con b, r, m le distanze di questi punti nel punto a, cioè as, ac, at; infine per p e q gli angoli d'incidenza e di rifrazione sdp e cdt. Tutti questi angoli sono supposti abbastanza piccoli, perchè si possano prendere pei loro seni o per le loro tangenti; e, rappresentando con n l'indice di rifrazione della sostanza della lente, è facile il vedere che si ha da principio:

$$sen.\ p=n\ sen.\ q \text{ ovvero } p=n\,q;\ p=x+y;\ y=z+q.$$

Togliendo di mezzo p e q mercè queste tre corrispondenze, si ottiene:

$$x+n\,z=y\,(n-1),$$

che diventa

$$\frac{ad}{b}+\frac{n.\,ad}{m}=\frac{ad}{r}(n-1) \text{ ovvero } \frac{1}{b}+\frac{n}{m}=\frac{n-1}{r},$$

quando si sostituiscono le tangenti in luogo degli angoli, dappoichè l'arco ad può esser considerato come una retta perpendicolare ad as.

Essendo questo risultamento indipendente dagli angoli d'incidenza e di rifrazione, di qui risulta che sotto le condizioni da noi ammesse tutt' i raggi emanati dal punto s, che cadono sulla lente, vanno poscia dopo la rifrazione a tagliarsi nello stesso punto t dell'asse ad una distanza m. Quivi adunque havvi un *foco* per rifrazione; e questo foco sarà *reale*, se realmente è il punto di concorso de'raggi, e *virtuale*, s'è solamente il punto di concorso del loro prolungamento.

Agevole cosa pare il discutere la formola precedente in tutta la sua generalità, ma, per farne valutare meglio i risultamenti, noi la discuteremo supponendo che la

lente sia di vetro: allora essendo n uguale a $\frac{3}{2}$, questa formola diventa:

$$\frac{1}{b}+\frac{3}{2m}=\frac{1}{2r}.$$

1° Per $b=\infty$ hassi $m=3r$; che cioè, se il punto luminoso è all' infinito, o se i raggi incidenti sono paralleli all'asse, il punto di concorso ha luogo in una distanza, ch'è tripla del raggio di curvatura della lente. Di più essendo il valore di m positivo, il foco è reale.

2° Per $b=2r$ hassi $m=\infty$; cioè che, accostandosi il punto luminoso dall'infinito insino a $2r$, il foco si allontana da $3r$ sino all'infinito.

3° Per $b<2r$ hassi per m un valore *negativo*; cioè che allora il foco è *virtuale*, la lente non è più abbastanza efficace per fare i suoi raggi convergenti nel suo interno; essi rimangono allora divergenti, ed è il loro prolungamento, che va a concorrere sopra l'asse, ma di fuora dalla lente ed al di là del punto s, siccome si può veder di leggieri.

4° Se a b dannosi i valori negativi, ciò significa che i raggi incidenti sono già in istato di convergenza, ed i valori, che se ne deducono per m, danno il nuovo punto di convergenza più approssimato, chè la rifrazione loro dà nell'interno della lente; ci si può verificarlo con applicazioni numeriche o per mezzo di costruzioni grafiche.

La formola precedente noi abbiamo rinvenuta supponendo la lente convessa dal lato del punto luminoso; ma è facil vedere con una costruzione diretta che, per applicarla ad una lente concava basta cangiare il segno di r serbando la condizione, che i valori positivi di m indichino i suoi fochi reali.

Posti questi princìpi, ora noi possiamo disaminare ciò, che accade alle lenti ordinarie con due superficie curve, la cui doppiezza può esser negletta.

Sia un punto luminoso s (*fig. 188*) situato sopra l'asse di una lente bi-convessa; se questa lente avesse una doppiezza indefinita, la distanza b' del punto di concorso dei raggi incidenti sarebbe data dalla formola

$$\frac{1}{b}+\frac{n}{b'}=\frac{n-1}{r},$$

essendo b, n ed r gli stessi di poco fa; ma i raggi rifratti quasi all' uscire dalla prima superficie vanno a incontrare la seconda per passare dal vetro nell'aria, ed il loro novello punto di concorso avrà luogo ad una distanza m data dalla formola

$$-\frac{1}{b'}+\frac{n'}{m}=\frac{n'-1}{r'},$$

in cui r' è il raggio di curvatura della seconda superficie ed n' l'indice di rifrazione del vetro rispetto all' aria, in modo che $n'=\frac{1}{n}$; su di che si vuole osservare che qui il primo termine è distinto dal segno *meno*, perchè b' ha necessariamente valori di segni contrari, quando si considerano relativamente alla prima o relativamente alla seconda delle superficie della lente.

Eliminando b' tra queste due equazioni, e mettendo $\frac{1}{n}$ in luogo di n' si viene alla seguente corrispondenza:

$$\frac{1}{b}+\frac{1}{m}=\frac{n-1}{r}-\frac{n-1}{r'},$$

che dà m per mezzo di b, r, r' ed n; secondo che il valore di m è positivo o negativo, il foco è reale o virtuale.

Se si suppone $b=\infty$, e se dinotasi con f il valore corrispondente di m, ne risulta

$$\frac{1}{f}=\frac{n-1}{r}-\frac{n-1}{r'}.$$

Questo valore di f o la distanza focale de' raggi paralleli è ciò, che si dice la *distanza focale principale* di una lente. Allora si è condotto alle due equazioni

$$f = \frac{rr'}{(n-1)(r'-r)}, \quad \frac{1}{m} = \frac{1}{f} - \frac{1}{b}$$

che chiudono in sè tutta la teorica delle lenti.

Discutendo la prima, facile cosa è il vedere che il valore di f è sempre positivo per le lenti convergenti, e negativo sempre per le lenti divergenti; dal che segue che il *fuoco principale* è ***reale*** per le prime ed è ***virtuale*** per le ultime. Di fatto,

Lente bi-convessa, $r=+$, $r'=-$, $f=+$
Piano-convessa, $r=+$, $r'=\infty$, $f=+$
Menisco convergente, $r=+$, $r'=+$, $f=+$; dappoichè $r' > r$.
Lente bi-concava, $r=-$, $r'=+$, $f=-$
Piano-concava, $r=-$, $r'=\infty$, $f=-$
Menisco convergente, $r=-$, $r'=-$, $f=-$; dappoichè $r' > r$.

Quanto ai valori assoluti di f è agevole calcolarli, quando si conosce r, r', ed n. Reciprocamente dati f ed n si può determinare la corrispondenza de' due raggi di curvatura.

Discutendo la seconda delle precedenti equazioni, si vede che

$$\begin{array}{ll} b = \infty \text{ dà } & m = f \\ b = 2f & m = 2f \\ b = f & m = \infty \\ b = \frac{f}{2} & m = -f. \end{array}$$

risultamenti ch'è facile interpetrare dietro quanto precedentemente abbiamo detto in occasion degli specchi, e ch'è pur facile a comprovare con l'esperienza o per mezzo della luce solare o per mezzo di quella di una candela.

Noi non abbiamo considerato altro in quel', che precede, che punti luminosi situati sopra l'asse della lente, ma noi mostreremo che le stesse formole si applicano ancora ai punti, che sono situati fuori dell'asse, sotto la condizione che gli *assi secondari* corrispondenti non facciano, che angoli picciolissimi con l'asse principale; as-

se secondario si dice la linea tirata dal centro della lente e da un qualsivoglia punto preso fuori dell' asse principale. Sia s (*fig. 189*) un punto luminoso, $s\,a\,t$ il corrispondente asse secondario, $s\,d$ ed $s\,d'$ de' raggi che arrivano alla lente e son rifratti da essa; tutti questi raggi vanno a concorrere nello stesso punto t dell' asse secondario, e le distanze as ed at, che noi dinoteremo con b ed m sono tra loro ligate dalla corrispondenza:

$$\frac{1}{b}+\frac{1}{m}=\frac{1}{f},$$

f essendo la principale distanza focale della lente. Di fatto rapportiamo i punti s e t in s'' e t'', in guisa che si abbia eziandio $as''=b$, $at''=m$, i triangoli $a\,ss''$, $a\,tt''$ potranno essere allora considerati come triangoli rettangoli in s'' ed in t''. Consideriamo il raggio incidente $s\,d$ ed il suo raggio emergente $d\,t$: siano s' e t i punti, in cui tagliano l'asse, b' ed m' le distanze corrispondenti as' ed $a\,t'$; queste distanze sono manifestamente sottoposte all'equazione:

$$\frac{1}{b'}+\frac{1}{m'}=\frac{1}{f};$$

e, se la prima equazione è vera, siccome abbiamo ammesso, ne risulterà.

$$\frac{1}{b}+\frac{1}{m}=\frac{1}{b'}+\frac{1}{m'}.$$

Ora è facile il vedere che questa equazione è di fatto esatta, dappoichè dinotando con v l'angolo de' due assi, con x' e z' gli angoli $d\,s'\,a$, $d\,t'\,a$, si ha

$$tang\ x'=\frac{ad}{b}\quad tang.\ x'=\frac{s\,s'}{b-b'}\quad tang.\ z'=\frac{tt'}{m'-m}$$

$$tang.\ z'=\frac{ad}{m'}\quad tang.\ v=\frac{ss'}{b}\quad tang.\ v.=\frac{tt'}{m}$$

dal che $\frac{tang.\ x'}{tang.\ z'} = \frac{m'}{b'}\ \frac{tang.\ x'}{tang.\ v} = \frac{b}{b - b'}\ \frac{tang.\ z'}{tang.\ v} = \frac{m}{m' - m}$

Uguagliando i due valori di $\frac{tang.\ x'}{tang.\ z'}$, che risultano da queste tre ultime equazioni, si ha

$$\frac{b\ (m' - m)}{m\ (b - b')} = \frac{m'}{b'},\ \text{dal che}\ \frac{1}{b} + \frac{1}{m} = \frac{1}{b'} + \frac{1}{m'},$$

ciò che dimostra l'esattezza dell'equazione

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{m} = \frac{1}{f}$$

applicata all'asse secondario $s\ a\ t$.

Il *campo della lente* è misurato dall'angolo, che gli assi secondari possono fare senza cessare di dare immagini bastantemente precise.

Mentre l'*apertura della lente* è l'angolo, sotto di cui essa è vista dal fuoco principale, questo angolo non può generalmente oltrepassare 10 ovvero 12°. Quando questo angolo è maggiore havvi *aberrazione di sfericità*, che cioè i raggi i quali cadono verso gli orli della lente, non concorrono più esattamente con quelli, che passano accosto al centro.

Da quel, che precede, risulta che un oggetto ss' (*fig. 190*), che fosse compreso nel campo della lente, e posto sulla superficie di una sfera avente il suo centro in a, darebbe un'immagine rovesciata chiarissima sulla superficie tt' di un'altra sfera avente lo stesso centro. Adunque gli obbietti fanno immagine nel fuoco delle lenti egualmente che nel fuoco degli specchi, e veduti dal centro ottico della lente, l'immagine e l'obbietto sono veduti sotto l'angolo stesso. Sia questo angolo v, g e g' le grandezze assolute dell'obbietto e della sua immagine; è facil vedere che si ha:

$$g' = m\ tang.\ v,\ \text{dal che}\ g' = \frac{b\ f}{b - f}\ tang.\ v.$$

Quando gli obbietti non son lontanissimi, b rispetto ad f è grandissimo, e la formola diventa

$$g' = f \, tang. \, v.$$

Sicchè l'angolo medio del sole essendo di 31', la sua immagine ha 9 millimetri nel fuoco di una lente di 1 metro di distanza focale principale.

Quando gli oggetti non sono moltissimo lontani, si può sostituire a $tang. \, v$ il suo valore $\frac{g}{b}$, la formola diventa:

$$g' = \frac{gf}{b-f} \text{ ovvero } g' = g\frac{m}{b}.$$

Inutil cosa sarebbe l'andar qui cercando i fuochi delle lenti cilindriche, noi abbiamo rappresentato solamente una di queste lenti nella figura 192 per mostrare che l'immagine di un fascio parallelo è notabilmente una linea retta parallela all'asse del cilindro (9).

388. *Lenti di Fresnel.* — Fresnel è giunto a costruire lenti di diverse forme, per mezzo delle quali la luce de' fari è lanciata sul mare fino alla distanza di dodici o quindici leghe con bastante splendore per indicare ai naviganti la loro precisa posizione, e contrassegnare in tal guisa gli scogli ed i pericoli della spiaggia. Questa applicazione ha un'importanza tanto alta ed è stata fatta con tanto successo, che ci pare indispensabile di darne qui un' idea. La figura 195 rappresenta una *lente anulare* tagliata pel mezzo; essa è composta di un segmento di sfera a, intorno al quale si dispongono parecchi anelli b, c, d, de' quali si vede il taglio b', c', d' (*fig. 194*). La figura curva di questi anelli è calcolata, perchè ciascuno di essi abbia lo stesso foco f che il segmento a; in modo che venendo posto un fanale in f, tutta la luce emessa sulla lente da ciascun punto forma, dopo averla attraversata, un largo fascio, ch' è quasi parallelo, dappoichè strettamente il sarebbe, se tutt' i punti luminosi del fanale potessero strettamente essere alla stessa distan-

za focale principale. L'indebolimento dell' intensità non avendo luogo, che in ragion della divergenza de' raggi di uno stesso fascio ed in ragione ancora della divergenza degli assi de' diversi fasci, di qui risulta ch' è ivi poco considerevole, e quindi che si può illuminare ad una distanza grandissima. A primo aspetto si potrebbe credere che delle lenti comuni porgessero lo stesso vantaggio; ma, siccome abbiamo osservato, le ordinarie lenti non possono avere più di 12 in 15° di apertura, mentre gli anelli della lente di Fresnel sono calcolati, perchè la loro apertura possa giungere a più di 40 gradi; in modo ch'essi riconducono nella stessa direzione nove volte più luce, senza tener ragione ch' essendo molto più sottili, ne assorbono molto meno. Dietro di tali principi, ma variando le forme de' vetri rifrangenti, ed imprimendo loro regolari moti di rotazione, il Fresnel ha fondato un novello sistema d' illuminazione, la cui superiorità è ora riconosciuta da tutte le potenze marittime dell'Europa. Noi faremo soltanto motto della costruzione de' *fuochi de' porti* e di quella de' *fuochi giranti* del primo ordine. La figura 196 rappresenta un *fuoco di porto*. La luce è data da una lampada di argento, che consuma 45 grammi di olio all'ora; lo stoppino ha due centimetri di diametro, e la fiamma 5 centimetri di altezza. Tutt' i raggi sono ricondotti nella direzione orizzontale o dalla rifrazione o dalla riflessione. Il sistema rifrangente si compone di cinque anelli sovrapposti *n*, la cui superficie esterna ha una convenevole curvatura, ed il sistema riflettente si compone di otto anelli prismatici *p*, cinque di sopra e tre di sotto, tagliati e disposti in guisa, che la luce sulle loro grandi facce provi una riflessione totale, mentre entra ed esce dalle altre facce sotto una piccola obbliquità. Per siffatta combinazione tutta la luce è ricondotta in uno strato quasi orizzontale e di una picciola doppiezza, e si slancia con lo stesso splendore verso tutt' i punti dell' orizzonte. Ma Fresnel per un sistema addizionale mobile, ch' è rappresentato in *m* sull'elevazione e sul piano (*fig. 197*), produce degli *splendori* periodici, che si rinnovano regolarmente per esempio tre volte a minuto. Questo sistema mo-

bile si compone di due lenti cilindriche verticali sostenute dal piatto z, ch'è posto in moto da un piede per mezzo delle incastrature y; il piatto riposa esso medesimo sopra delle piastrelle e, che impediscono gli stropiccii: le lenti m hanno del pari il loro fuoco in mezzo della fiamma, e mercè la loro costruzione, ciascuna manda in un sol fascio parallelo una notevole porzione di luce. Sicchè ci hanno due segmenti dell' orizzonte, che sono molto più rischiarati del resto; l' osservatore, che trovasi in uno di questi punti, riceve una viva luce: ma continuando la lente, che questo splendore gli dà, il moto suo di rotazione, vi sarà un istante di ecclissi, insino a che la lente appresso sia stata in questa direzione condotta. Quanto importi il variare tal sorta di effetti s'intende bene, e per portare la luce più lungi, e perchè i fuochi vicini su di una spiaggia medesima possano esser distinti gli uni dagli altri da' diversi periodi delle loro ecclissi e de' loro splendori.

Pe'fuochi di un ordine più elevato maggiori vogliono essere le distanze focali, e troppo malagevol sarebbe il lavorare anelli di vetro di un sufficiente diametro; allora vi si supplisce componendo il sistema rifrangente fisso di lenti cilindriche orizzontali simili a quella, ch'è rappresentata nelle figure 198, 199, e 200. Queste lenti in numero di 32 sono aggiustate in modo da formare un prisma di 32 facce, che sostituisce il sistema circolare precedente.

La figura 191 rappresenta un fuoco girante del primo ordine. La luce è qui prodotta da 4 stoppini concentrici, che ogni ora consumano 750 grammi di olio. Il sistema riflettente è fisso, ed interamente mobile il rifrangente. Il primo si compone di specchi di vetro stagnati; essi sono disposti in m, come sulla figura si vede, formando 8 piani superiori e 5 inferiori. Per formare il cerchio di ogni piano si adoperano pezzi consimili in numero più o meno grande; ogni pezzo è lavorato in modo da presentare la curvatura della sfera osculatrice di una paraboloide di rivolgimento, avente la fiamma per fuoco, ed una linea orizzontale per asse, come si vede nella figura 193.

Adunque tutta la luce, che cade sopra gli specchi, è orizzontalmente riflessa. Il sistema rifrangente è formato di 8 lenti anulari *a* simili a quella della figura 195, posati per mezzo di aste di ferro sul piatto *z*, ch' è posto in moto, come nel caso precedente.

La tavola seguente contiene i principali risultamenti relativi a' fuochi di diversi ordini.

Ordine dei fuochi.	Numero degli stoppini	Quantità di olio consumata in un' ora.	Altezza della fiamma.	Diametro della fiamma	Portata dei fuochi.
1	4	750 gr	9 cen	9. cen.	9 a 15 legh.
2	3	460	8	7	7 a 9 —
3	2	195	7	4. 5	5 a 7 —
4	1	45	5	2	3 a 5 —

Si sa che la portata de' fuochi o la distanza, in cui sono visibili da un punto dato dell' orizzonte del mare, dipende dall'altezza, a cui sono situati; dappoichè per un osservatore elevato di 5 metri il cerchio dell'orizzonte reale è á circa 8000 metri o 2 leghe, e la distanza cresce, come la radice quadrata dell'elevazione, in modo che per 500 metri è di 20 leghe. (10)

CAPITOLO III.

Decomposizione o ricomposizione della luce.

389. *La luce bianca del sole è composta di raggi diversamente colorati.* — Per dimostrare questa proposizione fondamentale si forma da principio lo *spettro solare* coi processi da noi descritti (*fig. 170*), e che son riprodotti nella figura 201 : *m* è lo specchio metallico o il *porta-luce* adattato all' imposta della camera nera : *o* è l'apertura dell' imposta, in cui si dirige il fascio di luce solare; essa ha 1 a 2 centimetri di diametro; *p* è il prisma rifrangente; *t* il quadro, sul quale si ricevono le immagini. L' immagine diretta prima di mettere il prisma è rotonda e senza colori ; essa formasi in *g*. Mediante il prisma l' immagine rifratta è allungata e colorata ; essa formasi in *r u*, ed è lo spettro solare. La figura rappresenta il quadro *t* spianato e veduto di prospetto per meglio mostrare gli effetti.

Variando siffatta esperienza è facile cosa il comprovare questi risultamenti: 1° Parallelamente ai lati, del prisma la larghezza dello spettro è uguale sempre al diametro dell'immagine diretta, che sarebbe ricevuta nella stessa distanza ; 2° perpendicolarmente ai lati, la lunghezza dello spettro dipende dall'angolo rifrangente del prisma e dalla natura della sostanza.

Ei basta a dimostrare il primo risultamento, il ripetere l'esperienza con prismi diversi.

A dimostrare il secondo può adoperarsi il *prisma variabile*, rappresentato nella figura 202. Il piede *p* ed i due capi *b* e *b'* sono di rame, mentre le due facce *f* ed *f'* sono lamine di vetro poste in quadri metallici ; l' una di esse rimane fissa, l'altra è mobile e può essere parallela o inclinata alla prima sotto angoli diversi. Questo apparecchio sostituito al prisma *p* della figura 201 non im-

prime dapprima veruna deviazione al fascio diretto, il che prova il parallelismo de'due lati in ciascuna delle lamine f ed f^1; ma, quando vi si versa un liquido trasparente, all'istante vedesi il fascio deviarsi e decomporsi. In seguito si fa variare ad un tempo la deviazione e il coloramento, inclinando più o meno la faccia f^1 sulla faccia f. Di poi per mostrare che la lunghezza dello spettro dipende dalla natura della sostanza del prisma, si possono fin dal principio versare di mano in mano diversi liquidi nel *prisma variabile* conservandogli lo stesso angolo, ed osservare le lunghezze degli spettri corrispondenti; ma pe'solidi si fa uso del *poli-prisma* rappresentato nella fig. 203. Questo apparecchio è un' unione di prismi di diverse sostanze sovrapposte capo a capo, e che hanno tutte lo stesso angolo rifrangente; menandolo dinanzi all'apertura si obbliga il fascio ad attraversare l'una dopo l'altra le diverse sostanze con la medesima obbliquità, ed in tal modo si ottengono spettri disugualmente deviati e colorati disugualmente.

In questi esperimenti è facile il ravvisare che, se la lunghezza dello spettro non è almeno doppia della sua larghezza, ci si forma nel mezzo una striscia bianca; ma quando lo spettro è allungatissimo, il bianco sparisce, la separazione de'colori è compiuta, e vi si discernono queste sette gradazioni: ***rosso***, ***arancio***, ***giallo***, ***verde***, ***turchino***, ***indaco***, ***violetto***.

Egl'importa osservare che le sono sempre nello stesso ordine relativo, e che rispetto al prisma sempre il rosso prova la menoma deviazione. Queste gradazioni sono quelle, che comunemente si dicono i ***colori del prisma***, i ***colori dello spettro***, i ***colori dell'iride*** o ***dell'arco-baleno***, i ***colori semplici*** ecc.; ma noi vedremo che, se gli occhi nostri non noverano più di sette colori nello spettro, purtuttavia è vero il dire che havvene un' infinità.

La separazion de'colori ha effetto in modo compiutissimo, quando lo spettro si riceve alla distanza di 6 metri, avendo il prisma un angolo rifrangente di 60°, ed essendo l'apertura dell' imposta un cerchio di 1 centimetro di diametro. Intanto la stessa è più breve ancora quan-

do l'apertura è più piccola: il che si può verificare facendo cadere nel tempo stesso molti fasci sul prisma da aperture vicine di differenti diametri, o anche meglio, facendo cadere un solo fascio da un triangolo isoscele allungatissimo, la cui altezza sia parallela ai lati del prisma.

Per dare allo spettro limiti più chiari e meglio tagliati, si può adottare ancora la seguente disposizione usata dal Newton. A quattro metri dall'apertura o (*fig. 205*), si colloca una lente, che ha 2 metri di distanza focale principale, sulla quale si fa cadere un fascio di luce solare: allora l'immagine dell'apertura si va a dipingere di grandezza naturale in o' alla stessa distanza di 4 metri; ma immediatamente dietro la lente si situa il prisma p, che decompone la luce incidente e dà uno spettro, ch'è chiaramente distinto e splendentissimo, dappoichè in uno spazio minore contiene tutta la luce, che conterrebbe, se la lente non vi fosse.

390. *I raggi diversamente colorati sono diversamente rifrangibili.* — Questa verità già risulta dalla forma dilatata dello spettro; dappoich'è chiaro che la luce violetta, la quale cade in u (*fig. 201*) all'uscire dal prisma forma un angolo di emergenza maggiore della luce rossa che cade in r; e, siccome esse hanno entrambe una stessa incidenza sulla prima faccia del prisma, ei se ne vuol conchiudere che il violetto è più rifrangibile del rosso. Lo stesso ragionamento mostra che le gradazioni intermedie hanno rifrangibilità intermedie.

Ma ecco dell'esperienze, che ne conducono alla medesima conseguenza in più evidente maniera.

1° Lo spettro si riceve sopra un tramezzo a (*fig. 204*) forato di una piccola apertura o'; dietro della quale si fissa in una determinata positura un secondo prisma, che fa provare una seconda rifrazione alla luce, e sul quadro t si segna il punto, in cui l'immagine va a cadere. Ora facendo girare il prisma si possono di mano in mano far passare tutte le gradazioni dall'apertura o' del tramezzo, ed in tal modo si riconosce che il violetto, il quale cade in u' presso la seconda rifrazione, è più rifrangibile del rosso, che cade in r'.

2.° L'esperienza de' *prismi incrociati* mena allo stesso risultamento, ed è anche più semplice e facile. Si segna sul quadro il luogo *o* dell'immagine solare, ch'è formata dal fascio diretto (*fig. 206*); poscia dietro all'apertura dell'imposta si situa un prisma *orizzontale*, che produce sul quadro uno spettro *r u*; finalmente si colloca un prisma *verticale* dietro il primo, e si ottiene uno spettro $r'u'$. Con questo secondo prisma la luce rossa, che andava a cadere in *r*, è rifratta in r'; e la luce violetta, che andava a cadere in *u*, è rifratta in u': l'obbliquità dello spettro r' u' è una prova, che la rifrangibilità va crescendo dal rosso insino al violetto, dappoichè avendo tutt'i colori la stessa incidenza nella loro entrata nel secondo prisma uscendo hanno degli angoli di emergenza crescenti dal rosso fino al violetto.

3° Si fanno cadere successivamente tutte le gradazioni dello spettro su di una carta impressa in caratteri sottilissimi, e, dopo aver situato dinanzi a questa carta una lente avente una gran distanza focale principale, ad una convenevole distanza si va a ricevere sopra un cartone bianco l'immagine delle lettere nel punto, in cui sono più chiaramente delineate; in tal modo si scorge che il cartone debb' essere per la luce rossa notabilissimamente più lungi, che per l'arancia, e per questa più lungi che per la gialla, ecc., ecc.

Le precedenti esperienze non si applicano solo alle sette gradazioni da noi osservate nello spettro; ma le si applicano a' diversi raggi eziandio di una medesima gradazione. Il rosso *r* per esempio, ch'è totalmente nell'estremità dello spettro (*fig. 205*), e che dicesi per tal ragione il *rosso estremo*, si trova sensibilmente meno rifrangibile del *rosso medio*, e con più forte ragione meno rifrangibile del *rosso limite dell' arancio*. Lo stesso è di tutt'i raggi in tutta la lunghezza dello spettro dall'*estremo rosso* infino all'estremo violetto. Ed è questa rifrangibilità gradatamente crescente, che ci conduce ad ammettere che nella luce bianca evvi un'*infinità* di colori diversi, e dietro questo principio lo spettro può essere analizzato in questo modo:

Immaginiamo per un momento che non siavi altro nella luce bianca, che il rosso estremo e l'estremo violetto; allora è chiaro che in luogo dello spettro noi avremmo solamente due immagini del sole rotonde colorate e separate l'una rossa in *r* e l'altra violetta in *u* (*fig. 207*): ma il rosso, che si approssima al rosso estremo, e ch'è alquanto più rifrangibile dello stesso, dà pure un'immagine rotonda, che in gran parte si sovrappone alla prima, accostandosi al violetto: il rosso, che segue, dà pure una simile immagine, che si sovrappone in gran parte sulla precedente, e così di seguito fino all'estremo violetto. Sicchè lo spettro negli ordinari esperimenti è composto di un'infinità d'immagini circolari le une sovrapposte sulle altre, e rigorosamente parlando una zona stretta qualunque *a b*, che fa parte di un gran numero di cerchi vicini, trovasi composta di un gran numero di luci, che differiscono in colori ed in rifrangibilità: soltanto se i cerchi sono di un piccol diametro, i colori quasi identici saranno, e le rifrangibilità quasi eguali; gli è perchè può questa zona considerarsi come composta di una sola e medesima luce.

391. *Ogni colore dello spettro è un colore semplice.* — Un colore è semplice, quando si trova sempre lo stesso, senza che sia possibile di trarne con verun'azione gradazioni diverse, e noi mostreremo che di fatto i colori dello spettro ben possono venir distrutti, ma per nessuna cagione non possono essere modificati a' nostri occhi.

1° Dopo avere con un tramezzo forato di un picciol buco isolato un qualsiasi pennello luminoso dello spettro, per esempio il violetto, si può farlo passare per un qualsivoglia numero di prismi, di lenti o di altri corpi rinfrangenti senza scoprirvi altra gradazione che il violetto primitivo (*fig. 204*).

2° Se questo pennello luminoso violetto si fa cadere sopra un corpo di un colore diverso, rosso, giallo, verde, ecc., questo corpo diventa violetto, senza che si possa discoprirvi veruna traccia del colore primitivo che naturalmente offre, e che gli sembra proprio e inerente. Se ne può far la prova sulle foglie delle piante, su' fiori, il ver-

miglione, l'oro, ecc. ecc.; tutti questi corpi acquistano allora la stessa gradazione, e diventano violetti, come se questo fosse il loro verace color naturale. Del pari nel rosso tutt' i corpi sono rossi, gialli nel giallo, verdi nel verde, ecc.

3° Un pennello violetto, che si presenta per attraversare un corpo diafano rosso, giallo o verde, si trova assorbito o distrutto, ovvero, se passa, è violetto nella sua uscita, come lo era nella sua entrata. Questa esperienza è lampante sopra ogni altro con vetri colorati di rosso: alcuno di questi vetri fa passare liberamente la luce violetta, alcun altro l'assorbe per intero, quantunque guardandoli entrambi alla luce del cielo essi paiano ugualmente colorati ed egualmente trasparenti: quello, che assorbe il violetto, assorbe generalmente tutte le altre gradazioni dello spettro, fuorchè il rosso; sicchè lo stesso è un corpo *trasparente pel rosso* e più o meno *opaco per gli altri colori*.

Alcune volte si dice secondo Newton che la luce semplice è omogenea: ma questa espressione non è esatta, dappoichè sembra indicare che tutte le parti di questa luce provino sempre gli stessi effetti. Ora è facile di verificare che un raggio di luce semplice è riflesso in parte sulla superficie di un corpo diafano, ed in parte rifratto nel suo interno; sicchè queste due parti non sono identiche, imperciocchè provano effetti diversi. Lo stesso accade, quando si fa cadere un pennello di luce semplice sopra un corpo dotato della doppia refrazione, conciossiacchè questo pennello allora si divida in due altri, che seguono diversi cammini. Generalmente mai non avviene che un raggio semplice dello spettro provi identicamente i medesimi effetti in tutta la sua totalità.

392. *La luce bianca si ricompone riconducendo sempre tutt' i colori semplici nella stessa direzione, o facendoli concorrer tutti nel medesimo punto.* — Quando i colori sono stati separati da un prisma, si possono ricondurre nella stessa direzione da un secondo prisma della stessa sostanza e dello stesso angolo rifrangente, che il primo, ma in senso rovescio rivolto (*fig. 208*). Allora

il fascio, ch' è colorato fra' due prismi, diventa bianco all'uscir del secondo, e va a dipingere sul quadro una immagine rotonda del sole. Se il secondo prisma è a facce larghe si può collocarlo molto lungi dal primo, di modo che riceva uno spettro compiutissimo. La qual esperienza mostra chiarissimamente che non evvi nel prisma veruna forza particolare per decomporre la luce bianca o per ricomporla, ma che la separazione de' colori semplici o la loro riunione segue da sè medesima per la disuguale rifrangibilità de' diversi raggi. Per opporre due prismi, che siano esattamente dello stesso angolo, si può usare eziandio un vaso rettangolare di cristallo, diviso in due spartimenti prismatici da un tramezzo diagonale pur di cristallo $c\ c'$ (*fig. 209*). Allorchè nel primo spartimento si pone acqua, il fascio emergente forma uno spettro; ma esso ripiglia la direzione sua e la sua primitiva bianchezza, non appena il secondo spartimento si riempie di acqua al pari del primo.

Ei non fa mestieri che tutt' i colori semplici siano, come nella precedente esperienza, condotti nella stessa direzione per formare del bianco: ci basta solo ch' essi concorrano nel medesimo punto, siccome vedremo nelle seguenti esperienze.

1° Lo spettro si riceve sopra un grande specchio concavo m (*fig. 210*), ed il fascio riflesso si dirige o nel fascio incidente proprio, o al di fuori, come la figura dimostra. Allora tutte le gradazioni dello spettro riflesse nelle direzioni diverse vanno a concorrere nello stesso punto f, e quivi l'immagine solare ricevuta sopra un picciolo tramezzo o sopra un vetro appannato apparisce di un'abbagliante bianchezza, come se il fascio incidente fosse un fascio di luce bianca. Adunque basta il concorso di tutte le gradazioni semplici a produrre il bianco. Ma, se invece di ricevere il fascio riflesso nello stesso fuoco, dove il concorso è compiuto, si riceve più dappresso o più lungi dallo specchio, ei non si osserva che un'imperfetta ricomposizione; più da vicino i colori estremi dello spettro ricompariscono nell'ordine loro, più lungi in ordine inverso. Da ultimo, se si colloca nel fuoco un picciolo specchio

metallico lisciatissimo m', ei non ci ha dubbio che la luce, la qual cade sopra di esso, non sia bianca al pari di quella, che poco fa cadeva sopra il tramezzo, ed intanto l'immagine riflessa da questo specchio è uno spettro; il che prova manifestamente che riunendosi nel foco i diversi raggi conservano la loro esistenza indipendente, e non si modificano in nessun modo gli uni con gli altri.

2° Si riceve lo spettro sopra una lente *l* (*fig. 211*), nel punto *f*, dove convergono tutt' i raggi diversi, si ottiene una luce bianca, come nel foco dello specchio precedente. L'immagine rotonda, che ne risulta, è colorata solamente verso i suoi orli, dappoichè i raggi di rifrangibilità diverse non possono fare il loro foco precisamente alla medesima distanza dietro la lente. Lo spettro ricomparisce al di là del foco, ma rovesciato, in r' u', il che è una prova novella, che i raggi si possono incrocicchiare nel punto medesimo senza modificarsi, e che ciascuno di essi opera sempre, come se fosse solo.

3° In fine evvi un *mezzo meccanico* di ricomporre la luce bianca, il cui effetto pare sempre molto maraviglioso. Immaginiamo un cerchio di cartone, avente circa 1 piede di diametro, forato nel suo centro da un picciolo buco, e che offre due zone dipinte nere, l' una prossima al centro ed all'orlo l'altra. Nell' intervallo di queste due zone s' incollano piccole strisce di carta: la prima di un rosso, che imita quanto è possibile il rosso dello spettro, la seconda arancia, la terza gialla, ecc.; quando il periodo delle sette gradazioni si è terminato, si ricomincia nell'ordine stesso per compiere il cerchio, con l'attenzione che tutt' i periodi siano compiuti, e che in ciascuno di essi le strisce abbiano larghezze proporzionali quasi allo spazio, che i diversi colori occupano nella lunghezza dello spettro. Quando questo cartone è posto in rapido movimento intorno al suo centro, o con la mano sopra un'asta che passi per l'apertura centrale, o con qualsiasi altro mezzo tutte le gradazioni delle strisce colorate spariscono, e l'intervallo delle zone nere apparisce di un bianco più o meno perfetto. Questo notevole fenomeno si può spiegare nel modo seguente : se non ci fosse che

una sola striscia rossa sopra un fondo nero, vedrebbesi in virtù della rotazione un cerchio rosso, come nella tanto nota esperienza del carbone acceso, che volgesi a cerchio con grande celerità; se non ci fosse che una sola striscia violetta, vedrebbesi per la stessa ragione un cerchio violetto, poi un cerchio verde per una striscia verde, ecc. Ora se tutte queste strisce esistono e girano ad un tempo, vedrassi ad un tempo nello stesso luogo un cerchio rosso, un arancio, un giallo, ecc. e per conseguenza un cerchio bianco, dappoichè la sensazione del bianco non è altro, che la sensazione contemporanea di queste gradazioni.

593. *De' colori di complemento e delle gradazioni prodotte dalla mescolanza di diversi colori semplici in diverse proporzioni.* — Dappoichè tutt'i colori semplici presi insieme nella loro *naturale proporzione* (cioè nella proporzione, che dà lo spettro) riproducono la luce bianca, chiaro è che, per alterare la bianchezza basta sopprimere uno de' colori semplici, ed alterarne la proporzione soltanto. Così sopprimendo nello spettro il rosso, e componendo fra loro tutt'i rimanenti colori, si ottiene una tinta turchiniccia; la quale mischiata col rosso riproduce il bianco. Ogni volta che due colori semplici o composti adempiono questa condizione, ogni volta cioè che mescolati insieme riproducono il bianco, essi si dicono *di complemento* l'uno all'altro. Ei non ci ha colore, che non abbia il suo colore di complemento; conciossiacchè se non è bianco, gli mancano solo alcuni degli elementi della luce bianca, e questi elementi mischiati fra loro formano il suo colore di complemento. Ma se al miscuglio di questi elementi si aggiungesse del bianco in diverse proporzioni, tante gradazioni diverse si avrebbero, le quali tutte sarebbero ugualmente efficaci a riprodurre il colore bianco col colore dato. Adunque strettamente evvi un gran numero di gradazioni diverse, che hanno lo stesso colore di complemento, ed un gran numero di gradazioni di complemento, che appartengono allo stesso colore dato. La maggior parte de' verdi hanno per colori di complemento de' violetti più o meno rossastri, ed i gial-

li degl' indachi più o meno violacei. Per istudiare con l'esperienza le tinte, che risultano da molti colori semplici mescolati, si può fare uso di un apparecchio composto di sette specchi: lo si colloca ad una grandissima lontananza dal prisma, perchè lo spettro sia bene esposto, e s'inclinano convenevolmente gli specchi per dirigere in uno stesso punto di un foglio di carta bianchissimo quelle delle gradazioni, di cui si vuole osservare la composizione. Ei pare che Newton abbia fatto un gran numero di esperimenti su tal subietto, o con questo metodo, o con altri consimili, ed è in seguito pervenuto ad una costruzione geometrica notevolissima, che rappresenta con una stupenda fedeltà il risultamento di tutte siffatte esperienze. Noi possiamo descrivere solamente questa costruzione ed indicarne l'uso; dappoichè Newton dopo averla verificata con l'esperienza, non l'ha giustificata col ragionamento in alcuna delle opere sue, e nessuno finora non ha potuto indovinare il legame nascosto, che ha senza dubbio con la teorica.

La circonferenza del cerchio *r o j v b i u* (*fig. 212*) dividesi in sette parti, che abbiano queste grandezze:

$ro =$	60°	45'	34"
$oj =$	34	10	38
$jv =$	54	41	1
$vb =$	60	45	34
$bi =$	54	41	1
$iu =$	34	10	38
$ur =$	60	45	34.

Supponendo che questi archi rappresentino i sette colori semplici, cioè *ro* il rosso, *oj* l'arancio, ecc., i loro centri di gravità r', o', j', v', b', i', u', del pari che il centro di gravità *c* dell'intera circonferenza sono le forze, che bisogna comporre tra loro per aver la gradazione, che risulta da molti colori semplici dati.

Se fin dapprima si vuol sapere il colore, che dà il miscuglio di tutte le gradazioni, bisogna comporre insieme i sette centri di gravità de' sette archi come si com-

pongono delle forze parellele; la risultante loro passando manifestamente al centro, ciò prova che la gradazione del miscuglio è il bianco perfetto.

Per comporre a cagion di esempio il rosso con una certa proporzione di bianco, bisognerà attribuire al centro di gravità c un certo valore dipendente dalla proporzione di bianco, che si vuol mescolare: questo valore sarà uguale alla somma dei valori dei centri di gravità r', o', j', ecc. Se la proporzione di bianco è quella, che risulta dal miscuglio di tutte le gradazioni: essa ne sarà la metà, se non si prende che una proporzione di metà bianco, ecc.: in seguito questo centro di gravità si comporrà con r', cadendo manifestamente la risultante sopra la linea $r'c$; ed è una prova che la tinta di miscuglio sarà rossastra, e tanto più lavata di bianco, quanto la risultante cadrà più dappresso al centro c. Allo stesso modo farebbesi per comporre con del bianco una qualsiasi delle gradazioni semplici.

Seguendo la stessa regola, facil cosa è il vedere:

1° Che due colori semplici consecutivi danno sempre col loro mescolamento una gradazione intermedia. Il rosso e l'arancio danno un rosso più prossimo all'arancio, od un arancio più prossimo al rosso, ecc. Nondimeno il Newton raccomanda di non applicare siffatta regola al rosso ed al violetto, che non si seguitano nello spettro.

2° Che due colori distanti di un rango daranno col or o mescolamento il colore, che li separa. Così,

Il rosso ed il giallo danno dell'arancio.
L'arancio ed il verde .... del giallo.
Il giallo ed il turchino .... del verde.
Il verde e l'indaco .... del turchino.
Il turchino ed il violetto .... dell'indaco.

Ma l'indaco ed il rosso danno una spezie di purpureo, che notevolmente differisce dal violetto.

3° Che due colori distanti due ranghi danno eziandìo l'una delle gradazioni, che li separano; ma tal gradazione è come se fosse lavata da una grandissima quantità di bianco.

Il calcolo si può agevolmente applicare a questa costruttura empirica, e trovar la gradazione, che risulta dal mescolamento di un qualsiasi numero di colori semplici presi in qualsivogliano proporzioni.

394. *Ogni luce composta prova rifrangendosi una decomposizione ed una ricomposizione.* — Ora tenghiamo dietro al cammino di un pennello di luce bianca, che attraversi obbliquamente una lamina a facce parallele. Sia *a* (*fig. 213*) la faccia superiore di siffatta lamina, *b* la sua faccia inferiore, ed *li* la direzione del pennello incidente, che sarà supposto provenire dall' infinito. Il raggio *li* sarà decomposto dalla rifrazione e da un'infinità di raggi variamente colorati, dal rosso estremo, che prenderà la direzione *ir*, fino all'estremo violetto, che prenderà la direzione *iu*; ed, applicandosi tanto al primo che al secondo la legge di Cartesio, ciascuno di essi produce un raggio emergente parallelo ad *li*; il che in somma dà un picciolo fascio parallelo, i cui raggi da *re* ed *ue* presentano tutte le gradazioni dello spettro. Il qual risultamento sembra a primo aspetto contrario all'esperienza, dappoichè è noto che la luce bianca non è decomposta attraversando le lamine parallele, qualunque ne sia la natura: ma egli basta considerare il totale de' raggi vicini al raggio *li* per trovar la ragione di questa contraddizione apparente. In fatti *l' i'* a cagion di esempio dà come *l i* nell'interno della lamina un pennello dilatato, che presenta tutte le gradazioni dello spettro, e nell' esterno un pennello parallelo *r' e'*, *u' e'*, simile in tutto ad *re*, *u e*; dippiù ciascuno de' raggi del secondo è parallelo al suo omologo nel primo. Lo stesso sarebbe di tutt' i raggi compresi tra *l i* ed *l' i'*, ed è precisamente cotesto, che spiega la bianchezza del fascio emergente; imperocchè vicino ad *l i* evvi un raggio incidente, che dà un raggio arancio secondo *r e*; alquanto più lungi evvene un altro, che dà un raggio giallo secondo la stessa linea, un altro, che ne dà uno verde, un altro uno turchino, ecc. Tal che finalmente risulta che tutt' i raggi emergenti sono raggi bianchi, meno quelli, che si trovano agli orli del pennello in *r e*, ed *u' e'*; ma questi sono generalmente modifica-

ti dalla diffrazione; ne è possibile di ravvisarvi le gradazioni, che dà la semplice decomposizione loro.

Si vede nel tempo stesso che la decomposizione sussiste nell'interno stesso della lamina, e l'occhio, che stesse collocato in parte nella sua doppiezza, ricevendo i raggi rossi in una direzione ed i violetti in un'altra, vedrebbe in punti diversi il rosso, il violetto e le gradazioni intermedie, cioè che discernerebbe uno spettro in vece di un'immagine bianca. Intanto i corpi rischiarati da questi diversi raggi sarebbero, come se fossero rischiarati da raggi bianchi, conciossiachè i raggi, che concorrono in un punto di un corpo opaco, seguendo direzioni poco diverse, producono lo stesso effetto, che se nella stessa direzione giungessero a questo punto.

L'analisi precedente ci mostra che nelle superficie de' corpi rifrangenti si compiono ad un tempo le rifrazioni, le decomposizioni e le ricomposizioni della luce. Noi potremmo citare un gran numero di esempi di questi fenomeni, ma ci staremo tuttavia contenti ad additare due esperienze, che mostrano di un modo molto notabile il giuoco di queste decomposizioni e ricomposizioni successive.

1° Quando si fa cadere un piccol pennello di luce solare su di un prisma equilatero *a b c* (*fig. 214*) in una direzione convenevole *l i*, e quasi ad un terzo del suo lato, si osservano sei immagini d'intorno al prisma; ciascuna faccia ne dà due, l'una bianca e l'altra colorata formante uno spettro compiuto. Seguendo il cammino della luce sulla figura, si potrà di leggieri dare ragione di questo fenomeno.

2° Si forma un'immagine del sole nel foco di una picciola lente per mezzo di un largo fascio di luce diretta (*fig. 215*), quindi si presenta successivamente un cartone bianco al fuoco, poi ad una minore, poi ad una maggiore distanza dalla lente: nel foco in *c* l'immagine è compiutamente bianca, più dappresso alla lente in *c'* è bianca, nel centro è circondata verso i suoi orli di un'aureola rossa e gialla; più lungi in *c''* è tuttavia bianca nel mezzo, ma verso i suoi orli è circondata di un'aureola turchina e violetta.

Facil cosa è lo spiegare questo primo risultamento: ogni raggio incidente è decomposto dalla lente, come lo sarebbe da un prisma; quindi ne risulta un infinito numero di spettri anulari, il cui sovrapporsi è ora compiuto ora imperfetto. Il rosso, come men rifrangibile, va a fare il suo foco più lungi in r, mentre il violetto fa il suo foco in u: sicchè quando il quadro è in c'; hassi un' immagine bianca hh' con un' aureola gh, $g'h'$, il cui rosso è al di fuori; quando è in c''; hassi un' immagine bianca nn' con un aureola violetta vn, $v'n'$; quando da ultimo è in c, hassi un' immagine bb' compiutamente bianca, dappoichè i raggi violetti, che si sono incrocicchiati in u vanno a cadere nello stesso punto, che i raggi rossi, che vannosi ad incrocicchiare in r. Ma il celebre professore Charles soleva nelle sue lezioni rendere l'esperimento più manifesto col seguente artificio: tagliasi in una carta (*fig. 216*) un piccolo anello, nel cui interno rimane un cerchio pieno di un diametro alquanto maggiore di bb' (*fig. 215*); questa carta situata in bb' ferma tutta la luce, ed il quadro più o meno lontano veruna immagine non riceve; in seguito si move gradatamente la carta o per accostarla, o per allontanarla dalla lente; e tenendola sempre in modo che il centro dell'anello tagliato coincida con l' asse del fascio: allora nel primo caso si vedrà comparire sul quadro una larga aureola di luce rossa vivacissima, poscia un'altra aureola giallastra, ed infine un' aureola bianca; e nel secondo caso le aureole, che si succedono, sono violette, turchine o bianche, e sempre rilucentissime.

393. *Generalmente i colori naturali de' corpi sono colori composti.* — Il prisma, che usammo testè per decomporre la luce solare, può essere adoperato con lo stesso successo per far l'analisi de' diversi colori naturali de' corpi. Svariatissimi allora sono i fenomeni, che si presentano, ma ei ci basterà indicare le condizioni, sotto di cui si producono, ed il principio, che serve a spiegarli.

1° Nel mezzo di un foglio di carta nera si allogano l'una dopo l'altra due piccole strisce di carta r ed u, l'una rossa e l'altra violetta, della lunghezza di 1 a 2 centime-

tri, e di 1 millimetro di diametro (*fig. 217*); poi si guardano con un prisma alla distanza di qualche piedi, tenendo i lati del prisma paralleli alla lunghezza delle strisce. Allora si scorge un'immagine deviata di ciascuna striscia, ma l'immagine violetta *u* è molto più rilevata verso il vertice del prisma che non l'immagine rossa *r*. Sicchè il violetto è più rifrangibil del rosso; ed è per la disuguale rifrangibilità che si veggono attraverso del prisma le due strisce separate, mentre le si veggono unite e sulla stessa linea, quando si guardano direttamente.

2° Se invece di dipingere l'una delle strisce a rosso ed a violetto l'altra, si mischiano dal bel principio insieme i due colori per dipingere una sola striscia *p* col colore composto, ch'è una specie di purpureo, allora questa striscia *p* dà attraverso del prisma da sè sola due immagini distinte e separate *r* ed *u*, l'una rossa e l'altra violetta. Sicchè la potenza rifrangente del prisma separa i due colori elementari, che compongono il purpureo, e devia ciascuno di questi colori secondo le leggi, che gli sono proprie, precisamente come se provenissero da un corpo luminoso di per sè stesso.

3° I corpi, che sono bianchi naturalmente, non potendo trarre la bianchezza loro, se non dalla luce, che li rischiara; ei si può giudicare precedentemente che il loro colore dee riprodurre tutte le gradazioni dello spettro, siccome il purpureo della precedente esperienza ha riprodotto le gradazioni elementari di rosso e di violetto, ch'entravano nella sua composizione.

Di fatto una piccola striscia *p* di carta bianca (*fig. 217*) guardata col prisma non dà più veruna traccia di color bianco nella sua immagine *u r*; ma, se la è abbastanza ristretta, essa dà in un modo perfettamente distinto il rosso, l'arancio, il giallo, il verde, il turchino, l'indaco, ed il violetto nello stesso ordine e con le stesse proporzioni della luce solare.

4° Una larga striscia di carta bianca *b'* (*fig. 217*) altre apparenze presenta: tutt'i colori semplici si trovano sovrapposti verso la metà dell'immagine e riproducono bianco; ma nel tempo stesso la ricomposizione non è com-

piuta verso gli orli, e si scorgono da un lato strisce violette, indaco, turchine; e dall'altro strisce rosse, arance, gialle.

5° Una larga striscia nera *n* (*fig. 217*) sopra un fondo bianco presenta attraverso del prisma de' fenomeni, che sono precisamente il rovescio de' precedenti: il mezzo dell'immagine è nero, e di qui cominciando le strisce colorate sono di mano in mano rosse, arance, gialle verso la cima; e verso il basso violette, indaco, turchine. Per dare di questo rovesciamento ragione, basta osservare che i colori risultano dallo spazio bianco, che limita la striscia nera *n*: quelle di su provengono dal fondo bianco, ch'è immediatamente al di sopra di *n*, e quelle di giù provengono dal fondo bianco, che sta immediatamente al di sotto.

6° Una striscia nera *n* strettissima (*fig. 217*) non dà più nero nel mezzo; la sua immagine si compone semplicemente di strisce rosse e violette, al di fuori delle quali si trovano da un lato l'arancio ed il giallo, e dall'altro l'indaco ed il turchino. Gli è, come se la metà nera della precedente esperienza sempreppiù scemasse nel punto di scomparire.

La luce, che possiamo artifizialmente produrre o con la combustione, o in generale con le forze chimiche, o con le azioni fisiche o meccaniche, può essere analizzata con lo stesso mezzo; e tutti gli esperimenti, che si sono fatti su tal subbietto, inducono finora alle due illazioni, che seguono:

1° La luce artifiziale, qualunque ne sia l'origine, non contiene alcuna gradazione semplice, che non si rinvenga nella luce solare.

2° Non esiste luce artifiziale, che riproduca le gradazioni semplici della luce solare con le loro rispettive intensità e proporzioni. La gradazione, che domina in una luce artifiziale, è anche la gradazione, che domina nello spettro, che si ottiene riguardandola con un prisma. Sicchè le fiamme rosse, gialle, verdi o turchine danno degli spettri, ne' quali il color dominante è il rosso, il giallo,

il verde o il turchino. Intanto, bruciandosi con uno stoppino di spugna dell' alcool allungato con acqua moltissimo salata, si ottiene una fiamma, la cui luce è quasi luce semplice: ed è con tal mezzo che il Sig. Brewster forma la sua *lampada monocromatica*, la quale può essere utile a rischiarare le osservazioni microscopiche.

CAPITOLO IV.

Delle righe dello spettro, della dispersione e dell' acromatismo.

396. *Delle righe dello spettro.* — Righe dello spettro noi chiameremo i cangiamenti improvvisi d'intensità, che Frauenhofer ha scoverti nella luce dello spettro. Questi cangiamenti ora si presentano sotto l'apparenza di linee nere o quasi del tutto nere, ora sotto l'apparenza di linee brillanti.

La figura 219 rappresenta questo notevol fenomeno per la luce solare: $r\ u$ è lo spettro ordinario, in cui sono segnati gli spazi occupati dai diversi colori, $r'\ u'$ mostra le principali righe, che vi si distinguono; sempre nere esse sono, e, concependo che questa figura sia distesa sulla prima, si avrà un'idea delle posizioni di queste righe diverse relativamente alle gradazioni dello spettro. Fin dal principio si vede ch'esse non cadono ne' limiti de' colori, ma che son ripartite dal rosso al violetto con grande irregolarità, senza niente offrir di notabile nel passaggio dal rosso all'arancio, dall'arancio al giallo ecc. Dipoi si può notare che non havvi minore irregolarità nella loro apparenza, che nella loro posizione: le une sono separatissime, nè appariscono che come linee nere isolate ed appena visibili: vicinissime sono le altre, e somigliano piuttosto ad un'ombra, che ad una riunione di linee distinte; finalmente havvene alcune, le quali sono distintissime; e sembrano avere una sensibile estensione. Per istabilire alcuni punti di ritrovo nel mezzo di siffatta confusione, Frauenhofer ha scelto le sette righe, che sono segnate b, c, d, e, f, g, h, come quelle, che offrono il doppio vantaggio di esser facili a riconoscere, e di dividere lo spettro in spazi, che non son troppo inegua-li. Da b a c si noverano 9 righe sottili e ben determinate; da c a d se ne contano 30; da d ad e, circa 84 di diver-

se dopppiezze, da e ad f più di 76, tra le quali se ne distinguono tre delle più forti dello spettro e delle meglio terminate; da f a g 185, e da g ad h 190: il che forma 574 da b ad h. Se si contano pure quelle, ch'escono da questi limiti, può valutarsi da 6 a 700 il numero totale delle righe nere o più o meno oscure, che lo spettro solare in tutta la sua lunghezza presenta.

Non basta per osservare questo fenomeno il gittar l'occhio sul quadro, che riceve il fascio di luce decomposto dal prisma: sono questi spazi neri moltissimo fini e troppo stretti fra loro per essere scorti direttamente; ma deesi adoperare un apparecchio particolare e soprattutto un ingrandimento considerevole. L'esperimento può essere in questo modo disposto: si fa entrare nella camera nera un fascio di luce solare per un'apertura lunga e stretta o (*fig. 218*); questo fascio si riceve alla distanza di 6, o 7 metri su di un purissimo prisma p, senza strie nè filamenti; e girato in modo, che i suoi lati siano paralleli alla lunghezza dell'apertura; dietro di questo prisma si dispone un cannocchiale acromatico l, perchè riceva il fascio rifratto e decomposto; e sol riguardando nel cannocchiale successivamente tutte le gradazioni dello spettro si discernono le righe appartenenti alle diverse porzioni della sua lunghezza.

Frauenhofer dopo fatta questa importante scoperta ha confermato: 1° che le righe sono del tutto indipendenti dall'angolo rifrangente del prisma, e 2° che le sono del pari indipendenti dalla natura della sostanza rifrangente, cioè che in tutt' i casi esse rimangon le stesse pel loro numero, per la loro forma e per la disposizione loro.

Finora si è trovata un'identità tanto assoluta tra la luce del sole e tutte le altre luci naturali o artifiziali, che cosa di sommo momento era l'investigare, se questa identità si sosteneva ancora con la novella prova delle righe dello spettro. E con tale scopo il Frauenhofer ha fatto con lo stesso apparecchio diverse sperienze sulla scintilla elettrica, sulla fiamma di una candela, sulla luce di Venere e su quella di Sirio.

La luce elettrica dà righe brillanti invece di righe

nere, ed una delle più notevoli per la sua viva intensità si trova nel verde.

Del pari brillanti righe dà la luce di una candela, due se ne possono distinguere soprattutto intensissime verso il rosso e l'arancio. E sotto questo aspetto la fiamma dell' idrogeno e quella dell'alcool presentano la stessa apparenza delle fiamme di olio.

La luce di Venere dà le stesse righe della luce del Sole; se non che sono men facili a discernere verso gli estremi dello spettro.

Da ultimo la luce di Sirio dà righe nere eziandìo, ma le sono interamente diverse da quelle del Sole o dei pianeti. Sonovene tre soprattutto notabilissime: l'una nel verde e due nel turchino.

Altre stelle di prima grandezza sembrano dare righe differenti da quelle di Sirio e da quelle del Sole.

Sicchè con questo novello dato e con queste osservazioni precise si trovono stabiliti de' caratteri distintivi tra le diverse luci naturali o artifiziali; una carriera vasta si è aperta dal valente artista di Monaco, di cui ci è forza di compiangere la perdita. Ma ei giova sperare che i fisici seguiranno con vivo studio quelle prime scoverte, che tanto da vicino appartengono all'origine della luce ed alle condizioni, sotto le quali essa prende nascimento, o artifizialmente ne' corpi terrestri, o naturalmente nel sole e nelle stelle.

397. *Degl' indici di rifrazione per diversi raggi dello spettro.* — Le ricerche degl' indici di rifrazione dei diversi raggi di luce è un problema di grande importanza per la teoria dell'ottica e per la struttura degli strumenti. L'invariabilità delle righe dello spettro offre per iscioglierlo un mezzo molto più esatto di quelli, che si potevano adoperare, quando non si avevano per punti di ritrovo, che gradazioni di colori incerte sempre. Sicchè in luogo di determinare per ciascuna sostanza l'indice di rifrazione del rosso, dell'arancio, del giallo, ecc., si cercano gl'indici di rifrazione delle righe da noi precedentemente chiamate *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h* (*fig.219*). Gli esperimenti si riducono sempre ad osservare l'angolo d'inci-

denza sul prisma, l'angolo di emergenza e la deviazione per mezzo del teodolito (11) (*fig. 218*); ma questa ricerca può essere anche renduta semplice situando il prisma, come noi abbiamo indicato in modo che dia successivamente per ciascun raggio la deviazione *minimum*; allora la deviazione è il solo dato, di cui faccia mestieri. Il cannocchiale, che riceve lo spettro all' uscire del prisma è fornito di un filo micrometrico parallelo alle righe, che permette di adempiere la condizione del *minimum* con l'estremo grado di esattezza.

Ecco la tavola di alcuni esperimenti esattissimi fatti del Frauenhofer. Noi abbiamo dinotato con n_1, n_2, n_3.... n_7, gl' indici di rifrazione corrispondenti alle righe b, c, d, e, f, g, h.

Tavola degl' indici di rifrazione de' diversi raggi dello spettro.

SOSTANZE RIFRANGENTI.	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7
Flint-glass N.° 13 .	1,627749	1,629681	1,635036	1,642024	1,648260	1,660285	1,671062
Crown-glass	1,525832	1,526849	1,529587	1,533005	1,536052	1,541657	1,546566
Acqua	1,330935	1,331712	1,333577	1,335851	1,337818	1,341293	1,344177
Acqua	1,330977	1,331709	1,333577	1,335849	1,337788	1,341261	1,344162
Potassa	1,399629	1,400515	1,402805	1,405632	1,408082	1,412579	1,416368
Olio di terebentina.	1,470496	1,471530	1,474434	1,478353	1,481736	1,488198	1,493874
Flint-glass N.° 3. .	1,602042	1,603800	1,608494	1,614532	1,620042	1,630772	1,640373
Flint-glass N.° 30 .	1,623570	1,625477	1,630585	1,637356	1,643466	1,655406	1,666072
Crown-glass N.° 13.	1,524312	1,525299	1,527982	1,531372	1,534337	1,539908	1,544684
Crown-glass Litt. M.	1,554774	1,555933	1,559075	1,563150	1,566741	1,573535	1,579470
Flint-glass N.° 23 e prisma di 60° . .	1,626596	1,628469	1,633667	1,640495	1,646756	1,658848	1,669686
Flint-glass N.° 23 e Prisma di 45° . .	1,626564	1,628451	1,633666	1,640544	1,646780	1,658849	1,669680

398. *Della dispersione, delle corrispondenze di dispersione in molte sostanze, e de' poteri dispersivi.* — Osservando attentamente gli spettri formati da prismi

di diverse sostanze, subito si ravvisa che i diversi colori, comechè disposti sempre nell'ordine stesso, nondimeno non occupano lunghezze proporzionali. Sicchè per cagion di esempio un prisma di flint dà proporzionalmente meno rosso e più violetto di un prisma di crown, ed altre sostanze vi sono, che offrono differenze più manifeste ancora. Generalmente lo stesso colore è ora più o meno ristretto, ora più o meno sviluppato. Il qual fenomeno si trova evidentemente ligato con le grandezze degl'indici di rifrazione corrispondenti a ciascun colore. Se si prende la differenza di questi indici pel violetto e pel rosso, si avrà ciò che si dice la *dispersione* della luce. Tanto più è dipersiva una sostanza, quanto maggiore è tal differenza per essa. Così giusta la tavola precedente si vede che la dispersione della luce compresa tra la prima e la settima riga si trova da' seguenti numeri espressa:

Flint N.° 13	0,043313	Flint N.° 3.	0,038331
Crown N.° 9	0,020734	Flint N.° 30	0,042502
Acqua.	0,013242	Crown N.° 13	0,020372
Acqua.	0,013185	Crown Litt. M.	0,024696
Potassa	0,016739	Flint N.° 23, prisma 60°	0,043090
Terebentina	0,023378	Flint N.° 23, prisma 45°	0,043116

Adunque l'acqua fra queste sostanze è quella, che ha la minore dispersione, ed il flint la maggiore. Gli è quanto può esser di leggieri dimostrato prendendo un prisma di acqua ed un prisma di flint, i cui angoli siano tali, per esempio, che i raggi rossi provino quasi la stessa deviazione, potendosi allora scorgere che alla distanza medesima il primo spettro avrà molto minore lunghezza del secondo.

Non è necessario soltanto di conoscere la dispersione totale di ciascuna sostanza, ma importa il conoscere eziandìo la dispersione, ch'esercita sopra i diversi raggi. Così pe' raggi compresi tra la prima e la seconda riga, le dispersioni del flint n° 13, del crown n° 9, e dell'acqua sono rispettivamente 0,001932; 0,001017; 0,000777, dappoichè esse sono le differenze degl'indici di rifrazione corrispondenti ai limiti dell'intervallo, cioè alla prima e seconda riga.

Quando si divide la dispersione parziale o totale di una sostanza per la *corrispondente* di un'altra sostanza, si ha la *corrispondenza delle dispersioni*. E di questa maniera dalla tavola precedente si è dedotta quella, che segue.

Tavola della dispersione parziale di molte sostanze prese a due a due.

SOSTANZE RIFRANGENTI	$\frac{n_2 - n_1}{n'_2 - n'_1}$	$\frac{n_3 - n_2}{n'_3 - n'_2}$	$\frac{n_4 - n_3}{n'_4 - n'_3}$	$\frac{n_5 - n_4}{n'_5 - n'_4}$	$\frac{n_6 - n_5}{n'_6 - n'_5}$	$\frac{n_7 - n_6}{n'_7 - n'_6}$
Flint-glass N.° 13 ed Acqua	2 , 562	2 , 871	3 , 073	3 , 193	3 , 460	3 , 726
Flint-glass N.° 13 e Crown-glass N.° 9	1 , 900	1 , 956	2 , 044	2 , 047	2 , 145	2 , 195
Crown-glass N.° 9 ed Acqua	1 , 349	1 , 468	1 , 503	1 , 560	1 , 613	1 , 697
Olio di terebentina ed Acqua	1 , 371	1 , 557	1 , 723	1 , 732	1 , 860	1 , 963
Flint-gass N.° 13 ed Olio di terebentina	1 , 868	1 , 844	1 : 783	1 , 843	1 , 861	1 , 899
Flint-glass N.° 13 e cali	2 , 181	2 , 388	1 , 472	2 , 545	2 , 674	2 , 844
Cali ed Acqua	1 , 175	1 , 228	1 , 243	1 , 254	1 , 294	1 , 310
Olio di terebentina e Cali	1 , 167	1 , 268	1 , 386	1 , 381	1 , 437	1 , 498
Flint-glass N.° 3 e Crown-glass N.° 9	1 , 729	1 , 714	1 , 767	1 , 808	1 , 914	1 , 956
Crown-glass N.° 13 ed Acqua	1 , 309	1 , 436	1 , 492	1 , 518	1 , 604	1 , 651
Crown-glas Litt. M ed Acqua	1 , 537	1 , 682	1 , 794	1 , 839	1 , 956	2 , 052
Crown-glass Litt. M e Crown-glass N.° 13	1 , 174	1 , 171	1 , 202	1 , 211	1 , 220	1 , 243
Flint-glass N.° 13 e Crown-glass Litt. M	1 , 667	1 , 704	1 , 715	1 , 737	1 , 770	1 , 816
Flint-glass N.° 3 e Crown-gless Litt. M	1 , 517	1 , 494	1 , 482	1 , 534	1 , 579	1 , 618
Flint-glass N.° 30 e Crown-glass N.° 13	1 , 932	1 , 904	1 , 997	2 , 061	2 , 143	2 , 233
Flint-glass N.° 23 e Crown-glass N.° 13	1 , 904	1 , 940	2 , 022	2 , 107	2 , 168	2 , 268

Da questa tavola si vede che le corrispondenze delle dispersioni parziali delle diverse sostanze generalmente son diversissime, e ch'esse vanno generalmente crescendo dagl' intervalli delle prime righe insino agl' intervalli delle ultime. Nondimeno pel flint n° 13 e per la terebentina le corrispondenze sono quasi le stesse in tutta la lunghezza dello spettro, e pel flint n° 3 ed il crown litt. *m*, la corrispondenza *minimum* si trova compresa fra la terza e la quarta riga. Importantissima cosa sarebbe il verificare con l' esperienza ciò, che di generico sembrano offrire questi ultimi risultamenti.

Il *potere dispersivo* di una sostanza è il quoziente, che si ottiene dividendo la sua dispersione per il suo indice medio di rifrazione diminuito dell'unità. Si chiama *indice medio* di rifrazione quello, che appartiene alla luce media dello spettro o alla riga *e*.

399. *Dell' acromatismo.* — Si dice che i prismi sono *acromatici*, quando hanno la proprietà di deviare la luce senza svilupparvi colori, e dicesi parimente che le lenti sono acromatiche, quando ne' fuochi loro formano immagini non colorate degli obbietti. Non per tanto si è lungo tempo opinato che l'*acromatismo* era impossibile, cioè che non poteva essere deviata la luce senza essere decomposta: Newton stesso era stato condotto a tal conseguenza, la niuna esattezza della quale non fu comprovata, se non dopo molti anni e con lunghi contrasti trai maggiori geometri, come Eulero, Clairaut e d'Alembert. In verità aveva Hall fin dal 1733 costrutto di veraci cannocchiali acromatici, ch'ei conservava senza far pubblica la sua invenzione, e Giovanni Dollond avea fatto la stessa scoverta nel 1757 ed aveala resa pubblica; ma ei si vuole distinguere sempre un fatto particolare da una teorica generica. Senza dubbio la scoverta di Dollond fu un avvenimento grande per l' astronomia; ma per darle tutta quanta la sua importanza bisognava sviluppare col calcolo e determinare le condizioni, senza di cui la più ingegnosa pratica non potea tentare i necessari perfezionamenti. Ora dopo tutt' i progressi fatti sia nell'ottica, sia nell' arte di lavorare i vetri, e con tutti gli aiuti, che il

calcolo fornisce ai fisici; la quistione dell'acromatismo è tuttavia una delle più dilicate e delle più fastidiose tanto per la teorica che per la pratica. Noi qui dobbiamo solamente proporci di fare intendere i principi, su' quali si fonda la costruzione de' prismi e delle lenti acromatiche.

Si dimostra col calcolo che un raggio di luce semplice prova, attraversando un qualsiasi numero di prismi, una deviazione d, ch'è espressa dalla formola seguente:

$$d = (n - 1)\,a + (n' - 1)\,a' + (n'' - 1)\,a'', \text{ ecc.}$$

a, a', a'' ecc., sono gli angoli rifrangenti de' prismi, ed n, n', n'' gl' indici di rifrazione del raggio semplice, di cui si tratta, nella sostanza di ciascuno de' prismi.

Se alcuni de' prismi hanno gli angoli loro rifrangenti volti in senso contrario, i termini corrispondenti della formola debbono esser presi col segno *meno*.

Sicchè pel caso di due prismi, ch' è il solo, che qui ci faccia mestieri discutere, ci si avrà; secondo che gli angoli saranno volti nello stesso verso o in contrario:

$$d = (n - 1)\,a + (n' - 1)\,a' \text{ (fig. 220)},$$
$$\text{o } d = (n - 1)\,a - (n' - 1)\,a' \text{ (fig. 221)}.$$

E per mezzo di quest' ultima formola si può agevolmente determinare qual debba essere la corrispondenza degli angoli rifrangenti di due prismi, la cui sostanza è nota, perchè l'unione loro non imprima veruna deviazione ad un raggio di una rifrangibilità determinata; dappoichè, essendo la deviazione nulla, si ha:

$$(n - 1)\,a = (n' - 1)\,a', \text{ dal che.... } a = a'\left(\frac{n' - 1}{n - 1}\right).$$

Supponiamo per esempio che la sostanza del prisma g sia del crown n° 9 (tavola della pagina 212), ed il prisma g del flint n° 13; l'indice di rifrazione del primo pei raggi della prima riga è $n' = 1,525832$, e quello del secondo per gli stessi raggi è $n = 1,627749$; ne risulta

$$a = a' . \, 0,8376;$$

che cioè l'angolo del prisma di flint debb'essere solamente gli 83 ovvero gli 84 centesimi dell'angolo del prisma di crown; essendo questo per esempio di 25° il primo debb'essere di 20° 56' 28".

Se si volesse che i raggi della settima riga fossero senza deviazione, bisognerebbe prendere per n ed n' gl'indici di rifrazione corrispondenti a questi raggi, cioè $n' = 1,546566$, $n = 1,671062$, e se ne dedurrebbe

$$a = a'. \; 0,8145.$$

Per conseguenza per $a' = 25°$, si avrebbe $a = 20°$ 21' 43".

Sicchè supponendo (*fig. 222*) un prisma di crown s' di 25° e dietro di esso un prisma di flint s' di 20° 21' 43", il raggio bianco, che cadrebbe sopra questo sistema nella direzione li sarebbe decomposto ed uscirebbe in una direzione tale, che il raggio violetto $i'v$ della settima riga sarebbe parallelo al raggio incidente, ed il raggio rosso $i''r$ della prima sarebbe inclinato verso la base del prisma di crown, conciossiachè esso non diviene parallelo al raggio incidente, che per un prisma di flint di 20° 56' 28". Ora, se il prisma di flint non ci fosse, avrebbesi uno spettro in $r'v'$, nel quale v' sarebbe al di sotto di r'. Adunque supponendo che l'angolo del prisma di flint aumenti gradatamente da 0 a 20° 21' 43" quivi debb'esserci un angolo, pel quale i raggi della prima e settima riga escono paralleli tra loro, dappoichè, passando da $r'v'$ in $r v$ essi mutano posizione relativa; questo angolo è quello dell'acromatismo.

Dopo aver dimostrato che ivi ci è un angolo, il quale dà l'acromatismo è facil cosa il ritrovarne il valore; dappoichè le deviazioni d_1 e d_7 de' raggi della prima e settima riga essendo uguali fra loro, ed essendo date dall'equazioni

$$d_1 = (n_1 - 1)\,a - (n'_1 - 1)\,a'; \quad d_7 = (n_7 - 1)\,a - (n'_7 - 1)\,a';$$

ei si ha:

$$(n_1 - 1)\,a - (n'_1 - 1)\,a' = (n_7 - 1)\,a - (n'_7 - 1)\,a';$$

$$\text{dal che } a = a' \,\frac{(n'_7 - n'_1)}{n_7 - n_1};$$

e, dietro i precedenti valori di n ed n' per la prima e settima riga, ne risulta

$$a = a'.\, 0,4787,$$

e poichè $a' = 25°$, hassi $a = 11° \, 58' \, 3''$.

Sicchè un sistema composto di un prisma di crown n° 9 di 25° e di un prisma di flint n° 13 di 11° 58' 3'' è un sistema acromatico, che i fasci bianchi attraversano, senza che i loro raggi della prima e settima riga stanno separati. Questi fasci provano intanto una deviazione di 5° 27' 58'', come è facile assicurarsi mettendo per a ed a' i loro valori, e per n ed n' i loro valori n_1 ed n'_1 nell' equazione, che dà d_1; o i loro valori n_7 ed n'_7 in quella, che dà d_7.

Ed è in tal modo che in tutt'i casi possono determinarsi le corrispondenze degli angoli, che deggiono avere due prismi, purchè due raggi di una rifrangibilità nota riacquistino il loro parellelismo fra di essi dopo averli attraversati.

Bisogna intanto osservare che l'acromatismo determinato da queste condizioni è tanto meno compiuto, quanto sono più variabili le corrispondenze delle dispersioni parziali delle due sostanze son più variabili. Se queste corrispondenze fossero le stesse, i valori di a determinati dalle precedenti equazioni diventerebbero per tutt'i colori le stesse, ed allora l'acromatismo sarebbe perfetto. Gli è ciò, che per esempio accadrebbe con de' prismi di flint n° 13, e di terebentina, come si può vederlo nella tavola della pagina 212. Ma in generale essendo queste corrispondenze variabili dall' uno all' altro colore, di qui procede che il valore di g, che conviene ad accordare due colori, an-

che i colori estremi, non è quello, che conviene per accordare le gradazioni intermedie. In tal caso di qualunque modo l'uom vi considera, l'acromatismo è imperfetto: per rimediarvi più compiutamente, possono allora adoperarsi tre o quattro prismi di diverse sostanze; essendo facil cosa il vedere con la formola generica che si possono far uscire parallelamente tanti raggi di rifrangibilità diversa, quanti prismi si adoperano.

L'acromatismo delle lenti si determina con gli stessi principi. Noi abbiamo veduto che la distanza focale principale di una lente è determinata dalla formola:

$$f = \frac{rr'}{(n-1)(r'-r)}.$$

Supponiamo che, dopo aver fatta una lente convergente di crown si stabilisca di determinare le curvature di una lente di flint con la condizione che i raggi della prima e settima riga facciano le immagini loro nella stessa distanza dopo avere attraversato il sistema. Ammettiamo per maggiore semplicità che la lente di crown sia bi-convessa con i due suoi raggi uguali, e che la lente di flint abbia del pari lo stesso raggio di curvatura dal lato, in cui tocca quella di crown (*fig. 223*); non rimarrà a trovare altro, che il raggio di curvatura della seconda faccia della lente di flint. Sia f' la sua distanza focale principale pe' raggi della prima riga, e p il punto, nel quale concorrebbero i raggi paralleli di questa specie, se fossero modificati soltanto dalla lente di crown: chiaro è che, per l'effetto della lente di flint, essi andranno a convergere in più lontano punto m per esempio; e reciprocamente, mettendosi un punto luminoso in m; i raggi della prima riga, ch'emetterebbe, si troverebbero diretti, dopo aver attraversato la lente di flint, in modo che il loro prolungamento passasse pel punto p; adunque fra queste due distanze $ap = f$ ed $am = b$ si ha la corrispondenza

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{b}$$

essendo f_1 la distanza focale principale della lente di crown pe' raggi della prima, ed f'_1 quelle della lente di flint pei raggi medesimi.

Ora per la condizione, che noi vogliamo adempiere, dovendo essere il valore incognito di b lo stesso pei raggi della settima riga e per quelli della prima, si avrà del pari per questi ultimi:

$$\frac{1}{f_7} = \frac{1}{f'_7} + \frac{1}{b},$$

dinotando f_7 ed f'_7 le distanze focali principali della lente di crown e di quella di flint pe' raggi della settima riga. Ei ne risulta:

$$\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_7} = \frac{1}{f'_1} - \frac{1}{f'_7}.$$

Hassi dall'altra parte in generale per le lenti di crown, i cui raggi sono eguali:

$$f = \frac{r}{2(n-1)}, f_1 = \frac{r}{2(n_1-1)} \text{ ed } f_7 = \frac{r}{2(n_7-1)};$$

dal che risulta

$$\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_7} = \frac{2(n_1 - n_7)}{r}.$$

Per la lente di flint, i cui raggi r ed r' son disuguali si ha:

$$\frac{1}{f'_1} - \frac{1}{f'_7} = \frac{(r'-r)(n'_1 - n'_7)}{rr'};$$

dal che finalmente risulta:

$$r' = \frac{r(n'_7 - n'_1)}{n'_7 - n'_1 - 2(n_7 - n_1)};$$

e dietro i precedenti valori di n_1, n_2, n'_1, n'_2,

$$r' = 23,47\, r,$$

cioè che il raggio r' debb'essere venti volte il raggio r.

Se si suppone per esempio $r = 1^m$, si avrà: $r' = 23^m,47$; ed il valore di b, o la distanza focale principale di questa lente composta diventa allora facile a calcolare; trovasi $b = 2^m,22$.

Ma la coincidenza de' raggi estremi non determina quella de' raggi intermedi, e perchè sia l'acromatismo perfetto, ci bisogna e per le lenti e pe' prismi che le dispersioni parziali serbino tra di loro la stessa corrispondenza in tutta la lunghezza dello spettro. Del rimanente il calcolo delle obbiettive de' cannocchiali presenta una difficoltà di più, nella cui disamina non possiamo qui entrare; è la ragione che si vuol tenere dell'aberrazione di sfericità.

CAPITOLO V.

Della visione e degl' istrumenti di ottica.

400. Visione. *Struttura dell'occhio.* — La forma esterna dell' occhio è quasi quella di due segmenti sferici di diversi raggi riuniti dalla lor base (*fig. 224*); il più picciolo è quel, che offre al di fuori la parte diafana e risaltante dell'occhio. Questa forma regolare è mantenuta da una membrana doppia e fibrosa, di un tessuto strettissimo, che si dice la *sclerotica*, quando la si considera nel suo esterno inviluppo dell' organo; ma è detta *cornea trasparente* nella parte anteriore e diafana, e *cornea opaca* nelle parti, che formano il *bianco* dell'occhio, ed in tutta la parte posteriore b'. Ne' punti s ed s', dove la cornea opaca divien trasparente, trovasi nell' interno dell' occhio tesa la membrana colorata dell' iride s s' avente, siccom' è noto, la forma di un piano circolare, il cui interno è forato di un pertugio rotondo più o meno aperto e perfettamente nero detto *pupilla*. Di dietro all' iride si trova sospeso il *cristallino cc'*; ed è chiuso in una membrana particolare detta la *capsula cristallina*, e che si va ad attaccare alla cornea per tutt' i punti del suo contorno. Questa capsula forma un continuo tramezzo, che separa l' occhio in due parti o in due *camere;* il liquido, che riempie la *prima camera* o la camera anteriore si chiama l'*umore acquoso*, e quello, che riempie la *seconda camera* si chiama *umore vitreo*. Sono questi liquidi contenuti in inviluppi particolari; quello dell' umore vitreo si chiama *ialoide*.

Tra la ialoide e la sclerotica si trovano due altre membrane ancora, la coroide e la retina, che nell' atto della visione fanno la funzione più importante.

La *coroide* è una membrana vascolare, che riveste tutta la faccia interna della sclerotica, dal fondo dell'occhio insino alla capsula cristallina; sonovi anche alcuni

notomisti, i quali pretendono che la si sprolunghi innanzi per andare a formare l'iride, ripiegandosi sopra sè stessa.

La *retina* non è altro, che l'aprimento del nervo ottico; essa è semplicemente appoggiata sulla coroide, e se ne stacca con la maggiore facilità, quando si sega l'occhio per farne l'anotomia. Questa membrana, o meglio questa reticella nervea offre una trasparenza quasi compiuta.

Questa è presso a poco la generale disposizione dei pezzi, che compongono l'organo della vista. Le dimensioni medie di un occhio umano sono, come segue:

Raggio di curvatura della sclerotica. . . .	10	ad	11	millimetri.
Id. della cornea tras. . . .	7	ad	8	
Diametro dell'iride	11	a	12	
Id. della pupilla.	3	a	7	
Doppiezza della cornea tras	1			
Distanza dalla pupilla alla cornea	2			
Distanza dalla pupilla al cristallino	1			
Raggio anteriore del cristallino	7	a	10	
Raggio posteriore id	5	a	6	
Diametro del cristallino	10			
Doppiezza id	5			
Lunghezza dell'asse dell'occhio	22	a	24	

Ora noi dietro questi dati disamineremo le modificazioni, che la luce prova attraversando i diversi mezzi, che compongono l'occhio.

Quando un punto luminoso è sito ad 8 o 10 pollici dinanzi dall'occhio sopra l'asse del cristallino, una parte del fascio, che manda, cade sopra il bianco dell'occhio e trovasi irregolarmente riflesso in tutt'i versi; una parte più centrale cade sulla cornea trasparente, penetra nell'umore acquoso rifrangendosi, ed i suoi orli esterni vanno a rischiarare il contorno dell'iride, mentre la parte totalmente centrale passa per l'apertura della pupilla nel mezzo dell'umore acquoso, attraversa il cristallino, l'umore vitreo, la retina stessa, e va cadere sulla coroide. La luce, che riceve l'iride, è irregolarmente riflessa in tutt'i versi, e va a portare di fuori la forma

ed il colore di tal membrana. Il fascio centrale, che attraversa la pupilla, si trova rifratto dal cristallino, come da una lente convergente sarebbe, essendo il cristallino più rifrangente dell'umore acqueo, e più del vitreo eziandio; però questo fascio sotto certe condizioni diventato convergente, dee formare in parte un'immagine del punto luminoso, dond'è emanato. Supponiamo un poco che formi siffatta immagine esattamente sulla retina o sulla coroide in m; allora è chiaro che un altro punto luminoso l' farà un'immagine consimile in m', e che in tal modo si avrà nel fondo dell'occhio una piccola immagine mm' dell'obbietto ll'; questa immagine sarà rovesciata, e presenterà d'altra parte tutte le gradazioni, tutti gli accidenti di luce e tutt'i contorni dell'obbietto medesimo.

Gli è quanto si può verificare con l'esperienza, chiudendo il foro dell'imposta di una camera nera con un occhio di bue o di montone recentemente apparecchiato, ed assottigliato nella sua parte posteriore fino al punto di offrire un inviluppo lucidissimo; allora l'osservatore posto nella camera nera scorge distintissimamente sul fondo dell'occhio sottomesso alla prova l'immagine della fiamma di una candela o di un corpo vivamente illuminato.

Sicchè generalmente considerato il fenomeno fisico della visione sembra essere un risultamento semplicissimo delle leggi della rifrazione e del poter delle lenti; ma, quando più da vicino si disaminano tutte le circostanze, che accompagnano la formazione delle immagini, s'incontrano difficoltà, delle quali non ha potuto la scienza dar ragione finora in modo soddisfacente. Tra le difficoltà le più notevoli son queste due:

1° L'occhio è acromatico dappoichè gli oggetti non ci appariscono mai circondati di aureole colorate.

2° La chiarità delle immagini sembra essere indipendente dalla distanza degli obbietti; dappoichè noi vediamo anche luminosamente a qualche piedi, a qualche tese, pure a qualche leghe, e fino a parecchi milioni di leghe: l'immagine di una stella è tanto chiara, quanto quella di una scintilla, che abbiamo sott'occhio.

Per iscioglierc la prima difficoltà vorrebesi conoscere esattamente gl'indici di rifrazione, le potenze dispersive e le curvature di tutt'i mezzi, che la luce attraversa, dalla cornea infino alla retina; quistione tanto più intralciata e malagevole, in quanto le diverse parti del cristallino hanno rifrazioni e potenze dispersive diverse. Intanto si possono sopra tal punto consultare con pro le Memorie del Sig. Chossat (*Ann. di fis. e di chim.*).

Per iscioglierc l'altra si è avuto ricorso a diverse ipotesi, di cui giova indicare almen la sostanza.

401. *Ipotesi, onde si è tentato di spiegare, come l'occhio si accomodi alle distanze.* — Prima di ogni altro per dimostrare che l'occhio si accomodi alle distanze ei basta indicare la seguente esperienza.

Sopra un vetro sottile e trasparente si fa una piccola macchia, e la si presenta dinanzi all'occhio alla distanza di 6, 8 o 10 pollici; allora, guardandosi questa macchia, non si vede che un'immagine confusa degli oggetti, che stanno al di là del vetro; e reciprocamente guardandosi, senza distorre occhio, siffatti oggetti più lungi, non si vede che un'immagine confusa della macchia. Adunque gli oggetti, che stanno a 10 pollici e quelli, che sono più lungi, non formano le immagini loro ad un tempo e con la stessa chiarezza sopra il fondo dell'occhio, dappoichè le si vedrebbero distintamente e senza confusione ad un tempo. L'occhio quindi si accomoda in forza di un atto della volontà, ora per vedere dappresso, ora per vedere da lungi: e di fatto hassi il sentimento di una modificazione diversa per ciascuna delle distanze, a cui si guarda. Innumerevoli ipotesi si sono fatte per ispiegare tal proprietà: gli uni ammettono che l'intero occhio si allunghi o si accorci; gli altri ch'è solamente la cornea trasparente, la quale più o meno convessa diviene; suppongono altri ch'è il cristallino, che opera o contraendosi o scostandosi. Ma bene è certo che l'occhio non si allunga, nè la cornea cangia di curvatura; pel cristallino, improbabilissima è la sua contrazione, ed il suo scostamento impossibile,

Occupandomi io di alcune ricerche intorno a ciò, so-

no stato condotto ad un' osservazione, la qual mi pare importante. Il disseccamento di un gran numero di cristallini m' ha fatto scorgere che non è questo corpo, come si suppone, composto di strati concentrici, ma sì di strati disuguali in curvatura e in doppiezza, come vedesi nelle figure 225 e 226. Quest' ultima figura rappresenta un cristallino, in cui sol una della metà è stata disseccata. Dal che risulta che gli strati centrali essendo contemporaneamente più curvi e più rifrangenti di quelli degli orli, i raggi, che attraversan questi ultimi, non si posson convergere nello stesso punto di quelli, che hanno attraversato i primi. Il fascio centrale cc' converge più da vicino, ed il fascio degli orli bb' va a convergere più da lungi. Sicchè il cristallino non è una lente ad un fuoco solo, ma una lente ad infinito numero di fuochi diversi. E questo fatto mi pare costante; senza provare quì di svilupparlo in tutt' i suoi particolari, io m' ingegnerò d' indicare come possa concorrere alla spiegazione de' fenomeni. In prima collocandosi dinanzi all' occhio una lamina opoca forata di un buco, il cui diametro sia minore di un millimetro, chiaramente si discernono tutti gli oggetti fino a distanze molto più picciole, che non si potrebbe senza questa cautela; gli è che allora il fascio, il quale penetra dentro l' occhio, e così esile, che rendesi a mala pena necessario di vieppiù assottigliarlo con la convergenza per fare delle immagini chiare. Parimente nessuna differenza si osserva, quando il picciolo foro coincida con l' orlo o col centro della pupilla. Adunque con un sottil fascio si può chiaramente vedere a tutte le distanze e per tutte le zone del cristallino.

Quando si vuol guardare con la semplice vista e senza diaframma un oggetto sempreppiù approssimato, sempreppiù si restrigne l' apertura della pupilla; ed è un fatto agevole a verificare. In fatti lo scopo di questo restrignimento è di arrestare i raggi, che cadrebbero troppo lungi dal centro del cristallino, e la cui convergenza non potrebbe aver luogo, se non al di là della retina.

Quando al contrario si vuol guardare da lungi, si

apre quanto più si può la pupilla, perchè il fascio incidente sia largo, ed i suoi orli esterni cadano accanto agli orli del cristallino, per convergere poscia sulla retina. Vero è che allora la parte centrale del fascio troppo subito converge; ma lo spandimento, che può acquistare andando dal suo punto di convergenza fino alla retina, è picciolissimo sempre; e tanto meno può turbare la visione, perchè lo splendore della sua luce è debolissimo, sempre relativamente allo splendore della luce degli orli.

402. *Giudizio sul colore, forma, situazione e grandezza degli obbietti.* — Noi distinguiamo i *colori*, siccome i suoni, senza l'aiuto del tatto, ma non già senza esercizio nè senza paragoni la prima volta. Bisognano esperimenti spesso ripetuti per conoscere che il rosso, il giallo ed il turchino non fanno per esempio la stessa impressione su di noi; siccome esperimenti spesso ripetuti son necessari per conoscere una differenza tra i suoni gravi ed i suoni acuti. Noi scorgiamo la luce prima di sapere discernere i colori, siccome udiamo rumore prima di saper discernere i suoni. Il qual risultamento, che naturalissimo pare, trovasi confermato dalle osservazioni, che si sono fatte su' ciechi nati, cui si è pervenuto a dare la vista in una età più o meno innoltrata.

Le immagini delineate sulla retina sono, pel colore, pel contorno e per la forma, una fedele rappresentazione degli oggetti; adunque, a poter noi acquistare *direttamente* un'immagine della forma dei corpi, basta che noi possiamo distinguere i punti della retina, che sono in riposo e quelli, che sono affetti o scossi dalla luce. Ora non evvi alcuno de' punti del nostro esterno inviluppo, sul quale tal distinzione non sia agevole. Una puntura sul braccio si distingue da una puntura sul dito, e senza dubbio noi potremmo sì col braccio che con la palma della mano scorgere la differenza, che havvi tra un cerchio e un quadrato. Quindi non vi è ragione, perchè questa differenza non possa essere sentita e con maggiore evidenza e precisione sulla membrana della retina. Gli oggetti danno *immagini rovesciate* nel fondo

dell' occhio, e di qui si è voluto conchiudere che naturalmente noi dobbiamo vedere gli *oggetti rovesciati*. Conchiusione, che sarebbe legittima, se si supponesse che l' anima *riguardi* le immagini, e ch' essa sia posta di dietro all'occhio, come una persona dietro il quadro di una camera oscura. Ma supponendo che l'anima non riguardi le immagini, ch'essa le senta, e che s'elevi dalla sensazione alla causa, che la produce, chiaro è che l'esterna esistenza de' corpi e la posizione loro risultino per noi da un solo e medesimo giudizio. Purtuttavia sembra che il solo senso della vista non basterebbe a condurci alla conoscenza del mondo esterno più di quello dell' udito; ogni cosa sembra indicare che su tal punto il senso del tatto ci fornisca indispensabili indizi, e che non possa venire sostituito da niun altro senso.

Comprovata una volta l'esteriorità degli oggetti, la *distanza* loro può esser valutata in molte maniere. 1° Il cono luminoso, che cade sulla pupilla, è tanto più divergente, quanto il punto, che lo manda, è più prossimo all'occhio, e da ciò che abbiamo veduto, bisogna che l'occhio s'aggiusti a queste diverse distanze, per far cadere sulla retina un'immagine sufficientemente netta. La coscienza, che abbiamo di questo aggiustamento o di questa modificazione dell'occhio diventa con l'abito il segno, sul quale fondiamo il nostro giudizio sulla distanza. Dippiù guardando con i due occhi noi dobbiamo dare al loro asse ottico un'inclinazione relativa tanto più grande, quanto più vicino è l'oggetto; del pari la coscienza abbiamo di questa inclinazione, ed è un'altra indicazione, che viene in aiuto della prima, e generalmente dà più giustezza a' nostri giudizi, essendo facile ingannarsi, quando si giudica con un occhio, salvo se vi si è esercitato.

Si chiama *distanza della visione distinta* la distanza, in cui noi vediamo chiaramente e senza sforzo diversi obbietti, quali, per esempio, una pagina impressa in caratteri ordinari. Questa distanza è di 10 pollici circa per le viste medie; è di parecchi piedi per le viste presbite, e di alcuni pollici solo per le miopi. Del rimanente

essa varia con le dimensioni degli obbietti: lettere per esempio sottilissime e lettere di media grandezza non possono esser distinte alla stessa distanza.

Quando gli oggetti sono abbastanza lontani, perchè guardandoli, gli assi ottici de' due occhi diventino sensibilmente paralleli, noi non abbiamo più regola certa per determinare la loro distanza. Allora ricorriamo a considerazioni più o meno ingannevoli: teniamo ragione dello splendore della luce, e della chiarezza, onde discerniamo i particolari, della grandezza degli oggetti medesimi, se ci è nota precedentemente, ecc. Con tali mezzi abilmente combinati alcuni osservatori pervengono ad una meravigliosa precisione ne' giudizi loro: ma mutando luogo o clima la scienza loro è ad ogn' istante deviata da un altro aspetto di cielo, da un' aria più o meno nuvolosa, o da obbietti di una forma novella.

Generalmente il giudizio della *grandezza* è una illazione di quello della distanza. L'immagine di un vascello può essere nel fondo dell'occhio di un osservatore molto più picciola di quella di una barca, ed intanto l'osservatore non s'ingannerà; ci dirà che il vascello è maggiore della barca, perchè potrà giudicare che la sua distanza è molto più grande. Purtuttavia, sapendo noi precedentemente la grandezza di un oggetto, noi possiamo servircene per valutarne la distanza: gli è in tal modo per esempio che l'altezza di una torre è meglio valutata, quando si veggono sulla sua cima degli uomini o degli obbietti di una grandezza nota; ma, se questi uomini fossero de' nani, l' occhio non si farebbe lusingare, e troverebbe senz' alcun dubbio nelle modificazioni della luce mezzi di evitare l'illusione.

402. bis. *Con i due occhi non si vede che uno obbietto, ma più illuminato si vede.* — Quando guardiamo con ambi gli occhi un quadro, noi diamo alle figure, che lo compongono, una posizione determinata relativamente a noi; e, siccome questa posizione è esattamente la stessa, o che guardiamo con l' uno de' due occhi o con l' altro, impossibil cosa è, che il quadro ci paia doppio, quando il veggiamo con i due occhi insieme.

Ma non è lo stesso, quando guardiamo un oggetto, che si projetta su di un secondo piano tratto alquanto più indietro: questo obbietto nasconde all'uno degli occhi una parte del secondo piano ed all'altro un'altra parte; per conseguenza con tuttadue gli occhi ci si è impacciato a sapere sopra qual parte del piano debba cadere. Ma quasi mai non accade che i due occhi abbiano una forza uguale, o anzi avvene sempre uno, che la vince, ed al quale noi diamo attenzione più intensa: ed è dietro le impressioni dello stesso che noi decidiamo.

Per giudicar che un obbietto veduto da tuttadue gli occhi, è veduto più risplendente, che se il fosse da uno solo, basta guardare una striscia di carta bianca con uno de'due occhi, e metter dinanzi all'altro un ostacolo, che ce ne asconda la metà: la parte veduta da'due occhi contemporaneamente sembra molto più rischiarata di quella, che non è veduta se non da un solo.

403. *Della permanenza delle immagini e dei colori accidentali.* — Dal perchè un carbone acceso ne fa vedere un cerchio di fuoco quando si muove in giro con molta rapidità, manifestamente risulta che le impressioni della retina persistono dopo cessata la cagione. Nè è malagevole a comprovare che la durata di tal permanenza dipende dallo splendor della luce e dalla sensibilità dell'organo. Questo principio spiega un numero grande d'illusioni, quelle per esempio del *taumatropio*, del *fenachisticopio*, del *fantascopio* ec., e quelle, che si producono facendo girare nello stesso verso o in contrario e l'una dinanzi all'altra due ruote concentriche o eccentriche, aventi ognuna un certo numero di raggi oscuri o brillanti. Su di che il signor Plateau ha fatto ingegnosissime investigazioni (*Ann. di Fis. e di Chim.* t. 53 e 58).

Parimente bisogna che l'azion della luce si faccia sentire sulla retina per un certo tempo, perchè l'impressione possa essere scorta. La qual durata dipende sopra ogni altro dallo splendore della luce: e per questo noi distinguiamo una scintilla elettrica o un lampo, benchè la lor luce sia quasi istantanea; mentre non distinguiamo

una qualsiasi palla, o una palla di cannone, od altri corpi animati da minore velocità, conciossiachè poca intensità abbia la luce loro.

Quando i corpi cessano di apparirci sotto i lor *colori naturali*, si dice allora che acquistano *accidentali colori*. Intorno di che si distinguono i colori accidentali *passaggieri* ed i colori accidentali *permanenti*. 1.° Allorchè dopo aver guardato il sole per qualche istante si chiudono gli occhi, l'immagine acquista *diversi colori* durante la sua permanenza; allorchè dopo aver mirato un corpo vivamente colorato gli occhi vanno naturalmente sopra un corpo di un altro colore, si prova una sensazione complicata, che si compone dell'immagine attuale del secondo corpo e dell'immagine permanente del primo; sicchè il secondo corpo non è veduto col suo colore naturale. Questi due esempii bastano a dare un' idea de' colori accidentali passaggieri, sopra i quali sonosi fatte molte teoriche, niuna delle quali ci pare soddisfacente. 2.° Quando un corpo colorato è sopra un fondo nero, apparisce col suo color naturale; quando sul medesimo fondo nero vassi a porre accanto di esso un altro corpo di diverso colore, questi due corpi s'influiscono *scambievolmente*: i loro colori, o meglio le gradazioni loro sono mutate, e questo cangiamento sembra indipendente dalla permanenza delle immagini, dappoichè tanto lungamente persiste quanto i corpi son posti allato. Il Signor Chevreul ha fatto uno studio particolare di questi fenomeni, ed a notevoli leggi gli ha sottoposti (*Mem. dell' Accad. delle scienze*, 1833).

404. *Di alcuni accidenti della vista.* — I *presbiti* hanno la vista *assai lunga*, e sono costretti di porre a due o tre piedi di lontananza una carta, che voglion leggere; più dappresso tutte le immagini sono confuse. Questa specie d'infermità, che viene ordinariamente con gli anni, procede manifestamente da un difetto di convergenza ne' fasci, che attraversano gli umori dell' occhio; e si suppone in generale che dipenda da un ammaccamento della cornea o del cristallino. Tutti i presbiti hanno abitualmente la pupilla pochissimo aperta, come se

facessero un continuo sforzo per servirsi del centro del cristallino, anzi che degli orli, i quali hanno di fatto, siccome abbiamo veduto, una distanza focale anche maggiore.

I *miopi* hanno la vista *assai corta*; per veder chiaramente gli oggetti eglino son costretti di accostarli alla distanza di alcuni pollici; tutto quel che si trova al di là è per essi avviluppato da una nuvola, nè forma altro nel fondo degli occhi, che immagini confuse. Questo accidente è opposto al presbitismo ed in fatti da una cagione contraria procede: i fasci, che attraversano l'occhio di un miope, provano una troppo rapida convergenza; e s'icrocicchiano prima di cadere sulla retina. Si suppone generalmente che i miopi abbiano la cornea o il cristallino troppo convesso; e si osserva ancora che la loro pupilla è sempre dilatatissima, come se facessero prova di servirsi degli orli del cristallino, anzi che delle parti centrali, le quali hanno una distanza focale principale anche più svantaggiosa per essi, conciossiachè sia più piccola.

Ma in qualunque modo segua la visione distinta, o che si faccia alla distanza media di otto in dieci pollici, come per le viste buone; o che a molti piedi, come pei presbiti, o ad alcuni pollici soltanto come pei miopi; sempre accade che per vedere con la massima chiarezza bisogna volgere l'occhio convenevolmente, in modo che l'immagine cada sopra un certo punto della retina, e non sopra un punto qualunque. Il punto o anzi il picciolo spazio, sul quale si conducono le immagini per vedere il meglio che si può, si dice il *punto sensibile* della retina; ed è generalmente situato presso all'asse dell'occhio.

Evvi eziandio nel fondo dell'occhio un punto, che si dice il *punto insensibile* o *punctum coecum*, è il picciolo spazio circolare occupato dall'estremità del nervo ottico, e dal quale partono tutt'i filamenti nervosi, che s'intralciano in mille guise per formar la retina. La luce, che cade su questo spazio, non dà maggiore impressione, che se cadesse sopra un nervo qualunque discoperto; e, siccome punto non si distingue la luce per mezzo de' nervi dell'udito, del gusto o dell'adorato, co-

me nemmeno per quelli delle braccia o delle gambe; così luce non si distingue per mezzo del nervo ottico, primachè non sia sparso in rete e spiegato sulla coroide. Il quale notevole fatto sembra ancora indicar bene che la retina sente le immagini sulla coroide, come la mano sente le forme, i contorni ed i diversi gradi di lisciatezza de' corpi che tocca.

L'esistenza e la posizione del punto insensibile della retina si discerne colla seguente esperienza (*fig.227*). Sopra un fondo nero ed orizzontale *n n'* si collocano due piccioli dischi bianchi o due piccole palle, i cui centri sono a circa tre pollici l'uno dall'altro; di poi si guarda di sù alla distanza di 10, o 12 pollici, ed in tal positura, che l'occhio diritto stia verticalmente al di sopra del disco del sinistro, e che la linea de'due occhi sia parallella a quella de'dischi; adempiute queste due condizioni chiudasi l'occhio sinistro, e si guardi il disco da sinistra coll'occhio dritto, allontanandolo ed accostandolo un poco; ma sempre nella medesima verticale; allora si trova una posizione, in cui il disco dalla diritta è compiutamente invisibile: più dappresso o più lungi ricomparisce all'istante, ne mai si cessa di vederlo, se la linea de'due occhi è solamente alquanto obbligua rispetto a quella de'dischi.

Il dottore Wollaston ha osservato sopra sè medesimo un fenomeno di visione oltremodo notabile. Un dì dopo un esercizio violento di due o tre ore improvvisamente si accorse che non poteva più distinguere, se non la *metà* degli oggetti: guardando per esempio un uomo in viso, non vedeva che la metà della sua figura e la metà del suo corpo, ec. Questo fenomeno di *semi-visione* durò un quarto d'ora circa; ed aveva luogo tanto per un occhio, che per l'altro, o per tuttadue insieme; la metà sinistra degli oggetti era l'invisibile, epperò era la metà dritta di ciascuno degli occhi insensibile.

Venti anni dopo lo stesso accidente si rinnovò, ma in senso opposto; questa volta era la metà diritta degli oggetti l'invisibile (Vedete la spiegazione fisiologica che ne dà, *Ann. di Fis. e di Chim.* t. 27, pagina 102).

404. bis *Occhiali.* — Gli occhiali sono delle lenti, di cui fann' uso i presbiti ed i miopi per avere una visione distinta degli oggetti alla distanza media di 8, o 10 pollici.

Supponiamo a cagion di esempio che un presbite non possa nitidamente vedere, che in distanza di 30 pollici: in tal caso è chiaro che le immagini non possono essere per lui nitide, fuorchè se la luce non penetra nei suoi occhi colla divergenza, che ha, venendo dalla distanza di 30 pollici: adunque, perchè possa come una persona fornita di buona vista, vedere a 10 pollici gli oggetti, ci basta situare questi a siffatta distanza e modificare con una lente la luce che mandano, affinchè non sia più divergente, che se da 30 pollici venisse. In conseguenza essendo di 10 pollici la distanza b dall'oggetto alla lente, la distanza m dell'immagine virtuale dovrà esser di 30; sicchè si avrà:

$$\frac{1}{10} - \frac{1}{30} = \frac{1}{f};$$

dal che $f = +15$;

Cioè un presbite, il qual vede naturalmente a 30 pollici, deve adoprare immediatamente dinanzi all' occhio un vetro convergente di 15 pollici di distanza focale principale per vedere a 10 pollici gli oggetti.

Generalmente, se d rappresenta la distanza di visione distinta, la distanza focale principale f della lente convergente o divergente, di cui bisogna far uso per vedere a 10 pollici, sarà data da questa formula:

$$f = \frac{10\,d}{d-10}.$$

Se $d > 10$, f è positivo, l'occhio è presbite, e gli bisogna un vetro convergente; se $d < 10$, f è negativo, l'occhio è miope, e gli bisogna un vetro divergente: in tutt'i casi basta conoscere d per dedurne f, e quindi la forza delle lenti, di cui conviene fare uso.

405. *Lenti* o *microscopi semplici.* — Un micro-

scopio semplice altro non è che una lente convergente di un cortissimo foco; e dicesi pure una *lente*. Questo istrumento serve a vedere piccioli obbietti e piccioli particolari, che sarebbe impossibile scorgere ad occhio nudo.

L'obbietto, che si guarda con la lente semplice, vuol'essere posto sempre in avanti, ***ad una distanza minore della distanza focale principale***; la sua posizione varia con la forza della vista, ma è facile il determinare in tutti i casi il punto preciso, dove bisogna tenerlo. Infatti sia x la distanza, a cui si dee situare l'obbietto dinanzi ad una lente, la cui distanza focale principale è f, supponendo che l'occhio dell'osservatore sia immediatamente applicato alla lente, e che la distanza della visione distinta sia per essa rappresentata da d: evidentemente è mestieri che i fasci, i quali partono dalla distanza x, posseggano dopo avere attraversata la lente, la stessa divergenza, che se venissero naturalmente da una distanza d; cioè che essi debbono dopo l'emergenza fare il lor foco virtuale ad una distanza d. Adunque si ha:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{d} = \frac{1}{f};\ \text{dal che}\ x = \frac{df}{d+f}.$$

La figura 228 indica il cammino de' raggi: $a\ b$ è la posizione dell'oggetto, $a'\ b'$ quella dell'immagine virtuale, ed i triangoli simili $a\ c\ b$ ed $a'\ c\ b'$ danno.

$$\frac{a'\,b'}{ab} = \frac{cp'}{cp};\ \frac{d}{x} = \frac{d+f}{f}.\ (12)$$

È l'espressione dell'*ingrandimento*, cioè della corrispondenza fra la grandezza dell'immagine e quella dell'oggetto: e si vede che l'ingrandimento è anche maggiore pe' presbiti, che non pe' miopi.

406. *Camera chiara o camera lucida. — Camera chiara di Wollaston.* — Serve questo apparecchio a delineare l'immagine esatta di un obbietto, di un edificio, di un paesaggio, ecc. Componesi essenzialmente di un prisma quadrangolare *abcd* (*fig. 229*), avente

in *b* un angolo retto ed in *d* un angolo ottuso di 135°. La faccia *cb* è rivolta verso l'obbietto, del quale si vuole prendere il disegno: *rx* per esempio essendo l'asse di un pennello mandato da un punto di questo obbietto, si vede che questo raggio dopo avere penetrato perpendicolarmente nell'interno del prisma per mezzo della faccia *cb*, prova in *r* una prima riflessione totale sopra *cd*, ed in *r*' una seconda riflessione totale sopra *ad*, e finalmente va ad uscire perpendicolarmente sulla faccia *a b* dappresso al vertice *a* del prisma. Essendo l'occhio situato alquanto al di sopra di questa faccia, in modo che la pupilla sia in *p p*', la sua metà corrispondendo al vertice *a*, è chiaro: 1° che dalla metà anteriore della pupilla vedrassi per riflessione l'immagine dell'oggetto *x* sul prolungamento di *er*'; e 2° che dall'altra metà della pupilla vedrassi direttamente il punto di una tavola orizzontale, su di cui questa immagine si projetta. Sicchè tenendo con la mano sopra questo punto della tavola la punta di una matita, si potranno distinguere ad un tempo l'immagine e la punta della matita. Ed applicandosi questo ragionamento ai punti prossimi al punto *x*, ne risulta che sopra la tavola si vedrà un'immagine di una certa estensione, e la punta della matita ne potrà delineare i più delicati contorni. E questo è il principio sul quale posa la struttura della camera chiara di Wollaston, e soltanto per istabilire le idee noi abbiamo supposto la pupilla divisa in due uguali parti dalla verticale del vertice *a*, dappoichè è manifesto che può variare posizione fra certi limiti: la sola condizione importante è che riceva ad un tempo raggi riflessi e raggi diretti.

Perchè siffatto istrumento sia comodo nella pratica e non affatichi la vista, ci si vuole fare uso di vetri colorati per dare quasi lo stesso splendore alle due immagini, e delle lenti per dare ai lor raggi lo stesso grado di divergenza. Parimente si può fare una camera chiara con un semplice specchio metallico perforato da un buco di 3 o 4 millimetri; allora gli oggetti si scorgono direttamente pel buco, e la matita è vista per riflessione sopra lo specchio. (13)

407. *Camera oscura.* — La Camera oscura è destinata a produrre sopra una tavola l'immagine reale di un campo di visione più o meno esteso. Nella sua più semplice struttura essa consiste in un solo vetro convergente *ll'* (*fig. 231*), collocato nell'apertura dell'imposta di una camera perfettamente chiusa *fghv*. Se dal centro ottico *c* della lente si descrive un cono, il cui angolo *act* sia uguale al campo, che può la stessa abbracciare, tutti gli oggetti in questo cono compresi andranno a formare nitide immagini in distanze più o meno grandi nell'interno della camera nera. Quindi pare impossibile avere ad un tempo l'immagine distinta di tutto il paese *at*: ma se la tavola è concava, e se è una porzione di sfera *t'a'* di un raggio uguale alla distanza focale principale della lente, basterà inclinarla convenevolmente in *t'a''*, per esempio, per avere una fedele rappresentanza di tutto il campo di visione; se non che se ci fossero obbietti vicinissimi, come un albero *b*, sarebbe impossibile guardandolo dal punto *c* avere nel tempo stesso l'immagine sua e quella del suolo sul quale si projetta.

Le immagini in questo apparecchio sono *rovesciate:* per raddrizzarle e condurle a portata della vista, ordinariamente si situa uno specchio stagnato al di fuori e dinanzi dalla lente; dal che si ottiene un altro vantaggio ancora, e questo è che facendo girare lo specchio o inclinandolo in diversi modi, si possono di mano in mano condurre sopra la tavola tutti i punti di vista, che sono dinanzi all'imposta. Allo stesso risultamento si perviene per mezzo del prisma menisco della figura 232, la cui base *a b* fa da riflessore, mentre le facce *a c* e *cb* fanno l'officio di lente convergente.

Perchè le immagini siano più vivaci e più nitide, ci giova per mezzo di tubi e di tramezzi convenevolmente disposti intercettar tutti i raggi luminosi, che non partono dal campo dell'istrumento.

La figura 230 rappresenta una camera oscura portatile. E sarà facile dietro ciò che abbiamo detto il comprenderne la disposizione. (14)

408. *Microscopio solare.* — Questo istromento, i

cui effetti possono essere noverati fra' più notevoli ed istruttivi dell' ottica, è composto di un sistema di vetri per rischiarare l'oggetto, e di un sistema di lenti di un breve foco per darne un'immagine reale. La figura 233 sopra una scala il quarto di grandezza rappresenta il microscopio solare di Chevalier, ch'è il più perfetto.

Lo specchio *m* riflette la luce solare, e dirige nel tubo *t* parallellamente al suo asse un fascio, che ne dee riempiere tutta l'estensione; la lente rischiarante *i r* imprime alla luce di questo fascio un primo grado di convergenza; il foco *f*, che in seguito la riceve, la fa convergere di vantaggio, ed in modo che vada a fare il suo foco quasi sull'oggetto in esperimento. Per adempiere questa condizione è mestieri che il foco sia mobile, e si fa in fatti muoverlo per mezzo di una *scaletta*, la quale domina la lunghezza della sua incastratura, e di un rocchetto, il cui bottone *b* sta nel di fuori del tubo.

L'aggiustamento dell'obbietto è un punto importante, quando per esempio si vogliano osservare i picciolissimi corpi contenuti ne' liquidi, come i globettini del sangue, o gli animaluzzi di diverse spezie, o le molecole cristalline, che vaporizzandosi depongono le soluzioni, ec.; ei basta distendere una goccia del liquido sopra una lamina di vetro a facce parallele, e questa lamina portare sotto la luce del foco girando il liquido dal suo lato. In parecchie altre circostanze l'obbietto vuol'essere posto semplicemente fra due lamine di vetro, e sonvi in fine de' casi in cui bisogna chiuderlo in una scatola colle facce di vetro ripiena di liquido: e ciò accade, quando si vuole osservare la circolazione del sangue nella coda delle cazzole o nell'estremità di alcuni pesci, ed anche quando si vuole osservare la circolazione de' globettini del cara. Tutti questi obbietti disposti, come testè dicemmo; possono venire aggiustati al microscopio in un modo comodo col meccanismo rappresentato dalla figura 233; *p* e *p'* sono lamine quadrate di rame unite a' quattro angoli da picciole aste dello stesso metallo; sopra ogni asta evvi una molla a spira, che spinge la terza piastra *q* contro la piastra *p'*; ed è fra *q* e *p'* che le la-

mine scorrono ovvero le unioni di lamine, che portan gli oggetti. Anche questo sistema di piastre dee girare intorno al tubo t, perchè sia possibile dare all'oggetto tutte le posizioni, senza smoverlo ed anche senza perderne di vista l'immagine.

Aggiustato in tal guisa l'obbietto e convenevolmente rischiarato dal foco, è facile di ottenerne l'immagine ampliata: per questo si fa muovere la lente acromatica l ch'è veracemente la lente oggettiva; questa lente si rimuove per mezzo di una *scaletta* adattata nella sua incastratura e di un rocchetto, il cui bottone è in b'; si accosta dall'oggetto e si allontana fino a che si ottenga da ultimo un'immagine chiara e brillante sopra un gran quadro di tela bianca o di carta posta in distanza di 10, 15 o 20 piedi. Dappoichè l'immagine è reale ne risulta, che l'obbietto trovasi al di là del foco della lente l, e dietro le formole nostre sopra le lenti sarà agevole determinar con precisione la positura dell'obbietto quando si conoscerà la distanza focale principale della lente e la distanza del quadro; e sarà del pari facile il dedurne l'ingrandimento: ma se questo si vuole osservare in un modo diretto, bisognerà prendere per obbietto un micrometro di vetro avente delle divisioni di grandezze note, e misurare l'estensione, che queste divisioni occupano sopra il quadro (15).

Su quest'istessi principî è fondata la *Lanterna magica:* senonchè gli oggetti grotteschi, che ordinariamente vi si mostrano, sono dipinti sopra vetro e colorati: essi ànno grandi dimensioni, e sono illuminati dalla luce di una lampada, che permette ingrandirli sol quindici o venti volte.

409. *Megascopio.* — Quest'istromento è destinato a dare delle copie ristrette od ampliate di un intaglio, di un quadro o di un bassorilievo, che non à un'estensione assai grande. Fu immaginato da Charles verso il 1780, e da quell'epoca se ne sono fatte molte importanti applicazioni per le arti. Il megascopio non differisce dal microscopio solare, che nella natura degli oggetti, di cui dà le immagini, e nel modo, ond'essi oggetti vengono illuminati.

Sicchè in ultimo risultamento esso riducesi ad una sola lente acromatica *l* (*fig.* 234), dinanzi alla quale si colloca l'oggetto *b*, di cui si vuole ottenere l'immagine reale sopra di un quadro, ovvero se ne vuol prender la copia.

Ma ecco le condizioni principali, che bisogna adempiere per avere nel tempo stesso immagini perfettamente chiare e per variare gl'ingrandimenti.

1.° La lente *l* debbe avere il diametro di 8 a 10 centimetri per abbracciare un campo abbastanza esteso e dare molta chiarezza all'immagine; essa debba essere incastrata in un tubo alquanto lungo, il quale arresti la luce delle nuvole ed i riflessi laterali; ancora per assicurar meglio quest'effetto si può mettere nel tubo un convenevole diaframma; da ultimo invece di una lente sola se ne possono mettere parecchie a picciola distanza fra loro per dare maggior convergenza ai fasci incidenti.

2° Dinanzi all'apertura, a cui si adatta accuratamente l'incastratura della lente, allo stesso livello si trovan confitte due sbarre di ferro orizzontali, le quali sostengono una specie di carro *c*, che scorre sopra carrucole, e la cui tavola verticale *v* è destinata a ricevere gli oggetti; una doppia corda, i cui estremi tornano nella camera nera, è attaccata al carro, e serve a farlo innoltrare o retrocedere per accostare od allontanare l'oggetto *b*; infine due o più specchi piani di vetro stagnato sono disposti avanti all'imposta per riflettere sull'oggetto l'immagine del sole, e dipingere nell'uno o nell'altro senso le ombre: quando si fa la prova sopra bassorilievi possono gli specchi essere confitti al carro per moversi insieme con esso.

3° La tavola, su di cui si ricevono le immagini, può essere di carta o di mussolino, siccome pel microscopio solare; allora si osserva per d'innanzi: intanto i giochi di luce, che danno i rilievi, fannosi scorgere molto meglio, quando le immagini si ricevono sopra un grande specchio convenientemente appianato e lisciato; allora si osserva per di dietro, ed in questo ultimo caso le immagini possono essere impresse con molta facilità.

410. *Microscopio composto. — Principi della*

struttura del Microscopio composto. — Il Microscopio composto al pari del semplice è destinato a mostrare la forma la struttura e tutti i particolari de' corpi piccciolissimi. Dicesi microscopio *diottrico*, *catottrico o catadiottrico*, secondochè le ampliazioni vi sono prodotte dalla *refrazione*, dalla *riflessione* o da *entrambe*. Noi qui ci occuperemo più particolarmente del microscopio diottrico, dappoichè è ad un tempo il più utile ed il più noto.

Le diversissime disposizioni datesi di mano in mano a questo istromento riposano in conchiusione sopra questi due principî:

1° Gli oggetti, che si vogliano sottoporre alla prova, si situano innanzi ad una lente convergente b, ed un pò al di là della distanza focale principale (*fig. 235*). Semplice o composta, acromatica o non acromatica questa lente si addimanda *lente oggettiva*, o l' *oggettivo* del microscopio.

2° Le immagini reali od amplificate, che gli oggetti danno ad una distanza più o meno grande di dietro all'oggettivo, vengono riguardate con una semplice lente convergente c, che fa l'officio di un microscopio semplice. Questa seconda lente, la qual può essere semplice o composta, acromatica o non acromatica, è detta la *lente oculare* o *l' oculare* del microscopio.

Sicchè ogni microscopio diottrico è essenzialmente composto di un oggettivo e di un oculare, e l'ingrandimento definitivo è il prodotto degl' ingrandimenti, che risultano da ciascuno di questi vetri o da ciascuno di questi sistemi di vetri. Se l'oggettivo ingrandisce per esempio 5 volte in diametro e l'oculare 10 volte, l'ingrandimento sarà 50 in diametro e quindi 2,500 volte in superficie; sarebbe 1,000 volte in diametro ed 1,000,000 di volte in superficie, se le ampliazioni dell'oggettivo e dell'oculare fossero rispettivamente 100 e 10, ovvero 50 e 20, ovvero 40 e 25, ec.

Non considerando, che questi principî fondamentali del microscopio, facil cosa sarebbe il calcolarne ad un tempo le dimensioni e gli effetti. Per esempio suppo-

niamo che l'oggettivo abbia 5 millimetri di distanza focale principale e l'oculare 20: essendo l'oggetto posto ad $\frac{1}{10}$ di millimetro al di là della distanza focale principale, la sua immagine reale formerebbesi a 255 millimetri, e l'ampliazione dell'oculare sarebbe 40; adunque l'immagine per un oggetto di $\frac{1}{10}$ di millimetro di diametro avrebbe 4 millimetri di estensione. Di poi per riguardare questa immagine coll'oculare, bisognerebbe situare questo a 18^{mm}, 62 d'inanzi all'immagine (supponendo una vista media di 10 pollici o 270 millimetri), ed avrebbesi ancora un ingrandimento di 14, 5; il che darebbe un ingrandimento definitivo di $40 \times 14,5 = 580$: ed in questa ipotesi dovrebbe l'istromento avere una lunghezza di $255 + 18,62 = 273^{mm}, 62$.

Con lo stess' oggettivo e con la stess' oculare si potrebbero avere di altre ampliazioni minori o maggiori, secondocchè a maggiori e minori distanze d' innanzi all'oggettivo si collocherebbe l'oggetto; ma bisognerebbe nel tempo stesso potere accorciare od allungar l'istromento, cioè diminuire od aumentare la distanza de' due vetri, dappoichè il sito dell' immagine reale si accosterebbe o si allontanerebbe dall'oggettivo.

L istromento, di cui esponemmo testè la teorica, è il microscopio diottrico in tutta la sua semplicità, o anzi imperfezione, e qual' egli uscì verso il 1620, dalle mani de' primi inventori: ma dopo quel tempo vi si son fatti numerosi mutamenti. Il Sig. Amici di Modena mercè fortunate ricerche è finalmente pervenuto da alcuni anni a dargli un grado di perfezione, che poco lascia a desiderare; ed il Sig. C. Chevalier profittando di queste ricerche ne à con successo variata la disposizione per accomodarlo a tutti i generi di osservazione. Sicchè noi descriveremo in preferenza il microscopio del Sig. C. Chevalier (16).

411. Il *Microscopio composto* è rappresentato nella figura 236 al quarto della naturale grandezza. L'oggettivo è in *b*, l'oculare è in *c*; il fascio di luce, onde l'oggetto si vede, dapprima s'innalza verticalmente, ma per mezzo di una riflessione totale sull' ipotenusa del pri-

sma *r*, esso è rinviato orizzontalmente verso l'oculare, il che concede all'osservatore di prendere una comoda positura, sia per variare o prolungare le sue esperienze, sia per disegnare le immagini che scorge.

Ora ecco la disposizione de' diversi pezzi ed il loro meccanismo.

1° *Oggettivo*. L'oggettivo si compone di una, due o tre lenti acromatiche, le cui distanze focali principali sono da 8 a 10 millimetri; esse ànno i n^ri. 1, 2, 3; si può adoperare la sola lente n.° 1, o le lenti n.° 1 e n.° 2 con la cautela di chiudere a vite la prima sul tubo e la seconda sulla prima; o le lenti n.° 1, n.° 2 e n.° 3, con la cautela di mantenere ancora il loro ordine naturale chiudendo a vite il n.° 3 sul n°. 2. Nel primo caso si à il minimo ingrandimento, e l'oggetto si trova nella maggior distanza possibile dall'oggettivo; nel secondo caso l'ingrandimento è maggiore, e più vicino l'oggetto; finalmente anche maggiore è nel terzo caso l'ingrandimento, e l'oggetto trovasi condotto a brevissima distanza dall'oggettivo.

2° *Oculare*. A ciascuna delle combinazioni dell'oggettivo possono adattarsi all'istromento l'uno de' sei oculari, ch' esso ha sotto i nu^ri 1, 2, 3 4, 5, e 6. I quattro primi sono costrutti sullo stesso principio; ciascuno di essi è composto di due vetri piani convessi, la cui convessità è volta dal lato dell'immagine; tra questi vetri, e nel punto preciso, dove l'immagine reale dell'oggetto si va a formare, trovasi un diaframma la cui apertura è convenevolmente determinata; nella stessa ordinariamente si situano ad angolo retto due sottilissimi fili, che servono di micrometro. Le oculari n.° 5 e n.° 6 sono semplici lenti di un cortissimo foco.

3° *Aggiustamento e rischiaramento degli oggetti trasparenti.* — Gli oggetti trasparenti debbono essere situati sempre fra due lamine di vetro, e si bagnano con una goccia di acqua pura, perchè siano circondati da questo liquido compiutamente. Generalmente queste lamine si tengono da loro stesse ad una convenevole distanza senz' alterare l'oggetto. E se in certe occasioni ac-

cada che l'oggetto debba esser posto semplicemente asciutto sopra una lamina trasparente, ben si può osservarlo ancora col medesimo ingrandimento, ma la sua immagine è sempre men chiara e meno distinta. Il sistema delle lamine si colloca sull'apertura v del porta-oggetto, ed il pezzo d, che s'innalza o si abbassa per strofinio, serve a manternerle e premerle.

Lo specchio concavo m raccoglie la luce delle nubi o quella di una candela per concentrarla sopra l'oggetto. Il diaframma mobile f serve a moderare lo splendor della luce; si fa girarlo più o meno per condurre quella delle aperture, che meglio conviene all'oggetto sottoposto alla prova: generalmente i corpi esilissimi ed oltremodo trasparenti richiedono una luce meno splendida. Al di sotto del diaframma trovasi pure un vetro appannato, che si gira in modo da ricevere il fascio, quando si vuole impiegar la luce solare o quella di una forte lampada.

Da ultimo l'oggetto è condotto vicino al foco per mezzo di un rocchetto, il cui bottone è in p, e la vite micrometrica p^1 serve a metterlo esattamente nel punto.

4° *Aggiustamento e rischiaramento de' corpi opachi.* — I corpi opachi debbono esser posti sopra un disco picciolisissimo di vetro nero incollato sopra una lamina trasparente, e posto dipoi sul porta-oggetto: allora per illuminarli si può fare uso o di una lente, o di uno specchio, o di tuttadue insieme.

5° *Mezzi di percorrere il campo.* — Vi sono per questo due viti micrometriche k e q: serve la prima a spingere innanzi o tirare indietro il carro del porta-oggetto e ciò che sostiene; la seconda serve a farlo procedere lateralmente di dritta a sinistra o da sinistra a dritta. Col mezzo di questi due moti combinati si può tuttaquanta percorrere l'estensione dell'oggetto nell'un verso o nell'altro, senza perderne di vista l'immagine.

6° *Ingrandimento.* — Uno de' migliori mezzi di determinare la forza ampliante del microscopio è impiegare una camera chiara, che s'adatti all'oculare di cui si fa uso, per vedere ad un tempo un micrometro di vetro

posto come obbietto avanti alle lenti, ed un regolo partito posto ad una convenevol distanza nella verticale dell'oculare: l'immagine amplificata del micrometro si dipinge sul regolo, dove si può leggere facilmente il numero delle divisioni che ci ha. In questo microscopio le combinazioni di oggettivi e di oculari, che non ingrandiscono più di 500 volte in diametro, danno immagini di notabile chiarezza. Le combinazioni, che portano l'ingrandimento a 1000, 2000, 3000 ovvero 4000 volte, danno immagini alquante confuse.

Certe volte basta misurare l'ingrandimento o meglio la grandezza reale degli oggetti per mezzo delle viti micrometriche k e q di cui abbiamo parlato; hanno queste viti un passo brevissimo e precedentemente determinato; inoltre le loro teste sono partite in modo, che basta vedere quanti giri o quante frazioni di giri bisogna volgere per far passare un oggetto da un lato all'altro del filo micrometrico dell'oculare, la cui disposizione è indicata più su.

Questo microscopio può esser situato verticalmente. Al che basta svitare il prisma, mettere le lenti nel prolungamento del tubo, e fare girar questo intorno alla nocella z: si può anche per mezzo della seconda nocella z' rendere verticale il pezzo $z\,z'$, mettere il tubo orizzontale, ed osservare sul porta-oggetto che in tal caso è verticale. Da ultimo lo stesso istromento prende con la massima facilità la disposizione conveniente alle osservazioni chimiche: per questo si gira il pezzo br, che sta col tubo con un movimento di baionetta, e gli si dà la posizione indicata nella figura 237; sul porta-oggetto si dispone un picciolo vetro da oriuolo contenente la dissoluzione sottoposta all'esperimento; uno specchio m' serve a rischiarare.

La figura 238 rappresenta il microscopio *catadiottrico*, la teorica del quale è indicata nella figura 239. L'oggetto è in v'; un picciolo specchio piano m' rimanda i raggi sul grande specchio metallico concavo m, dal quale concorrono a formare un'immagine reale, che con gli ordinarî oculari si osserva (17).

*

412. *Determinazione degl'indici di rifrazione dei liquidi e de' corpi molli straslucidi per mezzo del microscopio.* — Supponiamo che con due diverse sostanze aventi gl'indici di rifrazione n ed n' si siano formati dei menischi piani concavi dello stesso raggio r: è noto che le distanze focali principali f ed f' di questi menischi saranno:

$$f = \frac{r}{n-1}, f' = \frac{r}{n'-1}; \text{ dal che } n' = 1 + (n-1)\frac{f}{f'};$$

il che darebbe n' per mezzo di n, se si conoscesse la corrispondenza $\frac{f}{f'}$. (18)

Per formare menischi di diverse sostanze, che siano tutti piani concavi e dello stesso raggio di curvatura, basta situare un frammento di queste diverse sostanze sopra un vetro piano a facce parallele, e dipoi esercitare una pressione con una lente convessa nel punto, dove il vertice della convessità quasi tocca la superficie del piano.

Ora, se, per fare quest'esperienza, si prende la lente oggettiva di un microscopio, e poi si riporta l'istromento per fare l'una dopo l'altra tre osservazioni sopra un oggetto qualunque, la prima con la lente sola ed isolata, la seconda con la stessa lente ed un menisco di acqua, e la terza con la stessa lente ancora ed un menisco di qualsivoglia sostanza, per esempio di cera, di leggieri se ne potrà dedurre l'indice di rifrazione della cera. Di fatto sia b, b' e b'' la distanza dall'oggettivo all'oggetto nella prima, seconda e terza osservazione; siano φ, φ' e φ'' le distanze focali principali della sola lente oggettiva, della lente oggettiva col menisco di acqua, e della lente oggettiva col menisco di cera; m infine sia la distanza, a cui l'immagine si forma dietro l'oggettivo, distanza che rimane nè tre casi la stessa. Evidentemente per la prima e seconda osservazione si ha:

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{\varphi} + \frac{1}{b}, \frac{1}{m} = \frac{1}{\varphi'} + \frac{1}{b'}.$$

Ma essendo φ' la distanza focale principale del sistema, lente e menisco di acqua, chiaro è che, se si mettesse un punto luminoso ad una distanza q', d'inanzi al solo menisco di acqua, esso formerebbe la sua immagine ad una distanza φ; e, poichè noi abbiamo supposto essere f la distanza focale principale del solo menisco di acqua, si avrà:

$$\frac{1}{\varphi} = \frac{1}{f} + \frac{1}{\varphi'}.$$

Questa equazione combinata con le due precedenti dà:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b'} - \frac{1}{b}.$$

La prima e terza osservazione, combinate allo stesso modo, daranno parimente:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{b''} - \frac{1}{b};$$

Dal che si trarrà la chiesta corrispondenza $\frac{f}{f'}$. (19)

413. *Telescopi.* — Il pezzo essenziale di tutti i telescopi è un grande specchio concavo di metallo il quale è volto verso l'obbietto, e ne dà un'immagine reale ed a rovescio, giusta le leggi di cui abbiamo fatto precedentemente parola. Ma come ci ha varie maniere di osservar questa immagine, ne risultano diversi stromenti, che disamineremo di mano in mano.

Telescopio di *Grègory.* — Il grande specchio concavo $m\ m'$ (*fig. 240*) è forato nel suo centro di figura da un'apertura circolare $c\ c'$. I raggi incidenti $l\ l'$ vanno a formare un'immagine reale e rovesciata dell'oggetto in $i\ i'$; la quale cade innanzi al piccolo specchio concavo v, in distanza alquanto maggiore della metà del raggio; essa diventa allora come un oggetto, e dà origine ad una seconda immagine raddrizzata, ch'è ri-

mandata nell' apertura c c'; quivi la riceve un oculare per vieppiù amplificarla, e l'occhio la scorge in o; una grande vite s s', il cui bottone è b, serve ad allontare o ad accostare lo specchio v secondochè l'obbietto, che si osserva, è più presso o più lungi.

Telescopio di Cassegrain. — Al picciolo specchio concavo v del Grègory sostituisce il Cassegrain un piccolo specchio convesso x (*fig. 241*), il quale deve ricevere i raggi *prima* che abbiano formata l'immagine reale dell'obbietto: nel qual caso i raggi non pure sono riflessi, ma la lor convergenza è diminuita, e l'immagine reale e rovesciata si va a formare nell'istesso luogo della seconda immagine del teloscopio di Grègory; quivi è ricevuta sull'oculare, e l'occhio l'osserva come dianzi.

Telescopio di Newton. — Newton invece di un piccolo specchio concavo o convesso adopera un piccolo specchio piano p (*fig. 242*), che riceve il fascio sotto un angolo di 45° per dipingere la immagine reale lateralmente sopra un'oculare simile alle precedenti.

CANNOCCHIALI.

Tutt'i cannocchiali sono composti di un oggettivo e di un'oculare. L'oggettivo è destinato a ricevere la luce degli oggetti ed a concentrarla per formar nel suo foco immagini reali e rovesciate del tutto consimili a quelle, che si vanno a dipingere sul quadro della camera nera; l'oggettivo adunque debb'esser perfettamente acromatico, perchè le immagini siano nitide e senza colore; per conseguenza dev'essere composto sempre almeno di due sostanze disugualmente dispersive: l'una fatta a lente convergente, a lente divergente l'altra. Nei cannocchiali ordinari queste lenti sono contigue; ne'cannocchiali *dialitichi* si serba fra esse uno spazio più o meno grande, che permette di dare alla seconda assai minore larghezza, che alla prima. La composizione dell'oculare è molto più variabile di quella dell'oggettivo: esso riducesi ad una semplice *lente divergente* nel *cannocchiale di Galileo* o *cannocchiale di spettacolo;* si

compone di *una* o *due lenti convergenti* nel *cannocchiale astronomico*; si compone infine di *quattro lenti convergenti* nel *cannocchiale terrestre* (20).

La posizione dell' oculare rispetto all' oggettivo in tutt'i cannocchiali si determina con questo principio, che i raggi di uno stesso fascio, quelli cioè tramandati da uno stesso punto dell'obbietto, debbono essere gradatamente paralleli tra loro, quando escono dall'oculare. Strettamente questo principio non è vero, conciossiachè la visione distinta non si possa compiere, che con raggi più o men divergenti, secondo l'organo è miope o presbite; ma è abbastanza prossimo al vero per dare una chiarissima idea de' fenomeni.

414. *Cannocchiale di Galileo, o cannocchiale di spettacolo.* — Sia a la posizione dell'oggettivo (*fig. 243*), ed f la sua distanza focale principale: se non ci fosse oculare, un oggetto lontanissimo formerebbe la sua immagine in $t\ t'$ ad una distanza f dietro l'oggettivo; questa immagine sarebbe rovesciata, e dal centro ottico a sarebbe vista sotto lo stesso angolo dell'oggetto. Ora si tratta di situare un'oculare divergente a', avente una distanza focale principale f', in modo che i raggi di uno stesso fascio siano paralleli tra loro all'escire di a'. Ma questa condizione non può essere adempiuta, se non situando quest'oculare ad una distanza $f - f'$ dall' oggettivo, dappoichè allora andando i raggi, che riceve, a convergere in $t\ t'$ o nel foco principale dell'oculare, essi verranno resi paralleli dalla sua azione divergente. Sicchè nel cannocchiale di Galileo la distanza de' due vetri è uguale alla differenza delle loro distanze focali principali.

Di qui procede: 1° che l'oculare raddrizza l'immagine; 2° che l'ingrandimento è uguale ad f'. Infatti i raggi, che andavano a convergere nel punto t, diventano paralleli fra loro, e la lor comune direzione è quella della linea $t\ a'$, tirata dal punto t per lo centro ottico a' dell'oculare; parimente quelli, che andavano a convergere in t', escono paralleli all' asse secondario $t'\ a'$; sicchè l'immagine rovesciata $t\ t'$ trovasi raddirizzata, poichè il punto t, ch'era in su, trovasi veduto in giù n sulla

direzione da t ad a', e reciprocamente il punto t' è veduto in n' sulla direzione da t' in a'.

Per avere l'ingrandimento basta osservare che la porzione $t\,p$ dell'immagine si sarebbe veduta dal centro dell'oggettivo sotto lo stesso angolo $t\,a\,p$ della corrispondente porzione dell'obbietto, mentr'essa per mezzo dell'oculare è veduta sotto l'angolo $t\,a'\,p$. Sicchè l'ingrandimento è:

$$\frac{t\,a'\,p}{t\,a\,p}=\frac{tang.\;t\,a'\,p}{tang.\;t\,a\,p}=\frac{f}{f'},$$

potendosi le tangenti sostituire agli angoli, e prendere i valori delle tangenti ne' triangoli rettangoli tap e $ta'p$.

Il campo di questi cannocchiali non può di molto avanzare 5 in 6 gradi; e la loro chiarezza dipende manifestamente dal diametro dell'oggettivo e dell'ingrandimento.

415. *Cannocchiale astronomico.* — Ne' cannocchiali astronomici, l'immagine formasi in realtà nel foco dell'oggettivo, e l'oculare è solo una specie di lente, che serve a mirarla. Sia f—f' la distanza focale principale dell'oggettivo, e $t\,t'$ (*fig. 244*) l'immagine reale e rovesciata di un lontanissimo obbietto: avendo l'oculare a' una distanza focale f', e dovend' operare perchè tutti i raggi di un medesimo fascio escano parallellamente fra loro, è chiaro ch'esso dee porsi ad una distanza f' dietro l'immagine $t\,t'$, e quindi ad una distanza f dietro l'oggettivo.

Di qui risulta 1° che l'immagine rimane rovesciata; 2° che l'ingrandimento è espresso da $\frac{f}{f'}$. Infatti i raggi, che han formata l'immagine nel punto t, sono rifranti dall'oculare in modo da emergere parallelamente all'asse secondario $t\,a'$; l'occhio, che li riceve all'uscire dall'oculare, vede quindi il punto t sul prolungamento di $a'\,t$ verso n; del pari t' vedesi verso m' sul prolungamento di $a't'$. Sicchè l'immagine virtuale è veduta nell'istesso senso della reale, e trovasi per conseguen-

za al par di essa rovesciata rispetto all'obbietto. Per avere l' ingrandimento basta osservare che la porzione $t\,p$ dell'immagine reale è vista per mezzo dell' oculare sotto l'angolo $t\,a'\,p$, mentre dal centro dell'oggettivo vedrebbesi come la parte corrispondente dell'oggetto sotto l'angolo $t\,a'\,p$. Adunque l'ingrandimento è:

$$\frac{t\,a'\,p}{t\,a\,p} = \frac{tang.\,t\,a'\,p}{tang.\,t\,a\,p} = \frac{f}{f'}.$$

In generale i buoni oculari de' cannocchiali astronomici non sono, come abbiamo supposto, semplici; ma di due vetri convergenti, piano-convessi sono composti, entrambi aventi la convessità loro rivolta dal lato dell' oggettivo. Essendo f'' la distanza focale del primo dal lato dell'occhio, quella del secondo è $3f''$, e la distanza de' vetri tra loro $2f''$; dal che è agevol conchiudere che l'unica lente bastante a produrre lo stesso effetto dovrebbe avere una distanza focale principale f uguale a $\frac{3f''}{2}$, in modochè l'ingrandimento è $\frac{2f}{3f''}$.

Il valore di f'' per gli oculari più forti è di $\frac{3}{4}$ linea, e di 6 linee per i più deboli; l'apertura del diaframma, che separa i due vetri, è variabile, essa è di $\frac{3}{4}$ linea nel primo caso e di 3 linee nell' altro. Quest'oculare immaginato da Hugenio è rappresentato nella figura 245; e dicesi qualche volta oculare *negativo*, perchè l'immagine reale dell' oggettivo si va a formare nell' apertura del diaframma d, che separa le due lenti dell'oculare; quivi è dove si colloca il *micrometro*, o la rete di fili sottilissimi, che serve a misurare la distanza de' diversi punti della immagine o la durata de' passaggi degli astri.

Qualche volta si adopera ancora l' oculare di Ramsden, ch' è detto *positivo*, perchè l'immagine vien formata al di fuori: quest' oculare si compone anch' esso di due lenti piano-convesse; ma le son quasi della stessa forza, e la distanza loro è minore della distanza focale principale di esse.

Il campo del cannocchiale dipende dall'oculare, ma la sua chiarezza ad ingrandimento uguale dipende dal diametro dell'oggettivo. Con oggettivi di 11 in 12 pollici, come quelli fatti questi ultimi anni in Francia dal Sig. Lerebours e dal Sig. Cauchoix si possono ottenere ingrandimenti di 600 a 900 volte.

416. *Cannocchiali terrestri.* — Importa per le osservazioni terrestri che le immagini non siano rovesciate, e le se raddrizzano componendo l'oculare di 4 vetri convergenti convenevolmente disposti (*fig. 246*). Il terzo ed il quarto hanno il lor lato piano dal canto dell'oggettivo: nel quel caso la prima immagine si forma al di fuori dell'oculare in $t\ t'$; ma senza mutare sensibilmente grandezza la si trova nuovamente al rovescio in $r\ r'$ per effetto dei vetri nri 2, 3 e 4. Seguendo i raggi il cammino indicato nella figura, evvi in d' nel punto d'incrociamento un secondo diaframma di una determinata apertura, che ritiene i raggi degli orli dell'immagine, pe' quali il sistema de' vetri non corrigerebbe abbastanza le aberrazioni di sfericità e di rifrangibilità.

417. *Misura dell'ingrandimento.* — Gl'ingrandimenti del cannocchiale di Galileo e del cannocchiale astronomico si possono, come abbiamo veduto, dedurre dalla conoscenza delle distanze focali principali delle lenti, che compongono quest'istromenti: ma essendo queste distanze focali esse stesse soggette a qualche incertezze per cagione delle doppiezze delle lenti, si sono cercati altri processi diretti per stabilire l'ingrandimento. Fra questi havvene di molti semplici: intanto io qui mi limiterò ad indicare un nuovo mezzo, di cui mi sono servito da qualche anno, e che mi pare ad un tempo semplicissimo e molto perfetto. Io colloco a 50 in 60 metri un regolo avente delle divisioni bianche e nere, sopra le quali diriggo il cannocchiale; dinanzi all'oculare è adattato obbliquamente, per esempio a 45°, un piccolo specchio metallico m forato di un buco di 2 millimetri (*fig. 247*); allato trovasi un secondo specchio m' parallelo al primo: allora pel buco dello specchio m vedesi nella lente l'immagine ampliata del regolo, per riflessione sullo spec-

chio m' e sugli orli del buco dello specchio m se ne vede l'immagine naturale. Rimane a far coincidere queste immagini ed a conoscere una divisione ampliata quante divisioni naturali ricopre: questo numero, che leggesi colla massima facilità, è l'ingrandimento del cannocchiale.

CAPITOLO VI.

Delle Interferenze e della Diffrazione.

418. *Ipotesi sul modo di esistenza della luce.* — Noi abbiamo potuto esporre le leggi generali della riflessione, della rifrazione e della decomposizione della luce fondandoci sull'esperienza soltanto, senzachè facesse mestieri per farla intendere di ricorrere a veruna considerazione teorica sull'indole della luce o sul suo modo di esistere. Questo metodo puramente sperimentale non si può applicare con la stessa semplicità ai fenomeni di diffrazione, che pongono in chiaro proprietà affatto nuove e così intimamente legate alla teorica, che sarebbe un impossibile il presentarle di un modo aperto e preciso, senz'avere un'idea generica della maniera di moto, che costituisce la luce. Noi dunque incominceremo dal ricordare in poche parole i due sistemi, ai quali i fisici si sono in tutti i tempi fermati, cioè: *il sistema della emissione* ed *il sistema delle vibrazioni o delle ondulazioni*.

Il sistema della emissione suppone che la luce si propaghi con un moto di *trasmissione* o di *traslazione*, che cioè le molecole luminose ricevano dai corpi luminosi un impulso, che le sghizza da tutte parti, come piccoli proiettili animati da una prodigiosa velocità. Così, quando noi miriamo il sole, le molecole, che ci feriscono, sarebbero uscite dalla sostanza propria di questo astro 8' 13'' prima, ed incessantemente allontanandosi con un moto continuo avrebbero nel detto intervallo corso i 40 milioni di leghe, che ce ne separano. Queste molecole avrebbero un'esistenza materiale indipendente dal moto, che le anima; ma la massa loro infinitamente piccola punto non sarebbe sottoposta all'azione della gravità, e costituirebbe una materia diversa dalla materia grave. La varietà de'colori procederebbe dal-

la differenza delle velocità; la riflessione sarebbe consimile a quella de' corpi elastici; la rifrazione supporrebbe: 1° che i mezzi diafani lascino tra le loro molecole ponderabili degli spazî grandi abbastanza, perchè le molecole luminose potessero liberamente traversarle; 2° che le molecole ponderabili esercitino una potenza attrattiva, la qual combinandosi colle velocità acquistate produce le deviazioni, che si osservano.

Per lo contrario il sistema delle vibrazioni o delle ondulazioni suppone che la luce si propaghi con un moto di vibrazione, il quale si comunica di mano in mano con grande velocità in una sostanza imponderabile detta *etere*. Sicchè in questa ipotesi la luce è simile al suono, almeno nel senso che il suono è un moto di vibrazione nell'aria o generalmente nella materia ponderabile, mentre la luce è un moto di vibrazione nella sostanza eterea. Dovunque il suono si propaga, ci ha materia; dovunque si propaga la luce, evvi etere. Adunque l'etere riempie lo spazio, non essendoci punto dello spazio inaccessibile alla luce: esso trovasi tra il sole e la terra, fra tutti i corpi del nostro sistema planetario, e nello spazio indefinito che dalle più lontane stelle ci separa; conciosiacchè non vi ha punto di questa immensa estensione, che ogni attimo non venga attraversato da innumerevoli raggi di luce, nell'etere è sparso solamente nel voto dei cieli, ma esso penetra in tutti i corpi, tutti gl'intervalli riempie che gli atomi ponderabili lasciano fra di loro. Se l'etere nell'estensione dell'atmosfera non esistesse, la luce degli astri non giungerebbe insino a noi; se non esistesse nell'acqua, nel vetro, nel diamante, ed in tutti i corpi diafani, questi corpi non si farebbero attraversare dalle onde luminose; da ultimo se non esistesse negl' intervalli, che separano gli atomi del nostro inviluppo materiale, la luce non ne potrebbe impressionare, le ondulazioni non passerebbero negli umori degli occhi ed insino alle fibbre nervose della retina, estremo termine visibile, dove la nostra ragione passa tener loro dietro. I corpi opachi sono ripieni di etere anch'essi, conciossiachè diventino trasparenti, quando hanno sufficiente tenuità.

In tal modo il sistema delle ondulazioni ci mena ad ammettere l'esistenza di una materia o piuttosto di una sostanza, in seno alla quale si trovano sparsi seguendo leggi eterne i diversi frammenti di materia ponderabile, che costituiscono i pianeti e gli astri.

Nondimeno se l'etere è dappertutto, non è dappertutto identico con se stesso. Probabile cosa è che nel voto degli spazî celesti del pari, che nel voto artificiale prodotto dalle macchine nostre, niuna differenza ci abbia nella distribuzione di questa sostanza, epperò niuna differenza nel cammin della luce. Ma la luce si move diversamente nell'interno de' corpi; le ondulazioni mutano velocità e lunghezza, e quindi l'etere acquista diverse elasticità. Noi vedremo anche con gli esperimenti di polarizzazione che nella maggior parte de'corpi cristallizzati l'elasticità sua non è in tutti i sensi la stessa.

Se l'etere in tutta l'immensa estension sua stesse in perfetto riposo, l'intero mondo sarebbe in tenebre: ma sia esso scosso in alcuni punti, ed incontanente la luce sghizza è si propaga indifinitamente da tutte parti; siccome in un'atmosfera perfettamente tranquilla la semplice vibrazion di una corda fa nascere un suono, che si propaga in lontananza secondo leggi determinate. Adunque la luce, ch'è il moto, si deve distinguere dalla sostanza eterea stessa, nella quale il moto si compie, siccome il moto vibratorio, che costituisce il suono, si deve distingnere dall'aria, o generalmente dalla materia ponderabile, in cui le vibrazioni si compiono.

Parlando delle onde sonore abbiamo ammesso che il moto delle molecole segua nel senso del raggio sonoro, ch'esse cioè si allontanino o si accostino alternatamente al centro di scotimento; ma qui non dobbiamo considerare il moto di vibrazione in un modo più generico, è ravvisare che il rimovimento delle molecole o delle porzioni dell'etere può così bene farsi perpendicolarmente al raggio che nel senso stesso del raggio: in tal modo, quando si accende nelle tenebre una candela, la luce si propaga in un tempo infinitamente breve, secondo la linea, che va dalla candela all'occhio; ma

niente non impedisce che i moti vibratorî comunicati dall'atto della combustione all'etere ambiente non si compiono perpendicolarmente a questa linea ed in un qualsiasi piano. E sotto questo aspetto totalmente generico noi disamineremo i fenomemi nel sistema delle ondulazioni, salvo ad investigare caratteri distinti per comprovare, se sia possibile, il senso, in cui le vibrazioni realmente si eseguono.

419. *Esperienza di Fresnel sulle frange prodotte dallo scontro de' raggi riflessi.* — Due specchi metallici piani sono verticalmente disposti l'uno accanto all'altro (quasi come le pagine di un libro aperto) in modo da formare tra loro un angolo moltissimo ottuso. (La figura 259 rappresenta un taglio orizzontale degli specchi e del fascio di luce, che serve all'esperienza). D'inanzi a questi specchi una lente cilindrica di un corto foco *a* concentra in *f* un fascio di luce omogenea, che dipoi va in parte a cadere sullo specchio *m* ed in parte sullo specchio *m'*; i raggi, dopo essersi riflessi *lungi dall'intersecamento* degli specchi e *lungi da' loro orli*, vanno a scontrarsi nello spazio, e quivi formano delle *frange*, cioè delle piccole strisce alternamente oscure e lucenti, che si possono osservare con una lente o con un micrometro, che poco appresso descriveremo.

Queste frange offrono i seguenti caratteri:

1° Esse sono parallele al comune intersecamento degli specchi;

2° Sono dall'una e dall'altra parte simmetriche al piano *l c l'*, che passa per questo comune intersecamento e per mezzo della linea *p p'*, che congiunge le immagini del punto *f* sopra ciascuno degli specchi; la frangia centrale, ch'è sopra questo piano, è sempre una frangia brillante;

3° Gli assi di ciascuna di esse si trovano sopra iperboli, i cui fuochi sono in *p* e *p'*, ed il cui centro comune è in *l*;

4° Se si copre l'*un* degli specchi o se con un tramezzo si toglie la luce, che cade sulla sua superficie; *tutte* le frange spariscono;

5° Se il fascio riflesso da uno degli specchi attraversa una lamina trasparente a facce parallele o prima o dopo la riflessione; tutte le frange sono smosse a destra o a sinistra; e quando ciascuno de' fasci attraversa una lamina della stessa sostanza; lo scostamento non segue più in ragione delle doppiezze assolute, ma in ragione della differenza delle doppiezze di queste lamine.

Siffatta esperienza è una delle più importanti dell'ottica, dappoichè nel più evidente modo dimostra questa fondamental verità, cioè che sotto certe condizioni *luce aggiunta a luce ingenera tenebre*. Diffatto è chiaro per esèmpio che la prima frangia oscura, la quale è allato della frangia lucente, riceve luce dà due specchi al pari della stessa frangia centrale, e che il concorso di queste due luci è quello che produce le tenebre, dappoichè ricovrendo l'uno degli specchi, questa striscia acquista uno splendore molto più vivo. Il Grimaldi è stato il primo ch'avesse comprovato questa scambievole azione de' due raggi di luce (*Phisico-mathesis de lumine coloribus et iride*. Bologna, 1665. Prop. 22, p. 187); in appresso il dottore Young l'ha novellamente dimostrata con altri mezzi, e ne ha dedotto il principio generico delle *interferenze*, ch'esprime ad un tempo l'azione stessa e le condizioni con cui si esercita. Sicchè la voce *interferenza* introdotta dal dottore Young nella scienza generalmente significa la scambievole azione, che due raggi di luce esercitano l'uno su l'altro.

420. *Principio delle interferenze*. — Questo principio generale può essere enunciato così:

Due raggi omogenei tramandati dalla stessa sorgente accrescono il loro splendore, quando s'incontrano sotto una picciola obbliguità, dopo avere percorso cammini, la cui differenza è o, $\frac{2d}{2}$, $\frac{4d}{2}$, $\frac{6d}{2}$, cioè un numero *pari* di semi-valori di d: al contrario si distruggono e producono l'oscurità, quando s'incontrano dopo avere percorsi cammini la cui differenza è $\frac{d}{2}$, $\frac{3d}{2}$, $\frac{5d}{2}$, ec., cioè un numero *dispari* di sèmi-valori di d.

Il valore di d è un numero diverso pe'diversi colori, ed anche per le diverse gradazioni dello spettro.

Ecco la tavola de'valori di d determinati da Fresnel con l'estremo grado di esattezza, siccome di presente vedremo.

Tavola de' valori di d, *che determinano i periodi di addizione, o di distruzione di luce.*

Limiti de' colori principali	Valori estremi di d in millionesimi di millimet.	Colori principali	Valori medi di d in millionesimi di millimet.
Violetto estremo	406	Violetto	423
Violetto indaco	439	Indaco	449
Indaco turchino	459	Turchino	475
Turchino verde	492	Verde	521
Verde giallo	532	Giallo	551
Giallo arancio	571	Arancio	583
Arancio rosso	596	Rosso	620
Rosso estremo	645		

Sicchè, appartenendo due raggi al *rosso medio* dello spettro, si distruggono e formano nero, quando s'incontrano dopo aver percorsi cammini, la cui differenza è un numero *dispari* di volte $\frac{620}{2}$ ovvero 310 millionesimi di millimetro: per due raggi violetti la differenza de'cammini percorsi dev'esser solo un numero dispari di volte $\frac{423}{2}$ ovvero 212 millionesimi di millimetro.

Riprendiamo ora l'esperienza degli specchi, e sforziamoci di dedurne le prove del principio testè enunciato e la determinazione de'valori di d.

Il punto p (*fig.* 259) essendo l'immagine del punto f sul primo specchio, si ha $fn = np$ e $cp = cf$.

Per la stessa ragione rispetto al secondo specchio si ha $fn' = n'p'$ e $cp' = cf$.

Adunque $c\,p = c\,p'$.

Dal che segue che la linea $l\,c\,l'$ ha tutti i suoi punti in eguali distanze dalle due immagini p e p'.

Ma la luce, che si riflette sul primo specchio, trovasi per la sua direzione e pel cammino che fa, esattamente come se partisse dal punto p; quella, che si riflette sul secondo specchio, è anche esattamente come se partisse dal punto p'.

Adunque tutt'i raggi come $f\,g\,b$ ed $f\,h\,b$, che vanno a scontrarsi sulla linea $l\,l'$, sono raggi che hanno uguali cammini percorso; ed a vicenda la linea $l\,c\,l'$ essendo ad uguale distanza da' punti p e p', trovasi essere il luogo degli scontri di tutt'i raggi che han percorso uguali cammini. Ora siccome su questa linea evvi dappertutto una frangia centrale brillante, che ha altrettanto splendore quanto la luce riflessa da un solo specchio; ne risulta che i raggi aggiungono il loro splendore, quando s'incontrano dopo aver percorso cammini uguali.

Di presente consideriamo la prima frangia oscura s o a diritta o a sinistra della frangia centrale, e congiungiamone la metà ai due punti p e p', i quali si reputano essere i due punti raggianti. Chiarò è che i raggi $p\,s$ e $p'\,s$, che giungono in questo punto, s'incontrano dopo aver percorso disuguali cammini, la cui differenza è $s\,p - s\,p'$ per la frangia oscura della sinistra, $s\,p' - s\,p$ per quella della diritta. Sicchè non si fa altro, ch'esprimere un fatto, dicendo: I raggi si distruggono, quando s'incontrano dopo avere percorsi cammini, la cui differenza è $s\,p - s\,p'$. Ora avendo Fresnel determinato le posizioni de' punti p e p' ed esattamente misurata la distanza $s\,s$, ei ne ha potuto di leggieri conchiudere la differenza de' cammini percorsi, ed ha per tal modo provato che i raggi de' diversi colori si distruggono, quando han percorso cammini, la cui differenza è 310 millionesimi di millimetro pe' raggi rossi, e 212 millionesimi pe' violetti, ec., conforme alla tavola precedente.

Fresnel ha pur misurato la distanza $s\,s'$ delle fran-

ge oscure del second'ordine, poi quella delle frange del terz'ordine, ec.; poi quella delle frange brillanti del primo, del secondo, del terz'ordine.... Fatto il paragone di queste misure ne risulta il principio fondamentale enunciato più innanzi, che cioè i raggi si raddoppiano, quando la differenza de'cammini percorsi è o, $\frac{2d}{2}$, $\frac{4d}{2}$, ec., e che si distruggono, quando essa differenza è $\frac{d}{2}$, $\frac{3d}{2}$, $\frac{5d}{2}$, ec.

Il cammino iperbolico delle frange è un'immediata conseguenza di siffatto principio: imperciocchè facil si rende il vedere che la serie de'punti, pe'quali la differenza $s\,p - s\,p'$ delle distanze ai punti p e p' rimane costante, forma un ramo d'iperbole avente in p e p' i suoi fochi; che la serie de'punti pe'quali la differenza $s'\,p - s'\,p'$ rimane costante, forma un'altra iperbole avente gli stessi fochi; parimente per la serie de'punti, la cui differenza $s''\,p - s''\,p'$ rimane costante, ec.

Fresnel non ha negletto di verificare tal conseguenza con un gran numero di misure prese in diverse distanze dagli specchi; in tal modo colla sua maravigliosa sagacità e con la scrupolosa precisione, che in tutte le sue ricerche apportava egli è giunto a dar prove dirette ed irrevocabili del principio della mutua azione dei raggi luminosi e delle leggi, secondo le quali quest'azione si esercita.

Il principio delle interferenze stabilite con questi dati non è altro adunque, se non l'espressione di un fatto.

Ed ora s'intende perchè le frange spariscono, quando si sopprime la luce riflessa dall'un degli specchi, dappoicchè allora non vi possono essere più interferenze: i raggi dello specchio scoverto seguono il lor cammino senza esser distrutti in parte, e ne risulta una luce di tinta uniforme in tutta l'estensione del fascio riflesso.

E s'intende del pari perchè le frange siano smosse dall'interposizione di una lamina trasparente nel fascio

dell' un degli specchi; imperocchè essendo la velocità della luce diversa ne' diversi mezzi; i raggi non impiegano lo stesso tempo ad attraversar la doppiezza della lamina interposta, ed una stessa doppiezza di aria. Se prendono più tempo nella lamina, gli è come se avessero a far più cammino nell' aria. Quindi ne risulta una verace disuguaglianza ne' cammini percorsi, ancorchè le lunghezze di questi cammini siano geometricamente uguali. Di quì lo scostamento delle frange, e, siccome il senso di tale scostamento osservato la prima volta dal Sig. Arago annunzia sempre un ritardamento nella luce, che attraversa la lamina di vetro, ne risulta evidentissimamente che la luce con più lentezza movesi nel vetro, che non nell' aria.

421. *Spiegazione del principio delle interferenze nel sistema delle ondulazioni.* — Immaginiamo una linea indefinita ax (*fig. 255*), secondo la quale si propaghi della semplice luce di una gradazione qualunque. Prima di tutto per rendere la spiegazione più agevole ammettiamo che i moti di vibrazione si compiano nel senso del raggio, cioè che sulla linea ax una data molecola di etere riceva l' una dopo l' altra due contrarie velocità: velocità positive, per esempio, che la spingano nel senso ax della propagazione, e di poi velocità negative, che la richiamino nel senso xa verso l' origine del moto, che noi supporremo in parte a sinistra del punto a. Necessariamente le velocità positive passano per vari gradi d' intensità: dapprima esse son nulle, diventano crescenti, giungono ad un *maximum*, e decrescono poi fino a ritornare zero. Lo stesso è delle velocità negative, e di vantaggio si ammette che queste passino esattamente per gli stessi periodi delle prime. Quindi se tutte si considerano ad un tempo le molecole della linea $a\ x$, se ne troveranno in tutti gli stati e con tutti i possibili gradi di velocità. Nel punto e per esempio la velocità sarà nulla; poscia i punti precedenti fino al punto d avranno velocità positive, che saranno crescenti fino in p ma in seguito decrescenti; da d in c le velocità saranno negative, ed avranno anche il loro maximum

nel punto p; da c in a esattamente si rinnoveranno gli stessi periodi, e così appresso su tutta l'estensione della linea luminosa. La lunghezza della linea e c, sulla quale trovasi un periodo compiuto delle velocità nell'ordine loro, è ciò, che dicesi *la lunghezza dell'ondulazione*. Questa lunghezza è di 520 millionesimi di millimetro pe' raggi rossi medi, e di 423 millionesimi solamente pe' violetti. Sicchè sospendendo col pensiero il rapido corso di un raggio luminoso, ed osservandolo tal qual è in quell'attimo, troverebbesi per la luce rossa un milione di ondulazioni nella lunghezza di 620 millimetri, od un milione di spazi, come ae, d e, ec.

Ora per meglio dipingere agli occhi i diversi stati delle molecole nella lunghezza di un'ondolazione, ci si può da ciascuna molecola innalzare sulla linea a x una perpendicolare, che rappresenti in lunghezza la velocità corrispondente, e siccome la direzione di questa velocità è da a verso x pe' punti compresi tra e e d, ed al contrario da x verso a pe' punti compresi tra d e c, innalzandosi queste perpendicolari *al di sopra* di a x nel primo caso ed *al di sotto* nel secondo, la linea tortuosa e m d m e formata dagli estremi di queste perpendicolari potrà dare una giusta immagine della direzione e della grandezza delle velocità. Le linee curve delle velocità formate secondo questi principi e queste convenzioni possono servire eziandio a caratterizzare le ondolazioni, e siccome può concepirsi una infinità di curve diverse passando pe' punti e, d e c, ed adempiendo le richieste condizioni di grandezze e di simmetria; chiaro è che vi possono essere un'infinità di ondolazioni diverse, tutte aventi la stessa lunghezza.

Dopo aver conosciuto lo stato, in cui si trovano i *diversi punti* dalla linea luminosa ax in *un dato istante*, noi dobbiamo esaminar pure lo stato in *un punto medesimo* considerato in *molti istanti consecutivi*. Il punto e per esempio è in riposo, la sua velocità è nulla; ma negl' istanti appresso tutte le velocità, che impressionano *di presente* i punti precedenti fino a e andranno ad impressionare *successivamente* il punto e.

Sicchè dire che un'ondolazione passi per un dato punto è dire che questo punto riceva successivamente nell'ordine loro tutte le velocità, che costituiscono l'ondolazione.

Ciò posto consideriamo un'altra linea *ax* (*fig.*256), ed un'altra ondolazione identica colla precedente, che si propaga secondo questa linea; supponiamo ancora che questa ondolazione trovisi con la prima di accordo, cioè che in un dato istante i punti di riposo e di moto esattamente si corrispondano. Sicch'è manifesto che, se evvi accordo perfetto in un dato istante, questo accordo sempre si manterrà. Quando il punto *c* sarà in riposo sulla prima linea, lo sarà sulla seconda; quando avrà il maximum di velocità positiva sulla prima, avrallo sulla seconda, ec. Ora se con un qualsivoglia mezzo si potesse condurre il raggio luminoso *ax* della figura 256 in coincidenza col raggio *ax* della figura 255, senza niente mutare all'accordo in cui sono; è chiaro che tutte le velocità sarebbero duplicate dalla sovrapposizione de' piccoli moti, e che l'intensità della luce ne verrebbe accresciuta.

Il risultamento sarebbe ancora lo stesso, se l'uno de' raggi fosse in ritardo o in avvanzo sull'altro di una o di molte intere ondolazioni, ovvero, il che torna lo stesso, di un *numero pari* di semi-ondolazioni.

Ed infine sarebbe ancora lo stesso, se i due raggi invece di sovrapporsi andassero solo a concorrere nello stesso punto ed a scontrarsi sotto una picciola obbliquità.

Adunque primamente due raggi omogenei aggiungano il loro splendore, quando s'incotrano sotto una picciola obbliquità e l'uno di essi è rispetto all'altro in avvanzo o in ritardo di un *numero pari* di semi-ondulazioni.

Ma se l'uno de' raggi è in ritardo sull'altro di una semi-ondulazione, come il raggio a' x' (*fig.* 257) rispetto al raggio *ax* (*fig.* 256), i fenomeni cangiano totalmente apparenza: allora il punto *e* per esempio (*fig.* 256) corrisponde al punto f' *fig.* 257). Il primo di questi punti viene ad essere attraversato dall'onda *e d c*, ed il secondo dall'onda f' e' d': sicchè l'uno pren-

derà velocità positive, mentre l'altro riceverà uguali velocità negative, e *viceversa*. Quindi supponendosi che i due raggi $a\,x$ ed $a'\,x'$ siano condotti in coincidenza, le velocità ogn' istante si distruggeranno per la sovrapposizione loro, e tutt' i punti saranno in riposo; non più ci avrà moto, non luce.

In tal modo la coincidenza di due raggi omogenei può produrre le tenebre perfette.

Il risultamento sarebbe lo stesso, se l'uno de' raggi fosse in ritardo od in avvanzo sull' altro di un qualsivoglia numero dispari di semi-ondulazioni.

Anche lo stesso sarebbe, se i raggi s'incontrassero sotto una piccola obbliquità.

Adunque in secondo luogo due raggi omogenei si distruggono e producon le tenebre, quando s'incontrano sotto una picciola obbliquità, e l'uno rispetto all' altro è in ritardo o in avvanzo di un *numero dispari* di semi-ondulazioni.

L'analisi da noi fatta qui innanzi de' moti oscillatori, che si compiono nel senso del raggio, manifestamente si applica a quelli, che si potrebbero compiere perpendicolarmente al raggio, postochè si trovano nello stesso piano; dappoichè, se si trovassero in piani diversi la composizione loro è ad altre leggi sommessa.

E così è che il principio delle interferenze diventa una necessaria conseguenza del sistema delle ondolazioni. Ora riportandosi all' esperienza degli specchi, se ne potrà fare di leggieri l'analisi, e riconoscere che la disugualità de' cammini percorsi da' raggi, che vanno a formare le frange oscure e brillanti, produce un ritardo di un numero dispari di semi-ondulazioni nel primo caso, e di un numero pari nell' altro.

422. *Descrizione dell' apparecchio generale di diffrazione.* — Le figure da 248 a 253 rappresentano i diversi pezzi nell'apparecchio compiuto di diffrazione, o *banco di diffrazione*, che ho fatto costruire per la facoltà delle scienze dal Sig. Soleil, che adopera minutissime cure ed ingegnosa abilità nella costruzione degl'istrumenti di ottica.

a è un piatto di legno sostenuto da viti calanti della lunghezza di poco più di due metri; *b* è un pezzo solidissimo di ghisa due metri lungo, accomodato a guisa di un banco di torre, cioè che i suoi due orli superiori sono perfettamente diritti, l'uno *c* è piatto e l'altro *d* prismatico, sopra questo banco si adattano de'sostegni di rame come *s* (*fig. 248*), *s'* (*fig. 249*), *s''* (*fig. 250*), tutti aventi la stess' altezza ed il medesimo asse; nel sostegno *s''* vedesi la specie di scanalatura destinata a ricevere successivamente i mastietti n° 1 a n° 17 (*fig. 251*), su'quali sono disposti gli apparecchi che debbono operare sulla luce. Fra questi apparecchi i due primi son destinati ad esser posti sul *primo sostegno*, *s''*, cioè in cima al banco; essi servono solo a disporre la luce in fasci di convenevoli forme e dimensioni; sono gli altri destinati ad essere posti sul *secondo sostegno*, *s'*, cioè ad una certa determinata distanza dietro il primo sostegno, per ricevere la luce e produrre i diversi fenomeni d'interferenza o di diffrazione.

N° 1. Lente cilindrica per la cima del banco;

N° 2. Apparecchio ad ugnature, che dà una fenditura di variabil grandezza; esso deve in molte esperienze esser sostituito alla Lente cilindrica;

N° 3. Tramezzo ad ugnatura, che copre la metà dell' apertura del mastietto;

N° 4. Un sottil filo metallico, un crine o un capello;

N° 5. Un'ago, o un pezzo tagliato a punta;

N° 6. Un'asta di circa un millimetro di diametro. Evvi da ciascun lato un tramezzo mobile, l' un' opaco per l'esperienza del dottore Young, l' altro trasparente per quella del Sig. Arago;

N° 7. Piccolo cerchio opaco sopra una lamina di vetro;

N° 7. *bis*. Apertura circolare più piccola del cerchio opaco n. 7; si dee porre sul primo sostegno, quando il cerchio n° 7 si mette sul secondo;

N° 8. Apparecchio ad ugnature pel secondo sostegno, il capo della vite debb'esser partito, perchè si pos-

sa esattamente misurare la larghezza dell' apertura, o la distanza delle ugnature;

N° 9. Apertura circolare di circa un millimetro per le frange circolari; ce ne vogliono due consimili, l' una pel primo, l' altra pel secondo sostegno;

N° 10. Specchio di vetro nero per le frange nascenti dall' influenza degli orli sulla riflessione; se ne vede il taglio al di sotto;

N° 11. Specchio simile al precedente ma stretto abbastanza, perchè i due orli operino a modo di due ugnature vicine; se ne vede il taglio al di sotto;

N° 12. Tre aste del diametro di uno a due millimetri, le due aste degli orli servono solo a produrre delle fessure da ciascuna banda di quella di mezzo; in questo stato essa serve a fare con la luce solare l'esperimento delle fessure strette del dottore Young; evvi inoltre un tramezzo opaco per chiudere ad arbitrio una delle fessure sopra una parte della sua altezza; dall'altro lato il tramezzo di vetro del Sig. Arago per coprire le due fessure od una sola;

N° 13. Apparecchio simile al precedente, ma ad aste più esili per fare le stess'esperienze con la luce della lampada;

N° 14. Due aperture circolari picciolissime per l' esperienza di Grimaldi con tramezzi simili ai precedenti;

N° 15. Disposizione del bi-prisma del Sig. Pouillet rappresentato a parte (*fig. 252*);

N° 16. Disposizione degli specchi di Fresnel rappresentati a parte (*fig. 258*);

N° 17. Reticella formata da tratti diamanti equidistanti paralleli, o sopra vetro o sopra piastre metalliche; vi sono da 20 a 100 tratti a millimetro.

Per fare gli esperimenti con la luce solare, si adduce nella camera nera pel mezzo dell'eliostato un fascio di luce secondo l' asse ottico del banco di diffrazione, e questa luce preparata dalla lente n.° 1 o dall'apertura n° 2 del primo sostegno va a cadere sull' apparecchio del secondo sostegno. Se vuolsi operare sulla luce

omogenea, mettesi un vetro rosso dietro al primo sostegno, ovvero si adatta un prisma all'imposta medesima della camera nera, e se ne dipingono successivamente i vari colori sul banco di diffrazione.

Quando si vuole impiegare della luce artificiale, dinanzi alla cima del banco mettesi una fiamma di alcool salato od una lampada di Carcel, avente oltre il suo cammino di vetro un cammino di latta perforato di rimpetto alla fiamma di una picciola finestra, per la quale la luce si dirige secondo la lunghezza dell'apparecchio e si procede come colla luce solare.

In entrambi i casi le frange prodotte si osservano presso l'altro estremo del banco col *micrometro di Fresnel*, ch'è posto in assetto nella figura 248. Quest'apparecchio si compone di una vite micrometrica *v*, il cui passo è per esempio di $\frac{1}{2}$ millimetro, e la cui testa è partita supponiamo in 500 parti, in modo che una divisione corrisponda ad uno spostamento di un millesimo di millimetro; la vite trascina nel suo moto un pezzo di rame perforato da un pertugio, in cui si adatta una lente rappresentata a parte in *l*, e nel foco della lente è teso un filo verticale sottilissimo, che si muove con esso e col pezzo di rame sul quale è incastrato. Dal che si comprende che per misurare la distanza assoluta di due frange oscure o brillanti basta osservare sul capo della vite quante divisioni ha dovuto girare, perchè il filo micrometrico passi dalla metà dell'una delle frange su quella dell'altra. Per condurre la lente verso il punto, in cui le frange cadono, si fa movere lateralmente tutto il sistema del micrometro sul grande pezzo *y*, per mezzo di un rocchetto dentato *z* e di una *scaletta w*. Le distanze tra l'apparecchio agente del secondo sostegno, ed il filo micrometrico della lente si misurano con grand' esattezza per mezzo della divisione del banco stesso.

Gli specchi di Fresnel sono incastrati, come abbiamo detto, sul mastietto n° 16, ma abbiamo giudicato necessario rappresentarli a parte e più in grande (*fig.* 258). Il 1° specchio *m* è fissato con 3 viti; il 2° *m'* è mobile sulle punte delle due viti *a* è *b*, e più o meno

s'inclina per mezzo della 3.a vite *c*. Il mastietto, su cui stanno, si mette a circa 2 decimetri dalla cima del banco, ed allora si può avvanzare il micrometro dall'estremo del banco fin presso agli specchi per osservare le frange nelle varie posizioni, o che si producano per mezzo della luce dello spettro, o per mezzo della lampada di Carcel e di un vetro rosso.

Siccome questa esperienza è molto delicata, io aveva una volta pensato di supplirvi col doppio prisma del mastietto n° 15, la cui sezione è a parte rappresentata nella figura 252 l'inclinazione delle facce *a* e *b* è molto eccedente, dovendo essere oltremodo picciola; e ben s'intende che essendo le doppiezze del vetro attraversate dalla luce pochissimo diverse, si ottengono in tal modo differenze di cammini percorsi simili a quelle, che danno gli specchi, e per conseguenza frange, che offrono gli stessi caratteri.

Quando questi esperimenti ed i seguenti fannosi con luce bianca, i fenomeni cangiano apparenze: non più si osservano frange a vicenda oscure e lucide, ma frange variamente colorate. Di fatto essendo le frange violette sempre più strette delle rosse e quindi più chiuse, si vede bene che i diversi sistemi di frange di diversi colori si sovrappongono distendendosi le une sulle altre, in modo da formare delle tinte composte, che si succedono in un ordine regolarissimo. La figura 254 dà un'immagine di questa composizione; essa rappresenta solo le frange rosse, verdi e violette, e si può facilmente giudicare con l'occhio ciò che, sovrapponendole, si otterrebbe.

423. *Frange prodotte dagli orli de' tramezzi.* — Quando sul 1° sostegno dell'apparecchio generale si mette il mastietto n° 1 ed il mastietto n° 2 sul 2° sostegno; la linea, che va dal foco della lente cilindrica all'orlo del tramezzo, determina l'ombra geometrica, e si scorge che a qualunque distanza si osservi non evvi alcuna frangia in questa ombra; evvi soltanto una tinta che va rapidamente digradando: ma fuori dell'ombra nello spazio, che dovrebbe essere uniformemente illuminato, si distinguono molte frange oscure e brillanti, quan-

do si adopera luce omogenea; e molte frange di vari colori, quando si adopera luce bianca. Osservandole a diverse distanze col micrometro comprovasi di leggieri che la 1ª, la 2ª e tutte le seguenti si trovano sopra branche d'iperboli sempreppiù aperte, aventi la cima loro nell'orlo del tramezzo ed il loro centro comune nella metà della distanza, che separa il tràmezzo dal punto luminoso, cioè dal foco della lente. Queste osservazioni per comprovare il cammino iperbolico delle frange agevolmente si fanno mediante un largo tramezzo ad orli paralleli, bastando allora di misurare la distanza delle due frange dello stess'ordine, l'una collocata a diritta e l'altra a sinistra, di diffalcarne la larghezza dell'ombra del tramezzo e di prendere la metà del restante, ch'esprime la distanza dalla frangia all'ombra geometrica.

Ecco ora il principio generale, onde Fresnel spiega la formazione delle frange e tutte le lor proprietà, qualunque sia l'apparecchio che si usi a produrle.

« Le vibrazioni di un'onda luminosa in ciascun » de'suoi punti possono riguardarsi come la somma dei » moti elementari, che vi mandassero nello stesso momento, isolatamente operando, tutte le parti di questa onda considerata in una qualsivoglia delle sue antecedenti posizioni. »

Sicchè essendo il punto f (*fig.* 260) un punto luminoso, o il foco di un fascio di luce semplice, e rappresentando il cerchio $x\,z\,x'$ una porzione dell'una delle onde mandate da questo punto luminoso; la velocità, che sarà prodotta in un qualsiasi punto p, quando vi passerà quella porzione dell'onda, sarà la stessa della velocità, che sarebbe prodotta in esso punto dalla risultante di tutte le azioni, che i diversi elementi $a\,m\,c$ dell'onda potessero esercitare su di essa; considerandoli come altrettanti centri di spostamento o punti luminosi particolari. Ancora accade che nella composizione de'moti elementari mandati in p dalle diverse parti dell'onda $x\,z\,x'$, non si vuole tenere di altro ragione, che delle parti prossime al punto z situato sulla linea fp, e totalmente negligere quelle, che non son contigue abbastanza, perchè le linee

corrispondenti, come $a\,p$, $m\,p$, $c\,p$, abbiano un' inclinazione notevole, dappoichè le loro azioni diventan contrarie e si distruggono scambievolmente. Di fatto prendiamo per esempio questi tre punti m, a, c, di modo che $a\,p - m\,p$ sia uguale ad $m\,p - c\,p$ ed uguale ad una semi-ondolazione: per cagion dell' obbliquità di queste linee e della lunghezza loro ch'è quasi infinita rispetto alla lunghezza tanto piccola di una semi-ondolazione, è manifesto che i picciolissimi archi $m\,a$ ed mc saranno uguali tra loro; ora essendo in discordanza le ondolazioni, che giungerebbero in p secondo $a\,p$ e secondo $m\,p$, cioè in differenza di una semi-ondolazione; si distruggerebbero: del pari le onde, che partirebbero da tutti i punti compresi tra a ed m, essendo in discordanza con quelle, che partirebbero da' punti corrispondenti compresi tra m e c, si avrebbe una distruzione compiuta, poichè $a\,m = m\,c$. Adunque la risultante delle azioni dell'onda $x\,z\,x'$ sul punto p dipende solo dalle azioni prodotte da diversi punti di quest'onda, che stanno a breve distanza dal punto z. Ciò che diciamo del punto p si applica pure al punto p' e ad ogni altro qualsivoglia punto; cioè che la risultante delle azioni, esercitate da'diversi punti di un'onda sopra un punto dato, dipende solo dalle azioni prodotte da'punti di quest'onda, che si trovano a breve distanza dalla linea tirata dal punto luminoso al punto dato. Tutte queste risultanti, quando l'onda liberamente si propaga, sono uguali pei punti, che stanno alla stessa distanza del punto luminoso; e la luce è uniforme.

Ma quando l'onda $x\,z\,x'$ incontra un'ostacolo, per esempio un tramezzo $z\,v$ (*fig. 261*), la porzione $z\,x'$ venendo fermata; la risultante delle azioni, che si esercitano sul punto p, è prodotta soltanto da'diversi punti della porzione $z\,x$ dell'onda, che rimane libera. Quindi a conoscere l'influenza di un tramezzo bisogna saper calcolare la risultante delle azioni, che i diversi punti della parte libera dell'onda possono esercitare su di un punto dato.

Ora se questo punto è per esempio in p', in modo che la linea $f\,p'$ vada a forare la superficie dell'onda $x\,z\,x'$

in un punto z' alquanto lontano dall' orlo z del tramezzo, segue da quanto abbiamo veduto che, essendo la risultante dipendente solo da' punti prossimi al punto z' e del tutto indipendenti da' punti lontani come z ed x', lo splendor della luce ricevuta in p' non sarà per niente modificato dalla presenza del tramezzo. Ecco perchè le frange diffratte mai non si estendono al di là di una breve distanza angolare dall' orlo del tramezzo.

Ma se il punto dato è in p'', in modo che fp'' perfori l'onda in un punto z'' prossimo a z abbastanza, perchè l' azione esercitata secondo zp'' non possa essere negletta, allora la luce, che giunge in questo punto p'', è modificata dalla presenza del tramezzo.

Noi ci sforzeremo di far intendere il principio di queste modificazioni e la causa delle alternative di ombra e di luce, ch'esse producono. Per rendere semplici le idee ragioneremo soltanto di ciò che accade nel piano della figura; è facile il vedere che tutto sarà consimile ne' piani vicino a questo, o che il foco f provvenga da una lente cilindrica parallelo all'orlo del tramezzo, o che provvenga da una lente sferica o da una picciolissima fenditura.

Sia f il punto luminoso (*fig.* 262) ed $x\ z\ x'$ la porzione di un'onda, che propagasi verso il punto p. Tiriamo la linea pf e separiamo col pensiero gli effetti prodotti sul punto p dalle due porzioni $x\ z$ e $z\ x'$ dell' onda $x\ z\ x'$, essendo queste porzioni abbastanza estese per comprendere tutt'i punti dell'onda, che possono trasmettere in p delle sensibili azioni; dappoichè dietro ciò che precede noi possiamo negligere quanto mai sta ad una distanza un po' grande dal punto z. Essendo tutto simmetrico da ciascun lato di fz, chiaro è che la somma delle azioni prodotte in p da $x\ z$ sarà identica alla somma delle azioni prodotte nello stesso punto da $z\ x'$, e che, se si rappresenta con 1 la velocità risultante dalle prime, 1 sarà anche la velocità risultante dalle seconde; e quindi 2 sarà la velocità, che il punto p dee possedere, quando riceve pienamente e senza ostacolo la somma delle azioni, che tutti i punti *efficaci* dell' onda $x\ z\ x'$ possono esercitare su di esso.

Col punto p come centro e col raggio $p\,z$ descriviamo un arco di cerchio, e disegniamo le linee $p\,b$, $p\,s$, $p\,b'$, $p\,s'$, ec.; in modo che le parti loro $b\,t$, $s\,r$, b', t', $s'\,r'$, ec., comprese fra gli archi $z\,x'$ e $z\,k$ siano rispettivamente uguali, la prima ad una semi-ondulazione, la seconda a due semi-ondulazioni, la terza a tre semi-ondulazioni, ec.; allora da questa semplice costruzione si potranno dedurre le seguenti illazioni:

1° Gli archi corrispondenti $z\,b$, $b\,s$, $s\,b'$, $b'\,s'$ ec. dipenderanno per le loro grandezze, e dalla distanza dell'onda $x\,z\,x'$ dal punto luminoso f, e dalla distanza del punto p, dall'onda $x\,z\,x'$; ma in tutti i casi essi andranno scemando con maggiore o minore celerità: essendo il primo $z\,b$ più grande del secondo, questo del terzo, ec.

2° Tutti i punti compresi da z in b o sul primo arco eserciteranno sul punto p delle azioni *cospiranti* fra loro qualunque sia d'altra parte l'ordine, onde decresce l'intensità di queste azioni, siccome si allontana da z; lo stesso sarà delle azioni esercitate da' punti compresi da b in s o sul secondo arco, e da s in b', e da b' in s', ec.

3° Le azioni esercitate da' punti compresi da z in b o sul primo arco saran *discordanti* colle azioni esercitate da' punti compresi da b in s o sul secondo arco; queste saranno discordanti con quelle del terzo; che discorderanno a loro volta con quelle del quarto, ec; dappoichè l'azione, che si esercita secondo $z\,p$ sarà in compiuta discordanza con quella, che si esercita secondo $b\,p$, poichè per ipotesi le lunghezze di queste linee differiscono di una semi-ondulazione. Per la stessa ragione ciascuno de' punti compresi fra z e b sarà in discordanza con l'uno de' punti compresi fra b ed s, potendosi questi due punti scegliere in modo, che la differenza delle distanze loro dal punto p sia di una semi-ondulazione, ec.

4° Malgrado queste compiute discordanze l'azione del primo arco $z\,b$ non sarà distrutta, se non parzialmente da quella del secondo arco $b\,s$, essendo $z\,b$ maggiore di $b\,s$, ed operando i punti di $z\,b$ sul punto p

meno obbliquamente e quindi più energicamente de'punti di $b\ s$; del pari l'azione del terzo arco non sarà parzialmente distrutta da quella del quarto, ec; adunque la risultante totale delle azioni dell' arco $z\ x$ sul punto p non è altra cosa, che le differenze delle azioni discordanti e contrarie prodotte sopra questo punto dal 1° e 2° arco, dal 3° e 4°, ec, ovvero, se piace, questa risultante è l'eccesso delle azioni prodotte dagli archi dispari sulle azioni prodotte dagli archi di ordine pari; essendo tutti questi archi determinati, come si è veduto, dalla condizione che le linee $p\ z$, $p\ b$, $p\ s$ differiscono di una semi-ondulazione. Ed è questa differenza o questo eccesso che dà al punto p in un senso o nell'altro una velocità da noi supposta uguale ad 1.

5° Il primo arco o il più prossimo alla linea fp determina il senso di questa velocità impressa dalla risultante totale; e se per esempio si potesse arrestare o sopprimere l'azione di tutti i punti compresi tra z e b, la risultante di tutti i rimanenti archi darebbe in p una velocità minore di 1, ed il punto p vibrerebbe nel senso della risultante di $b\ s$, cioè sarebbe in discordanza colla risultante delle azioni di $z\ b$. Di qui segue ancora che l'azione prodotta dal solo primo arco vince in intensità l'azione prodotta da tutti gli altri insieme; dappoichè il risultamento muta segno, secondochè il primo vi entra o no. E ciò, che qui diciamo del primo rispetto a tutti gli altri, si applica a ciascuno qualsiasi degli archi rispetto a tutt'i seguenti; sempre l'azione isolata di ognuno supera in intensità la somma delle azioni di tutti i seguenti.

Siffatte conseguenze ci menano alla verace cagione della produzion delle frange.

Di fatto, supponiamo 1° che un tramezzo arresti tutta la parte $z\ x$ dell'onda $x\ z\ x'$ (*fig. 262*); il punto p riceve in tal caso l'azione della parte $x\ z$ ed acquista una velocità uguale ad 1.

Supponiamo 2° che l'orlo del tramezzo sia in b, allora la parte $b\ x'$ è la sola fermata, il punto p riceve l'azione di $x\ z$, più l'azione di $z\ b$; queste azioni son

cospiranti, e ne risulta in p una velocità eguale ad 1 dalla parte di $x\,z$, e maggiore di 1 dalla parte di $z\,b$. Adunque allorchè il punto p è situato in modo relativamente al tramezzo, che la somma delle distanze $fb + pb$ dall'orlo del tramezzo vince *di una semi-ondulazione* sulla linea retta $f\,p$, esso riceve *maggiore velocità* che non riceverebbe, *se il tramezzo non esistesse.*

Supponiamo 3° che l'orlo del tramezzo, sia in s, la parte $s\,x'$ è sola fermata; il punto p riceve l'azione di $x\,z$, più l'azione di $z\,s$: la prima dà in p una velocità uguale ad 1; la seconda, essendo solamente l'eccesso della risultante di $z\,b$ su quella di zs, dà una velocità molto minore di 1; adunque, allorchè il punto p relativamente al tramezzo è posto in modo, che la somma delle distanze $fs + ps$ dall'orlo del tramezzo, supera di *due semi-ondulazioni* la linea retta $f\,p$, esso riceve molto *minore velocità*, che non riceverebbe, se il tramezzo non esistesse.

Seguitando lo stesso ragionamento noi possiamo generalmente conchiudere che la presenza di un tramezzo aumenta la velocità di vibrazione in tutt' i punti, in cui la linea interrotta, che giunge al punto luminoso passando per l'orlo del tramezzo, supera di un numero *dispari* di semi-ondulazioni la linea retta, che giunge direttamente al punto luminoso; la traccia di tutti questi punti forma adunque la traccia di tutte le frange brillanti; ed al contrario la presenza del tramezzo scema la velocità di vibrazione in tutt'i punti, in cui la linea spezzata, che giunge al punto luminoso radendo l'orlo del tramezzo, supera di un numero *pari* di semi-ondolazioni la linea retta, che direttamente al punto luminoso perviene; sicchè la traccia di tutti questi punti forma la traccia di tutte le frange oscure. Dal che possiamo conchiudere che le tracce di queste formino delle iperboli e non delle linee rette; che le sono più chiuse nella luce violetta che non nella luce rossa; da ultimo che le distanze loro dall'ombra geometrica variano colla distanza del punto luminoso dal tramezzo, e con quella della tavola su cui si ricevono.

In tuttociò che precede abbiamo parlato solo delle velocità di vibrazione, che dee prendere il punto p secondo la sua posizione rispetto alla parte dell'onda, che non è dal tramezzo arrestato; dappoichè in fatto queste sono le velocità immediatamente risultanti dalla composizione de' moti elementari, che riceve dalle diverse parti dell'onda luminosa. Quanto all'*intensità della luce* od alla vivacità d'impressione, che ne possiamo ricevere; la non è a queste semplici velocità proporzionale, ma sibbene al quadrato di esse, essendo evidentemente proporzionale alla forza viva, val dire al quadrato della velocità moltiplicata per la densità del mezzo; ed in fondo al nostro occhio per la struttura medesima questa densità dell'etere è costante. Da ultimo osserviamo che, tanto per la luce come pel suono, il cangiamento di velocità non varia l'isocronismo delle vibrazioni; ma soltanto l'ampiezza loro; un suono grave rimane sempre grave, dappoichè le sue vibrazioni si compiono sempre nello stesso tempo: la luce rossa rimane sempre rossa per la stessa ragione, ed ella differisce dalla luce violetta, perchè corrisponde ad un minor numero di vibrazioni nel tempo stesso, siccome per la stessa causa un suono grave differisce da un suono acuto. Partendo da questi dati Fresnel è giunto non solamente a spiegare la formazione delle frange in tutti i possibili casi, ma a dar formole per calcolare l'intensità della luce e la natura delle tinte, che si sviluppano ne'principali fenomeni d'interferenza o di diffrazione.

424. *Frange interne prodotte nell'ombra de'corpi delicati o de'tramezzi stretti.* — Sia $l\,l'$ (*fig. 263*) un tramezzo, f un punto luminoso, $x\ l\ l'\ x'$ l'onda incidente, che noi supporremo appartenere alla luce rossa omogenea, t il foco della lente, sul quale ricevesi l'ombra del tramezzo, $g\ g'$ la larghezza dell'ombra geometrica, e p un punto qualsiasi situato in quest'ombra, il cui asse è secondo la linea $f\ z\ t$.

Sul cerchio $x\ l\ l'\ x'$, che rappresenta l'onda incidente, si prendano a sinistra di $p\ l$ de'punti a,b,c,d ec., in modochè congiungendoli al punto p la differen-

za di due queste linee consecutive sia uguale alla semilunghezza di un'ondulazione.

A diritta di $p\ l'$ si prendano parimente de'punti a', b', c' ecc., che adempiano la stessa condizione.

Ciò posto per conoscere la velocità, che dee prendere il punto p, basta osservare ch' essa procede dalle quantità parziali di moto trasmesse dalla porzione $l\ x$ dell'onda incidente e della porzione $l'\ x'$.

Ora essendo gli archi $l\ a$ ed $a\ b$ essenzialmente ineguali, e di più l'intensità degli scuotimenti, che i loro diversi punti possono eccitare in p variando in ragione della loro inclinazione crescente sulla linea pf; ne risulta che questi due archi insieme presi mandano luce al punto p, che lo stesso è de' due segnenti, e lo stesso ancora de'due appresso, finchè non si giunga ad un gruppo di due archi, ne'quali le linee tirate dal punto p siano talmente inclinate sopra $p\ f$, che si possano considerare come nulle del tutto le differenze degli scuotimenti, che accadono in queste direzioni.

Si può col calcolo tentar di determinare l'intensità e la direzione di questa risultante di tutti gli scuotimenti parziali, che i diversi punti dell'onda $l\ a$ tramandano al punto p; ma la teorica non ha finora imparato a sciogliere tal quistione in un modo generico, e noi da un'altra parte ci dobbiamo qui ristringere a fare osservare che l'arco $l\ a$ è fra tutti quello, che produce il maggiore effetto sul punto p, dappoichè opera più da presso e sotto la minima obbliquità. Sicchè in tutti i casi la risultante avrà una direzione come $p\,r$ più o meno prossima a $p\ l$. Ma questa direzione muterà per due cause: 1° rimanendo la stessa la distanza dal punto luminoso al tramezzo, la risultante tanto più si allontanerà da $p\ l$, quantopiù il punto p si accosterà all' orlo dell' ombra geometrica dal lato di g, dappoichè le linee $p\ a$, $p\ b$, diventano meno oblique, gli scuotimenti, che accadono nel punto p secondo queste linee, acquistano più intensità; 2° rimanendo il punto p lo stesso, se il punto luminoso si accosta o si allontana dal tramezzo $l\ l'$, il cerchio, che rappresenterà l'onda incidente e che pas-

*

sa sempre pe' punti l l', sarà in dentro o fuori del cerchio x l, e cangiando questa circostanza la disposizione de' punti a, b, c, ecc., e l'obbliquità delle linee tirate da questi punti al punto p, chiaro è che la direzione della risultante p r degli scuotimenti eccitati in questo punto sarà pur essa cangiata, e di tanto più ravvicinata a p l, per quanto il punto luminoso sarà più presso al tramezzo.

Adunque, in ultimo risultamento, la luce, che la porzione l a dell'onda manda al punto p, dalla larghezza del tramezzo dipende, dalla sua distanza dal punto luminoso, e dalla posizione di questo punto p nell'ombra geometrica.

Quanto abbiamo detto della porzione l x dell'onda vale per la porzione l' x', la quale dà per conseguenza anche al punto p una risultante p r', la cui direzione è più o meno prossima al punto p l'. Ma, per una distanza medesima del punto luminoso dal tramezzo, vedesi che questa risultante si accosta a p l', siccome il punto p si approssima all'orlo g dell'ombra geometrica, e quindi siccome la risultante di la si allontana da p l; e reciprocamente la risultante p r' allontanasi da p l' siccome il punto p si approssima all' orlo g' dell'ombra geometrica, e quindi siccome la risultante p r si accosta a p l.

Queste due risultanti p r e p r' determinano la velocità del punto p; quante volte saranno concordanti vi sarà una velocità maggiore, e luce più viva, e minore velocità e per conseguenza tenebre, quante volte saranno discordanti. Il primo caso avrà luogo, quando la differenza de' cammini percorsi p r e p r' sarà nulla o uguale ad un numero pari di semi-ondulazioni; ed il secondo caso, quando questa differenza medesima sarà uguale ad un numero dispari di semi-ondulazioni.

Per tutt' i punti situati sopra l'asse dell'ombra geometrica f m y la differenza de' cammini percorsi sarà sempre nulla, ed il centro stesso dell' ombra sarà sempre una frangia brillante.

Il punto p allontanandosi dall' asse sulla linea t

giungerà tosto in una posizione, per la quale la differenza delle linee $p\ r$ e $p\ r^1$ sarà uguale ad una semi-ondulazione; allora vi sarà compiuta discordanza, e però oscurità, questo fenomeno si produrrà nella stessa distanza a destra e a manca della frangia brillante del centro, e le due frange oscure, che ne risulteranno, formano il sistema delle frange oscure del prim'ordine.

Seguitando ad allontanarsi dall' una e dall' altra parte dell'asse il punto p passerà di mano in mano per delle posizioni, nelle quali la differenza de'cammini percorsi $p\ r$ e $p\ r^1$ sarà due semi-ondulazioni; il che darà le frange brillanti del second' ordine; poi tre semi-ondulazioni, frange oscure del second' ordine, poi quattro semi-ondulazioni, frange brillanti del terz' ordine; poi cinque semi-ondulazioni, frange oscure del terz'ordine, ecc.

Se si ferma la luce, che rade uno degli orli del tramezzo, si fanno scomparire incontanente le frange; non essendovi più interferenza possibile; questo fatto fondamentale discoperto dal dottor Young l'aveva condotto alla teorica delle ondulazioni.

Se per qualsiasi lamina trasparente si fa passare la luce, che rade uno degli orli del tramezzo, quando la lamina è alquanto doppia le frange pur dispariscono, e si rimovono di sito soltanto, se la lamina è moltissimo esile; la quale osservazione del Sig. Arago conferma quella del dottor Young, ed inoltre comprova che le ondulazioni non hanno ne'corpi solidi la lunghezza medesima che nell' aria. Osservando il senso dello spostamento delle frange e la sua grandezza paragonata alla doppiezza della lamina, si perviene a conchiudere che la correlazione delle lunghezze di ondulazioni è uguale all' indice di rifrazione; e siccome un'ondulazione si dee compiere sempre nello stesso tempo, in tutti i mezzi; di qui procede che la velocità di propagazione della luce in un mezzo tanto è minore, quanto questo mezzo è più rifrangente.

Per verificare con esperienza la formazione delle frange, la loro sparizione e lo spostamento loro e tutte le loro proprietà, ei basta disporre sul 1mo sostegno il

mastietto n. 1. o il mastietto n. 2. e sul 2° sostegno il n. 4, il n. 5, o il n. 6. Questi due sostegni debbono stare circa un metro lontani, e le frange si osservano col micrometro, che si porta a diverse distanze dietro il secondo sostegno.

Ora sviluppando i principî, di cui si è parlato, facil cosa è il vedere che un tramezzo circolare opaco del diametro di 1 a 2 millimetri, rischiarato da una lente o da un foro rotondo assai piccolo, dee dare un'ombra circolare, il cui centro trovasi rischiarato, come se il tramezzo fosse diafano. Questa conseguenza si verifica di leggieri: al che si adoperi il mastietto n. 7 bis sul 1mo sostegno, ed il mastietto n. 7 sul 2°; la distanza loro deve essere 8 in 10 decimetri, e vuolsi allora situare il micrometro 2 o 3 decimetri di dietro al tramezzo opaco.

429. *Frange prodotte dalle picciole aperture.* — Sia f (*fig. 264*) il punto luminoso, $b\ b'$ la larghezza dell'apertura attraversata dalla luce, ed fg, fg' i limiti dell'ombra geometrica.

Per far meglio scorgere la cagione, che qui produce le frange, noi distingueremo tre casi. Ei può accadere.

1° Che si osservano solo delle *frange esterne*, cioè frange prodotte nell'ombra geometrica dall'una e dall'altra parte dell'interno fascio luminoso,

2° Che si osservino solo delle *frange interne*, cioè frange prodotte nell'interno fascio luminoso.

3° Che si osservino ad un tempo delle frange interne ed esterne.

Frange esterne. — Le frange di questa specie mai non si possono ottenere, se non da aperture strettissime, e spesso anche accade che vicino all'apertura le si trovano mischiate di frange interne più o meno numerose; in guisa da rendere necessario per averle pure di andarle ad osservare in grande distanza. Ecco le condizioni con cui si producono, e le leggi della loro formazione.

Dal punto f, come centro, descriviamo un arco $x\ b\ z\ b'\ x'$, che rappresenta l'onda incidente (*fig. 264*),

e sulla linea fz, che passa pel mezzo dell'apertura immaginiamo un punto p in distanza di alcuni decimetri dagli orli b e b'. Se l'apertura è abbastanza stretta, perchè la differenza delle distanze pb e pz o pb' e pz sia uguale soltanto ad una semi-ondulazione; non vi saranno mai frange interne ad una distanza dalle ungnature maggiore di pz. Di fatto per tutti i punti, come p', situati sopra l'asse fz, e più lontani che il punto p, la differenza de'cammini percorsi $p'b'$ e $p'z$ o $p'b$ e $p'z$ sarà minore di una semi-ondulazione; per conseguenza di tutti gli scuotimenti tramandati in p' dall'arco zb nessuno sarà distrutto; lo stesso sarà degli scuotimenti tramandati nel punto medesimo dall'arco zb': dippiù la risultante de' primi sarà cospirante con quelli de' secondi; sicchè vi sarà una viva intensità di luce. E non mai si osserveranno al di là del punto p frange oscure sopra l'asse fz.

Ora se pel punto p si tiri la linea indefinita ph parallellamente alle ugnature, e si determinano sopra questa linea i punti s, s', s'', ecc., pe'quali le differenze de'cammini percorsi $sb' - sb$, $s'b' - s'b$, $s''b' - s''b$, ecc., siano rispettivamente 2 semi-ondulazioni, 4 semi-ondulazioni, 6 semi-ondulazioni, e generalmente un *numero pari* di semi-ondulazioni, questi punti s, s', s'' ecc., saranno i mezzi delle frange oscure del primo ordine, del secondo, del terzo, ecc. Al contrario i mezzi delle frange brillanti del primo, del secondo, del terz'ordine ecc., saranno dati da' punti r, r', r'' ecc., compresi tra i primi, e pe' quali le differenze de' cammini percorsi $rb' - rb$, $r'b' - r'b$, $r''b' - r''b$, ecc., sono rispettivamente 3 semi-ondulazioni, 5 semi-ondulazioni, 7 semi-ondulazioni, e generalmente un *numero dispari* di semi-ondulazioni.

Di fatti nel 1° caso, se si tratta del punto s' per cagion d'esempio; s'intende che la porzione bzb' dell'onda incidente possa essere divisa cominciando dal punto b in quattro parti, tali, che le distanze di s' alla fine della prima, della seconda, della terza e della quarta, che termina in b', sorpassino $s'b$ di una semi-on-

dulazione, due semi-ondulazioni, tre semi-ondulazioni e quattro semi-ondulazioni. Allora la risultante degli scuotimenti, che la prima parte manda in s', sarà discordante con quella della seconda parte, e verrà distrutta da essa, mentre quella della terza parte per la stessa ragione sarà anche distrutta da quella della quarta. Sicchè il punto s' è il mezzo di una frangia oscura. Pel punto s l'arco bzb' si dividerebbe in due parti, in sei per il punto s'', ecc., e lo stesso ragionamento si farebbe.

Nel secondo caso, se trattasi per esempio del punto r', si comprende che la porzione bzb' dell'onda incidente possa cominciando dal punto b esser divisa in cinque parti tali, che le distanze di r' alla fine della prima, della seconda, della terza, della quarta e della quinta, che termina in b', sorpassino rispettivamente s' b di uno, di due, di tre, di quattro e cinque semi-ondulazioni. Allora la risultante degli scuotimenti che la prima parte manda al punto r', sarà distrutta da quella della seconda, mentre quella della terza lo sarà da quella della quarta; ma rimarrà quella della quinta parte, che andrà ad illuminare il punto r' con tutta la sua intensità. In tal modo il punto r' sarà il mezzo di una frangia brillante. Pel punto r, l'arco bzb' si dividerebbe in tre parti, in sette pel punto r'' ecc., e si farebbe lo stesso ragionamento.

Questa è la ragione della formazione delle *frange esterne* mercè strette aperture.

Ora ci rimane ad indicare le leggi che seguono nel loro sviluppo.

Poichè i mezzi delle frange oscure del prim'ordine formano la serie de' punti, le cui distanze da' punti b e b' sono di due semi-ondulazioni, è manifesto che le si trovano sopra due branche d'iperbole, avente per foco i punti b e b', e per grande asse una lunghezza uguale a due semi-ondulazioni. Per la stessa ragione le frange di diverso ordine si muovono secondo iperboli, i cui fochi sono anche in b e b', ed i cui grandi assi hanno rispettivamente per la lunghezza quattro, sei, otto, ecc., semi-ondulazioni. Ora queste iperboli si confondono sensibil-

mente con i loro assintoti; e si può facilmente vedere rappresentando con v la larghezza dell'apertura e con d la semi-lunghezza di un'ondolazione, che la tangente dell'angolo degli assintoti con l'asse delle frange è $\frac{nd}{v}$; per le frange brillanti del 1° ordine, del 2° ordine, ecc., n sarà 2, 4, ecc; e per le frange oscure 1, 3 ecc.; essendo gli angoli troppo piccioli per essere proporzionali alle loro tangenti se ne deducono queste leggi.

1° La larghezza delle frange o la distanza de' mezzi di due frange oscure consecutive è in ragione inversa della larghezza dell'apertura;

2° Le frange oscure consecutive sono da ciascun lato dell'asse equidistanti, e la lor distanza è uguale alla distanza dell'asse dalla frangia oscura del prim'ordine; ovvero, il che vuol dire lo stesso, le distanze delle frange oscure dall'asse formano una progressione aritmetica, la cui ragione è uguale al primo termine;

3° Le larghezze assolute delle frange interne crescono proporzionalmente alla distanza in cui si ricevono dietro le ugnature;

4° Le larghezze assolute delle frange sono in ragione inversa delle corrispondenze di rifrazione de' mezzi, in cui sono prodotte, dappoichè esse sono in ragione inversa delle onde; e noi abbiamo più sopra veduto che le lunghezze delle onde sono in ragione inversa delle corrispondenze delle rifrazioni.

Queste leggi, che derivano tanto semplicemente dalla teorica di Fresnel, sono state la prima volta stabilite nel lavoro, che abbiamo fatto il Sig. Biot ed io il 1815 su'fenomeni di diffrazione; allora essi erano un puro risultamento di esperienza; niuna teorica avevamo potuto rinvenire per ligarle o spiegarle, conciossiacchè noi unicamente adottassimo il sistema dell'emissione, che in realtà non può spiegare la minima circostanza dei fenomeni della diffrazione.

Frange interne. — Sia f il punto luminoso (*fig.* 265), b e b' le ugnature, e p un punto preso sopra l'asse fzv in tal distanza che la differenza $pb - pz$, o pb'

— pz sia una semi-ondulazione. Noi abbiamo or ora veduto che non vi sono frange interne al di là del punto p; ma ora dimostreremo che al di quà del punto p, cioè più dappresso all'apertura, sonovi successivamente frange oscure e brillanti *sopra l'asse*. Infatti s'immagini ch'esistano de'punti s, s', s''; pe'quali le differenze $sb - sz$ o $sb' - sz$, $s'b - s'z$ o $s'b' - s'z$, $s''b - s''z$ o $s''b' - s''z$ ecc., saranno rispettivamente 2, 4, 6, o generalmente un numero pari di semi-ondulazioni; e questi punti saranno i mezzi di frange oscure, poichè ciascuno degli scuotimenti, che ricevono dalle parti zb e zb' dell'onda incidente, è da se stesso distrutto. Al contrario i punti r r' ecc., compresi tra i primi son tali, che le differenze $rb - rz$ o $rb' - rz$, $r'b - r'z$ o $r'b' - r'z$ ecc., saranno di 3, 5, o generalmente un numero dispari di semi-ondulazioni; e questi punti saranno i mezzi di frange brillanti, poichè dal canto degli archi bz e bz' provano degli scuotimenti concordanti, che sono ognuno separatamente bastanti ad illuminarli. Sicchè la condizione, che più su ci è valuta a determinare le distanze, in cui le frange esterne cominciano ad esser sole, ci dà parimenti i limiti, onde bisogna partire per osservare delle frange interne accostandosi alle ugnature.

Ora per dare un'immagine del numero e delle distanze delle frange interne noi disamineremo soltanto il caso, in cui la luce incidente è luce parallela. Allora l'onda, che cade sull'apertura, essendo rappresentata dalla linea retta bb' (*fig.* 266), prendiamo sopra l'asse del fascio un punto p situato in modo, che la differenza $pb - pz$ o $pb' - pz$ sia un numero pari di semi-ondulazioni, dieci semi-ondulazioni per esempio. Questo punto p sarà il mezzo di una frangia oscura, poichè ciascuno degli scuotimenti degli archi zb e zb' si distrugge separatamente, comechè questa distruzione non sia totale. Per punti prossimi al punto p, e situati com'esso sopra l'asse o più vicino o più lontano dalle ugnature, la differenza sarà undici semi-ondulazioni ovvero nove; adunque vi sarà luce, siccome testè abbia-

mo veduto nella precedente figura; ed il cammino, che bisognerà fare per giungere a questi punti tanto più sarà corto, quanto le ugnature più saranno l'una dall'altra lontane. Ma fermiamoci al punto p e tentiamo di mostrare che sulla linea orizzontale ph allato di essa vi saranno frange alternamente brillanti e oscure. Immaginiamo che si prenda in ph un punto s, determinato dalla doppia condizione che le differenze $sb - sm$ ed $sb' - sm$ siano entrambe un numero pari di semi-ondulazioni, la prima per esempio otto e la seconda quattordici; allora è chiaro che il punto s sarà il mezzo di una frangia oscura; e generalmente sopra ph vi saranno tante frange oscure quanti punti analoghi al punto s, tali cioè che le differenze $sb - sm$ ed $sb' - sm$ siano entrambi eguali ad un qualsivoglia numero pari di semi-ondulazioni: dall'altra parte è facil vedere che queste frange oscure tantopiù saranno numerose e strette, quanto l'apertura sarà più grande, ed il punto luminoso e la linea ph amendue più vicine alle ugnature: le frange brillanti al contrario saranno determinate da' punti r, pei quali le differenze $rb - rn$ ed $rb' - rn$ sono ciascuna uguale ad un numero dispari di semi-ondulazioni, dappoichè allora questi punti da ciascuna parte bn e $b'n$ dell'onda incidente riceveranno degli scuotimenti cospiranti, ed ognuno de' quali sarebbe separatamente bastante ad illuminarli.

Frange interne ed esterne. — Perchè si producano contemporaneamente frange interne ed esterne, ci basta che l'apertura sia larga abbastanza per dare origine a frange interne, ed abbastanza stretta, perchè le porzioni dell'onda, che toccano l'una degli orli, diano una risultante sensibile nell'ombra dell'altro orlo. Sotto questa doppia condizione ciascuno de' sistemi di frangia è prodotto secondo le leggi, che gli son proprie.

I principî testè esposti sulle notevoli modificazioni che presenta la luce omogenea di un solo colore, passando a traverso ad aperture rettangolari, si possono estendere a tutti i colori semplici separatamente, e per conseguenza ad una qualsiasi luce composta, dappoi-

chè in qualunque miscuglio ciascun colore elementare segue esattissimamente le leggi che seguirebbe se fosse solo.

Per verificare questi risultamenti con l'esperienza si fa uso de' mastietti n° 1 o n° 2. sul primo sostegno, e sul secondo del mastietto n° 8: siccome si può mutare ad arbitrio l'apertura delle ugnature o mantenendole parallele tra loro o più o meno inclinandole, è facile produrre gli effetti più svariati; le frange si osservano col micrometro in diverse distanze.

Le picciole aperture circolari in tutta la loro semplicità presentano un fenomeno, che conferma nel modo più stretto il principio generico da noi stabilito precedentemente. Questo fenomeno è quello di una macchia nera nel centro dell'immagine nell'asse del fascio di luce, che penetra per l'apertura, quando detto asse si osserva in tali distanze, che la differenza de' cammini percorsi cominciando dal punto luminoso sopra l'asse medesimo e sulla linea rotta, che passa per l'orlo dell'apertura, è uguale ad un numero pari di semi-ondulazioni. Se le distanze dell'apertura dal punto luminoso e dal filo del micrometro si rappresentano con a e b, e con r il raggio dell'apertura, si può scorgere di leggieri che queste distanze b sono date dalla formola:

$$b = \frac{a\,r^2}{2\,mad - r^2}$$

Questo risultamento si verifica in un modo lampante col porre sul primo sostegno una lente sferica di cortissimo foco od una apertura circolare di circa $\frac{1}{2}$ millimetro, e sul secondo sostegno un buco rotondo di circa 1 millimetro, mastietto n. 7 bis; la distanza de' sostegni debb'essere almeno 7 in 8 decimetri, la distanza dal micrometro al secondo sostegno è data dalla formola precedente; si possono agevolmente numerare sino a quattro alternative, corrispondenti ad $m = 1, 2, 3$ e 4.

430. *Frange prodotte da due aperture vicinissime*. — Il numero, la grandezza e la posizione di que-

ste frange si deduce in un modo semplicissimo da' principî sviluppati dianzi. Si osservano mettendo sul primo sostegno i mastietti n° 1 ovvero n° 2, e sul secondo sostegno il mastietto n° 13, per la luce artifiziale ed il mastietto n° 12 per la luce solare. È il dottor Young il primo, che abbia fatto quest' esperienza, per mezzo della quale egli aveva potut' osservare il cammino iperbolico delle frange: coprendo l'una delle aperture con un tramezzo opaco le frange spariscono; spariscono ancora coprendole con un tramezzo diafano; e quando il tramezzo diafano copre le due aperture, esse ricompariscono.

Grimaldi aveva fatto il primo un consimile esperimento con due picciole aperture circolari analoghe a quelle del mastietto n° 14; e siffatta esperienza lo aveva indotto a pronunziare questa fondamental verità, che sotto certe condizioni la luce aggiunta alla luce ingenera le tenebre.

431. *Frange prodotte per riflessione sulle superficie lisciate.* — Quando, dopo aver disposto i mastietti n° 1 n° 2. sul primo sostegno, si dispone sul secondo l' uno de' mastietti n° 10 ovvero n° 11 in modo, che la riflessione segua sopra lo specchio sotto una qualsiasi obbliquità; il fascio riflesso presenta delle frange più o meno numerose. Facil cosa è il vedere (*fig. 267*) che il fascio riflesso è, come se avesse attraversato *obbliquamente* un' apertura uguale alla larghezza dello specchio, e che esso in tal guisa presenta delle frange interne, quando lo specchio è largo; e delle frange interne ed esterne, se lo specchio è stretto abbastanza.

Frange e spettri prodotte dalle reti. — Si dicono reti de' sistemi de' piccioli intervalli tutti uguali tra loro, che possono riflettere o trasmettere la luce, e che sono separati da altri intervalli del tutto opachi o non *riflessori* parimenti eguali tra loro. In tal modo de' tratti equidistanti, delineati col diamante sopra una lamina di vetro, formano una rete, quando sono molto vicini, per esempio $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{50}$ ovvero $\frac{1}{100}$ di millimetro: se essi son paralleli, la rete è parallela (*fig. 269*); se si tagliano ad angolo retto, la rete è a maglie quadrate, ecc. Disimili

tratti segnati su una lamina di metallo liscio formano ancora delle reti, ma soltanto atte a riflettere la luce e non a trasmetterla.

Frauenhofer ha il primo studiato i fenomeni notabilissimi, che le reti presentano. Ecco il modo di osservazione da lui adottato ed i generali risultamenti delle sue ricerche.

La luce solare riflessa orizzontalmente dallo specchio di un eliostato entra nella camera nera per una picciola apertura, ora per un buco rotondo, ora per una fenditura verticale, formata da due ugnature adattate all'imposta. A distanza di 12 metri dall' imposta evvi un teodolito od un istromento qualunque, che à un cannocchiale orizzontale ed a misurar gli angoli adatto. Noi supporremo che questo cannocchiale *l* (*fig. 268*) movasi intorno di un asse verticale passando in *v* qualche pollici innanzi dell'obbiettivo; dall'estremità di questo asse, cioè su di un piatto fisso *pp'* pel cui centro esso passa, si aggiusta la rete *rr'* in modo, che i suoi tratti siano verticali. Il fascio di luce bianca cade perpendicolarmente sopra la rete, l'attraversa e penetra nell'oggettivo del cannocchiale, che non dee ricevere niun'altra luce. Guardando allora per l'oculare, si osserva il grazioso fenomeno rappresentato nella figura 270.

1° La fessura *a* dell' imposta apparisce nel mezzo rischiarata da una luce bianca, avente i suoi orli perfettamente tronchi, come se la rete non esistesse; e le apparenze sono da ciascun lato esattamente simmetriche.

2° Dopo l'oscurità compiuta *t*, che circonda l'immagine della fessura, apparisce uno spettro brillante *h e*, avente il violetto in dentro verso *h* ed il rosso in fuori verso *e*; quivi termina verso uno spazio oscuro *t'*.

3° Al di là di *t'* appariscono gli uni appresso gli altri parecchi spettri di diverse intensità, occupando gli spazi *h' e'*, ecc.; che tutti hanno come il primo il violetto dentro ed il rosso al di fuori; solamente il rosso del secondo cade sul violetto del terzo, il rosso di questo sul violetto del quarto, ecc.

4° Quelli di questi spettri, che sono molto chiari e

assai brillanti, fanno vedere le stesse *righe* nere, che lo spettro solare diritto; vi si distinguono con grande chiarezza queste linee caratteristiche da noi disegnate colle lettere *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, (*fig. 219*); ma, cosa notabile, le corrispondenze delle loro scambievoli distanze sono mutate.

5° Se si considera la stessa riga ne' diversi spettri, per esempio la riga *f* (marcata *f'* nel primo, *f''* sul secondo, ecc.), si trova che nel secondo la distanza nella metà *a* dell'immagine totale è doppia di ciò che era nel primo, poi tripla nel terzo, quadrupla nel quarto ecc.; dal che segue manifestamente che gli stessi colori o le stesse righe occupano nel secondo spettro uno spazio doppio di quello occupato nel primo, triplo nel terzo, quadruplo nel quarto ecc.

Tutti questi notevoli risultamenti si sono ottenuti da un gran numero di esperienze, e da misure di estrema precisione.

Era l'apparecchio di Frauenhofer al pari del micrometro di Fresnel acconcissimo a determinare piccioli angoli e distanze piccole; ei si vede che bastava far muovere il cannocchiale *l* fino all'istante, in cui le diverse righe andavano a coincidere con l'interno filo micrometrico. L'angolo *l v l'* da esso percorso era l'angolo formato dal raggio diffratto col raggio diretto.

Il Sig. Babinet, il quale ha fatto molte importanti ricerche sopra la luce, e segnatamente sul sistema delle ondulazioni, ha proposto un mezzo molto più semplice per misurare le distanze degli spettri di diversi ordini (*Annali di fisica e di Chimica*, tom. 40, pag. 169). Invece di una sola fissura nell'imposta ne adopera due, le cui distanze si possono variare a piacere (*fig. 253*); poi le osserva contemporaneamente con la medesima rete, che convenevolmente accosta o allontana per condurre in perfetta coincidenza le stesse righe degli spettri omologhi, formati l'uno a sinistra dell'apertura a destra, l'altro a diritta dell'apertura a manca. Conoscendo l'allontanamento delle due aperture e la distanza loro dalla rete, se ne può facilmente dedurre l'angolo ricercato (*fig. 271*).

Da ultimo Frauenhofer ha osservato altre due condizioni notevolissime di questi fenomeni, cioè:

1° Che le deviazioni degli stessi colori o più esattamente delle stesse righe, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, non dipendono nè dalla larghezza dell' intervallo trasparente delle reti, nè da quella dell' intervallo opaco; ma solo dalla *somma* di queste due larghezze;

2° Che le grandezze assolute di queste deviazioni sono in ragion inversa di tal *somma formata* da un intervallo trasparente e da un intervallo opaco; di modo che, se in ciascuna rete questa somma si moltiplica per le deviazioni corrispondenti delle righe *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, del primo spettro, numeri costanti si ottengono, che si riproducono sempre in tutte le reti ed in tutti gli esperimenti.

Ecco questi numeri trasformati in millimetri:

Lettere che indicano le *righe* o i raggi corrispondenti dello spettro solare.	Prodotto della deviazione per la somma degli intervalli opachi e trasparenti in millionesimi di millimetri.	Lunghezze delle ondulazioni in millionesimi di millimetri.	Colori corrispondenti.
b.	688	645.	Rosso estremo.
c.	656	596.	Arancio rosso.
d.	589	571.	Giallo arancio.
e.	526	532.	Verde giallo.
f.	484	492.	Turchino verde.
g.	429	459.	Indaco turchino.
h.	393	439.	Violetto indaco.
		406.	Violetto estremo

Nella terza colonna abbiamo riferito i numeri dati da Fresnel per esprimere le lunghezze di ondulazioni dei diversi colori dello spettro, e, riportandosi alla figura 219 per osservare le gradazioni corrispondenti alle righe *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, ed *h*, si rimarrà stupito dell'ammirabile accordo, che havvi tra questi risultamenti. In fatti la riga *d* cade dappresso al limite del giallo e dell' arancio, mentre la riga *e* cade presso quello del gial-

lo e del verde, e trovasi 6 millionesimi di millimetri solamente tra' numeri di Fresnel e quelli di Frauenhofer. Ora è che Frauenhofer determinava in tal modo le lunghezze delle ondulazioni senza saperlo. Le considerevoli differenze, che si osservano fra gli altri numeri, da una parte dipendono dal perchè le righe corrispondenti non cadono ne' limiti de' colori dello spettro, e da ciò che Frauenhofer ha potuto osservare nell'estremità dello spettro, e soprattutto verso il violetto, intorno a' colori, che dovevano essere totalmente insensibili negli esperimenti di Fresnel.

Dopo aver esposto questi risultamenti quali l'esperienza gli ha dati; non sarà malagevole indicarne la causa. Il Sig. Babinet (*Ann. di Fis. e di Chim.* tom. 40, pag. 169) credo sia stato il primo a ricondurne tutte le circostanze a considerazioni semplicissime.

Sia r r' la rete (*fig. 272*); *ab*, *cd*, *ef*, *gh* le parti opache, e *bc*, *de*, *fg* ecc., le parti trasparenti: supponiamola per maggiore semplicità molto lontana dalla fenditura dell'imposta, perchè i raggi bianchi incidenti possano riguardarsi come paralleli; *z* sarà l'occhio dell'osservatore e *zs* il raggio diretto: potendo i fenomeni, essere osservati anche ad occhio nudo noi sopprimeremo il teodolito ed il cannocchiale.

Essendo picciolissime le *somme fatte* da un intervallo opaco e da uno trasparente, vi sarà sempre una di queste somme, come *fh*, per la quale la differenza $zh - zf$ farà precisamente due semi-ondulazioni di un certo colore, per esempio del violetto estremo; ed in questa direzione si vedrà il violetto estremo del primo spettro. Di fatto se lo spazio *fh* fosse interamente aperto, la risultante degli scuotimenti, che la porzione *fh* dell'onda manderebbe al punto *z*, sarebbe nulla; ma lo spazio opaco *hg* fermando gli scuotimenti, che distruggerebbero quelli dello spazio trasparente *gf*; ei si vede che in *z* giungerà della luce violetta, e che ve ne giungerà più che nelle direzioni vicine *zd* e *zi*. Ma l'intensità di questa luce necessariamente dipenderà dalla corrispondenza, ch'evvi tra la larghezza dello spazio opaco e quella del trasparente; il maximum avrà luogo, quan-

do questi spazi saranno quasi uguali; dappoichè essendo hg minore di fg una parte de' raggi discordanti passerebbe, ed essendo hg maggiore di fg resterebbe fermata una parte de' raggi concordanti col raggio zf.

Ora se dal punto z come centro con un raggio zf si descrive un arco fv, quest' arco considerato come una linea retta forma con fh un triangolo rettangolo fvh, simile al triangolo zhf; dal che risulta che l'angolo di deviazione fzh, che disegneremo con x, è uguale all'angolo hfv; per conseguenza,

$$Sen.\ x = \frac{hv}{hf} \text{ ovvero } Sen.\ x = \frac{d}{s},$$

disegnando con s la somma di un intervallo opaco e trasparente, e con d la lunghezza d'ondulazione ch'è uguale ad hv. Ma queste deviazioni de' primi spettri sono tanto picciole, che possono esser prese pe' loro seni; dal che segue:

$$s\,x = d.$$

Cioè la deviazione, moltiplicata per la somma di un intervallo opaco e trasparente, è uguale ad una lunghezza di onda, siccome indica la tavola precedente.

Al di là di fh troverassi un altro intervallo opaco e trasparente, o trasparente ed opaco, tale, che le distanze di queste due estremità dal punto z avranno una differenza di 4 semi-ondulazioni. Sia np questo spazio: poichè $zp - zn$ è uguale a 4 semi-ondulazioni, lo spazio np si potrà dividere in 4 parti quasi uguali; di modo che le distanze de' punti di divisione dal punto z crescono di mano in mano di 1 semi-ondulazione; se queste 4 parti fossero permeabili alla luce, i raggi passando per la prima sarebbero discordanti con quelli della seconda e si distruggebbero; quelli della terza sarebbero discordanti con quelli della quarta, e si distruggerebbero del pari. Sicchè il punto z non riceverebbe luce in questa direzione, e nemmeno ne riceverebbe, se in queste 4 parti due consecutive fossero opache, e le due altre trasparen-

ti, cioè se lo spazio opaco della rete fosse uguale allo spazio suo trasparente; ma salvo questo caso, il punto z sarà illuminato; ed in siffatta direzione zp si vedrà il violetto del secondo spettro.

Facil cosa è il vedere, come di sopra, che disegnando con x' l'angolo di zn con sz si avrà:

$$Sen.\ x' = \frac{2d}{s} \text{ ovvero } s\,x = 2\,d.$$

In tal modo, rendendo questi risultamenti generici, lo stesso colore sarà prodotto da' ritardi.

di 2 semi-ondulazioni per il 1mo spettro, di 4 pel 2°, e di 6 pel 3° ecc.

Tutte le leggi stabilite da Frauenhofer e più sopra riportate sono illazioni evidenti di questo fondamentale principio.

Intanto volendosi rendere un' esatta ragione non solo delle posizioni dei diversi spettri, ma ancora dell'intensità relativa de' loro colori, dovrebbesi ricorrere a calcoli più o meno intralciati, potendo senza dubbio accadere che per certe correlazioni fra le larghezze degli spazi opachi e trasparenti, la luce mandata al punto z fosse la somma delle luci mandate da molti interstizi vicini, e forse ancora la posizione del maximum di intensità non è sempre strettamente quella, che corrisponde ad una differenza di un giusto numero di ondulazioni.

Quanto abbiamo detto sulle reti, che operano per trasmissione, senza difficoltà si applica alle reti, che opererebbero per riflessione; di qui la spiegazione de' brillanti colori, che si osservano in tutte le superficie lisce, che sono state regolarmente rigate.

Da noi, si è notato che le righe dello spettro sono generalmente diversamente spaziate, quando lo spettro è prodotto da sostanze, che hanno diversi poteri dispersivi: ne' fenomeni poco fa studiati per lo contrario gl'intervalli delle righe sono sempre proporzionali. Sicchè spettro *diffranto* è come un tipo costante; o, se piace, come uno

spettro normale, al quale possono riferirsi le dimensioni variabili degli spettri delle diverse sostanze.

Dopo aver fatto l'analisi de' fenomeni delle reti parallele, sarebbe superfluo lo esporre partitamente le apparenze, che possono produrre le reti in varî modi incrociati. Noi ci staremo contenti a citare due esempi, che serviranno nel tempo stesso a dare una immagine de' brillanti colori, che si possono ottenere con tal sorte di apparecchi, ed a far vedere che i giuochi di luce più intrigati e bizzarri sempre dipendono dalle interferenze secondo principî semplicissimi.

Reti a maglie quadrate. Una rete a maglie quadrate si può con molta semplicità ottenere, incrocicchiando ad angolo retto due reti parallele ed uguali. Questo sistema verticalmente disposto dinanzi all'obbiettivo del cannocchiale, e ricevendo la luce solare per una picciola apertura rotonda, presenta il brillante fenomeno rappresentato nella figura 273. Tutti i piccioli rettangoli simmetricamente distribuiti intorno all'immagine *m* dell'apertura sono tanti spettri più o meno allungati, e più o meno staccati fra loro. Il loro splendore è notevolissimo, e tanto grande il lor numero, che non faremo prova di contarli. Con un pò di pazienza e di cura agevolmente si giungerà a render ragione di tutti i particolari di questa esperienza, ch'è una delle più brillanti dell'ottica.

Reti a maglie rotonde. — Sarà da noi solamente indicata l'immagine, che si ottiene situando innanzi all'obbiettivo del cannocchiale un tramezzo forato di due buchi rotondi di 0^{mm}, 6028 di diametro, e la cui distanza dal centro è 1^{mm}, 0371. Questa immagine è rappresentata nella figura 274.

Ciascuno di questi piccioli scompartimenti indicati sulla figura dinota il luogo di uno spettro, i cui colori sono generalmente vivaci e molto in mostra.

Allorchè i fori sono più moltiplicati il numero degli spettri diventa maggiore; ma la loro distribuzione e l'ordine sempre simmetrico, secondo cui si aggruppano, dipendono dalla grandezza de' fori, dal loro intervallo e dalla disposizione loro.

432. *Apparenze al foco de' cannocchiali.* — Rimirandosi una stella con un cannocchiale od un telescopio, che ha un potere ampliante, che supera 200, nel foco dell'istromento si vede un'immagine della stella nitidissima, che offre un disco rotondo ad orli ben tagliati, poi d'intorno al disco si distingue una serie di anelli alternamente brillanti ed oscuri; i cui limiti sono lievemente colorati. Pare che questa osservazione sia stata fatta la prima volta dal W. Herschell mediante i suoi potenti telescopi, co' quali ei fece tante belle scoverte nel Cielo.

Collocando un diaframma dinanzi all'oggettivo per ridurne l'apertura, l'immagine della stella cresce di larghezza senza cessare per questo di esser perfettamente rotonda e lucidamente terminata; si può ancora con questo mezzo darle tutte le apparenze di un pianeta: basta per esempio ridurre il diaframma a non avere più di 2 o 3 centimetri di apertura, o quasi, per un cannocchiale di 2 metri di distanza focale; nel tempo stesso gli anelli, che circondano il disco, si allargano e si colorano; essi offrono di mano in mano delle gradazioni di bianco, di rosso, di nero e di turchino, più o meno pallido.

Il Sig. Arago ha fatto di più questa notevole osservazione, che partendo dal foco, in cui vedesi nitidamente il disco e gli anelli, se si spinge a gradi a gradi l'oculare, il disco diventa oscuro nel mezzo, poi totalmente nero; incontanente questa macchia nera si allarga semprepiù; un punto luminoso ricomparisce nel suo centro, il quale si dilata a sua volta per dare origine ad un'altra macchia nera, ed in tal modo si possono noverare nel centro dell'immagine parecchie alternative di ombre e di luce. Ma, se fermasi l'oculare in una di queste posizioni, per le quali la metà dell'immagine è oscura, si vedrà di tratto in tratto appàrire un momento un punto brillante verso la metà della macchia nera; questo fenomeno si produce solamente nelle stelle, che *scintillano*, e mai per quelle, che sono tranquille o che non presentano al nudo occhio quei rapidi cangiamenti di colori; che producono la scintillazione.

Sir J. Herschell ha fatto un gran numero d'importanti esperimenti sugli effetti che si ottengono situando innanzi all'obbiettivo de' grandi cannocchiali diaframmi di forme diverse semplici o multiplici, cioè composte di una sola apertura rotonda, quadrata, triangolare, anulare ecc., o composte di un gran numero di picciole aperture uguali simmetricamente disposte intorno dell'asse.

1° Con un'apertura formante il triangolo equilatero, l'immagine offre l'apparenza rappresentata nella figura 275; è il disco della stella circondato di un anello nero ed ornato di sei raggi sottili, diritti e vivissimamente rischiarati. Tre di questi raggi corrispondono agli angoli del triangolo, e tre al mezzo de' lati: gli uni sono composti di picciole frange *longitudinali*, e gli altri di picciole frange *trasversali*, il che diventa manifesto, quando si spinge un pò l'oculare, dappoichè allora si ottiene l'effetto indicato nella figura 276.

2° Con un'apertura annulare si ottengono le apparenze rappresentate nelle figure 277 e 278. La prima è l'immagine della *Capra*, e la seconda quella della doppia stella di *Castore*.

3° Con un'apertura formata dall'intervallo compreso fra due quadrati concentrici ottiensi la figura 279. I quattro raggi, che formano la croce, sono composti di macchie alternamente lucide e oscure, le prime appariscono ad iride.

4° Con una riunione di piccioli triangoli equilateri regolarmente disposti si ottiene la figura 280: è una serie di dischi circolari disposti sopra sei raggi uguali ed ugualmente aggiustati, che offrono cominciando dal disco centrale i vivaci colori dello spettro.

Tutti questi fenomeni sono indubitatamente fenomeni d'interferenze. La luce è diffratta dagli orli de' diaframmi, che restringono o modificano l'apertura dell'oggettivo; e, se in questo caso possono le frange interne venir prodotte da' corpi molto meno stretti o d'aperture molto più larghe; gli è perchè la luce incidente è più o meno *convergente* invece di essere *divergente* o *parallela*, come da noi si è supposto per ispiegare i

i principî di diffrazione. Adunque basterà avere a questi principî ricorso quando vorrassi dar ragione degli effetti prodotti da un qualsivoglia diaffr**a**mma, posto in una posizione determinata, sia rispetto all'obbiettivo d'un cannocchiale sia rispetto allo specchio d'un teloscopio; soltanto, se accade in queste esperienze che l'immagine muti aspetto da un momento all'altro, si potrà conchiudere che la scintillazione aggiunge i suoi effetti agli effetti diffrangenti del diaframma.

Spiegazione degli anelli colorati prodotti dalle lamine sottili e dalle piastre doppie.

433. *Formazione degli anelli colorati nelle lamini sottili.* — Tutti i corpi diafani appariscono colorati delle più vivaci gradazioni, quando son ridotti in lamine molto esili: questa proposizione generica può essere dimostrata con un gran numero di esempi, tra i quali sceglieremo soltanto i seguenti.

Bolle di vetro soffiate alla lampada, ed enfiate finchè scoppino, in tutti i loro frammenti presentano colori vivacissimi, e che son mutabili come quelli delle piume di certe uccelli. Lo stesso accade delle lamine cristalline ***divise*** in sottilissime sfoglie. Le varie gradazioni, che prendono i metalli lisci, come il ferro e l'acciaro in virtù del calore e del contatto dell'aria, si debbono alla stessa cagione: sono pellicole di ossido colorate solamente perchè pochissimo doppie. Anche i liquidi acquistano colori brillanti, come vedesi nelle bolle di sapone o nelle gocce di olio che si distendono sopra l'acqua. Finalmente l'aria, i vapori ed i gas danno origine agli stessi fenomeni: si dimostra mettendo un piano di vetro su di una superficie convessa, per esempio sopra una lente di 15 o 20 metri di raggio; allora intorno al punto di contatto, vengonsi apparire degli anelli concentrici, di svariati colori, perfettamente regolari; e questi anelli si mostrano solamente colà, dove la lamina di aria compresa tra i vetri ha pochissima doppiezza. Quest'apparecchio posto sotto una campana in un qualsiasi gas

presenta gli stessi colori; avvi dippiù, li presenta ancora nel voto; talchè segue che una sottil *lamina di voto* dà colori, come le sottili lamine de' diversi corpi.

434. *Leggi sperimentali degli anelli colorati stabilite dal Newton.*

1ª Legge. *In ogni sostanza i colori cangiano colla doppiezza della lamina e con l'obbliquità, sotto cui la si guarda; ma in tutti i casi essi spariscono quando la lamina è troppo sottile o troppo doppia.*

Per far variare la doppiezza della lamina, che produce gli anelli, ci basta posar lievemente la piastra superiore sulla lente inferiore, e poscia premere con più o meno forza; allora nella prima posizione si distinguerà una macchia centrale bianca o colorata, intorno alla quale si aggrupperan degli anelli di vari colori; poi mirando sempre sotto la stessa obbliquità, vedrassi questa macchia centrale cangiar di colore, siccome la pressione diverrà più forte, e quindi la lamina di aria più esile. Sotto un certo grado di pressione la macchia centrale apparirà nera e più o meno larga; e si può ravvisar di leggieri che la sua larghezza cresce, siccome sotto maggiore obbliquità si riguarda; il che basta a mostrare che non già solamente pel contatto de' due vetri i colori spariscono, ma che vicino al contatto e fino ad una certa distanza la lamina di aria non ha più doppiezza bastante per essere colorata. Gli è d'altra parte quando si manifesta ancora nelle bolle di sapone per l'effetto della gravità, le son sempre più esili verso il lor vertice, e dopo un certo tempo sono quivi sottili in modo, che non vi si veggono più colori.

2ª Legge. *I colori semplici danno anelli, che sono alternamente brillanti e oscuri: ne' diversi colori gli anelli dello stess' ordine hanno diametri tanto più grandi, quanto i colori, che li formano, sono men rifrangibili.*

Essendo il sistema dei vetri convenevolmente disposto e rischiarato dalla luce del cielo, se vanno a guar-

darsi gli anelli attraverso di un vetro colorato, che non faccia passare se non luce semplice, per esempio rosso estremo, allora non si osserva altro intorno alla macchia centrale, che anelli alternamente rossi e neri formanti una numerosa serie (*fig.* 281) questi anelli sembrano premersi di vantaggio e diventare più stretti, siccome aumentano di diametro, cioè siccome più si allontanan dal centro. Essendo i vetri più o meno premuti, vedesi allora la macchia centrale passare di mano in mano dal rosso al nero, e dal nero al rosso un grande numero di volte. Chiamasi *anello brillante del primo ordine* quello, che circonda la macchia centrale, quando essa è nera ed i vetri si toccano; anello del second'ordine poi quello, che tien dietro al primo, ecc. Ma si scorge che l'anello del quart'ordine potrebbe essere il primo di quelli, che vedesi intorno alla macchia centrale: al che basterebbe che i vetri non fossero bene a contatto, e che la macchia nera non fosse altra, se non l'anello nero del terz' ordine venutosi a porre nel centro per cagione dell' allontanamento dei vetri.

Rimanendo nello stesso stato il sistema de'vetri, che dà gli anelli, basta illuminarlo successivamente di tutti i colori dello spettro, per comprovare che i colori men rifrangibili danno i più larghi anelli, e che questi anelli per l'ordine istesso corrispondono in conseguenza a maggiori doppiezze.

3ª Legge. ***In una qualsivoglia lamina esile le doppiezze corrispondenti agli anelli brillanti de'diversi ordini seguono la serie de'numeri dispari 1, 3, 5, 7, ecc., mentre le doppiezze corrispondenti agli anelli neri seguono la serie de' numeri pari 0, 2, 4, 6, ecc.***

Sia $h\ t\ h'$ (*fig.* 282) la curvatura della lente convessa, $g\ t\ g'$ la faccia inferiore del vetro parallelo posto sopra la lente, ed $a\ a'$, $c\ c'$, $e\ e'$ i diametri degli anelli del 1° ordine, del 2° ecc.; le doppiezze corrispondenti della lamina di aria sono $a\ b$, $c\ d$ $e\ f$, $g\ h$. Ma

gh per esempio è uguale a tv, e gt ovvero $\frac{gg'}{2}$ è uguale ad hv, ch'è media proporzionale fra tv e $2r - tv$, chiamando r il raggio di curvatura della lente. Dunque si ha:

$$gh\,(2r - tv) = g\bar{t}^2, \text{ ovvero } gh.\,2r = g\bar{t}^2,$$

dappoichè tv è picciolissimo rispetto a $2r$. Lo stesso sarebbe per le altre doppiezze. Adunque le doppiezze sono tra loro come i quadrati de' semi-diametri, o come i quadrati de' diametri degli anelli. Così misurando con un compasso i diametri degli anelli brillanti e oscuri, dopo aver premuto i vetri perchè si tocchino, si giunge a confermare l'esattezza della precedente legge. (*fig. 283*).

4ª Legge. *In due lamine di diverse sostanze le doppiezze corrispondenti agli anelli dello stesso ordine prodotti con la stessa luce sono tra loro in ragione inversa degl' indici di rifrazione di queste sostanze.*

Questa proposizione può esser facilmente dimostrata per l'aria e per qualsivoglia liquido, l'acqua per esempio. Al che basta di produrre nell'aria gli anelli, come ordinariamente, poscia insinuare tra i vetri una piccola goccia di acqua: l'azione capillare incontanente spingerà il liquido fino al punto di contatto de' vetri, e si avrà nel tempo medesimo una sottil lamina di acqua dal lato, per dove il liquido è entrato, ed una lamina sottile di aria dal lato opposto; queste lamine avranno la stessa doppiezza, e gli anelli dello stess' ordine non saranno alla stessa distanza dal centro; nell' acqua saranno visibilmente più prossimi e più ristretti fra loro. Ei basterà misurarli per concluderne che le doppiezze, nelle quali si formano gli anelli dell'ordine istesso, sono effettivamente tra loro in ragione inversa de' numeri 4 e 3, che rappresentano gli indici di rifrazione dell' acqua e dell' aria.

435. Dopo aver determinato queste leggi sperimen-

tali del fenomeno degli anelli colorati, il Newton pervenne ancora a misurare con grande precisione la doppiezza assoluta della lamina di aria, che corrisponde all'anello brillante del primo ordine per ognuno de' colori semplici. Questa determinazione è importante, dappoichè or ora vedremo com'essa è ligata alla lunghezza delle onde luminose. Il Newton per ottenerla pose un vetro piano su di una lente biconvessa, le cui due facce erano state lavorate nella stessa vasca, la sua distanza focale principale era di 83°, 4, ed il suo indice di rifrazione $\frac{17}{11}$. In conseguenza il diametro della sfera, di cui le sue superficie fan parte, erano di 182 pollici inglesi. Ora noi abbiamo veduto che la doppiezza corrispondente ad un qualsiasi anello è uguale al quadrato del raggio dell'anello, diviso pel diametro della sfera del vetro convesso; dunque tutto riducesi a misurare con esattezza il diametro di uno degli anelli. Newton trovò $\frac{1}{25}$ di pollice pel diametro del quinto anello oscuro, e quindi $\frac{1}{25 \times 182}$ o $\frac{1}{4505}$ di pollici per la doppiezza della lamina di aria. Il qual valore debbe patire due emende, l'una dipendente dalla rifrazione della luce attraverso del vetro superiore, che aveva $\frac{1}{6}$ in pollice di doppiezza, l'altro dipendente dall'obbliquità, sotto cui si rimirano gli anelli, essendo questa necessaria solo, quando vuolsi ridurre la doppiezza a quel ch'è per l'anello, che perpendicolarmente si vede. Fatte queste correzioni Newton trovò $\frac{1}{17800}$ per la doppiezza della lamina di aria nel mezzo dell'anello oscuro del quint'ordine; e poichè questa doppiezza in virtù delle precedenti leggi trovasi decupla di quella del primo anello brillante, ei ne risulta che la doppiezza assoluta della lamina di aria per il primo anello brillante è $\frac{1}{178000}$ di pollici inglesi.

Questo valore appartiene alla luce semplice, che forma il limite dell'arancio e del giallo.

Le stesse osservazioni applicate agli altri colori menano alla seguente tavola.

Tavola delle doppiezze della lamina di aria corrispondenti alla metà dell' anello brillante del prim' ordine per ciascuno de' colori.

Nomi dei Colori.	Doppiezze dell' aria in millionesimi di pollice inglese.	Doppiezze dell' aria in millionesimi di millimetro.	Doppiezze moltiplicate per 4 in millionesimi di millimetri.
Rosso estremo	6, 344	161, 15	645
Arancio rosso	5, 866	148, 95	596
Giallo arancio	5, 618	142, 70	571
Verde giallo	5, 237	133, 01	532
Turchino verde	4, 841	122, 97	491
Indaco turchino	4, 513	114, 64	458
Violetto indaco	4, 323	109, 80	439
Violetto estremo	3, 997	101, 51	406

Da ultimo Newton aveva dato una formola per esprimere la legge, secondo la quale la doppiezza cresce con l' obbliquità. Sicchè la totalità de' risultamenti da lui ottenuti sul notabile fenomeno degli anelli colorati mena alla soluzione di questa quistione generica: essendo conosciuta la corrispondenza di rifrazione di una sostanza e la sua doppiezza determinar la proporzione di ciascuno de' colori semplici, ch' essa rifletterà sotto un' obbliquità qualunque; o reciprocamente essendo conosciuto il colore se ne può dedurre la corrispondenza di rifrazione se la doppiezza è data, o la doppiezza se la corrispondenza di rifrazione è nota.

Dobbiamo aggiungere ancora che si formano per *trasmissione* degli anelli simili a quelli prodotti per riflessione, soltanto sono molte più deboli. Ei basta per osservarli di situare il sistema de' vetri tra l' occhio e la luce; allora operando sopra un colore semplice si può scorgere facilmente che la doppiezza della lamina, la quale apparisce nera per riflessione, è quella che trovasi colorata per trasmissione *e viceversa*. Gli anelli trasmessi seguono le stesse leggi degli anelli riflessi; ma in ogni punto di una lamina sottile il colorito trasmesso è compimento del colorito riflesso.

436. *Degli accessi di facile riflessione e di facile trasmissione.* — Dopo avere stabilito le leggi sperimen-

tali di tutti i fenomeni, che le lamine esili presentano, Newton ne aveva dato una teorica, divenuta celebre sotto il nome di *teorica degli accessi*. Di presente sarebbe superfluo esporre in tutti i suoi particolari questa teorica, essendo essa intimamente legata al sistema dell'emissione; ma ci pare necessario di farne noti i principî, per mostrare quanto è difficile di rendere generali od anche esprimere i fatti, senza niente mischiarvi d'ipotetico, e per mostrare ancora che un sistema può condurre ad importanti risultamenti, o ad approssimazioni felici, anche quando è falso e non compiuto.

Considerando che in una bolla di sapone, in una lamina di aria compresa fra due vetri o in una qualsiasi lamina sottile, rischiarata da luce omogenea, si veggono periodicamente per riflessione degli spazi neri corrispondenti alle doppiezze 0,2,4,6, ecc., e degli spazi brillanti corrispondenti alle doppiezze 0,3,5,7, ecc.; Newton aveva espresso questo fatto dicendo: la luce ha degli *accessi di facile riflessione*, poichè si riflette, quand'è attraversata dalle doppiezze 1,3,5,7 ecc.; essa à del pari degli *accessi di facile trasmissione*, poichè si trasmette, quando è attraversata dalle doppiezze 0,2,4,6 ecc.; e queste due specie di accessi son della stessa lunghezza o della stessa durata nello stesso mezzo, dappoichè si succedono periodicamente ad uguali intervalli. Così seguendo col pensiero un raggio di luce semplice ax (*fig.* 284) che ha testè traversato la prima superficie ss' di un mezzo per propagarsi nel suo interno da a verso x, bisogna concepire che, se entrando acquista un accesso di facile trasmissione, quest'accesso andrà crescendo da a in m, dove giungerà al suo maximum, diventerà poi decrescente da m in b; allora comincerà l'accesso di facile riflessione, che arriverà al suo maximum in n, e sarà descrescente da n in c; poi ritornerà un novello accesso di trasmissione passando di mano in mano per le stesse fasi o periodi da c in d, e poscia un accesso di facile riflessione da d in e, ecc. ecc. Lo spazio, che percorre il raggio per la durata di un accesso, è la *lunghezza dell'accesso*; e tutte queste lunghezze ab, bc, ecc. sono uguali tra loro.

Ciò posto se il mezzo, la cui prima superficie è in $s\,s'$ ha una doppiezza minore di $a\,b$, il raggio potrà passare oltre; dappoichè trovasi in un accesso di facile trasmissione nel momento, che tocca la seconda superficie, e passerà tanto più agevolmente, quanto sarà più vicino col mezzo del suo accesso di trasmissione. Quel che accade per una doppiezza minore di $a\,b$, accade parimente e per la stessa ragione per le doppiezze comprese tra $a\,c$ ed $a\,d$, $a\,e$ ed $a\,f$, ecc. Ecco perchè una lamina sottile è nera sotto un' incidenza perpendicolare, quando la sua doppiezza è minore della lunghezza di un accesso, o quando la sua doppiezza è uguale a due volte, quattro volte, sei volte questa lunghezza ecc. Se al contrario la doppiezza della lamina è uguale ad una volta, tre volte, cinque volte, sette volte la lungezza dell' accesso ecc., essa apparirà vivamente colorata, dappoichè nel momento, che il raggio tocca la seconda superficie, è in un accesso di facile riflessione, e trovasi per conseguenza riflesso.

Nella stessa sostanza la lunghezza degli accessi cresce con l' obbliquità; e nelle diverse sostanze muta in ragione inversa degl' indici di rifrazione.

Questa è la teorica e piuttosto l' ingegnosa ipotesi, onde il Newton ha congiunti insieme con maraviglioso rigore tutti i fenomeni che le lamine sottili presentano.

Si è per lungo tempo riguardata questa ipotesi, come una verità fisica incontrastabile: non è essa, dicevasi, la generale espressione di un fatto? non è certo che la luce sia alternamente trasmessa e riflessa? Questo è vero; ma affermando che la luce è alternamente trasmessa e riflessa, si fanno espressamente due ipotesi: cioè che la luce è alternamente trasmessa per certe doppiezze, e alternamente riflessa per certe altre, e di più si fa ancora tacitamente una terza ipotesi, cioè che la prima superficie non ha veruna parte nel fenomeno. Ora noi dimostreremo che nel fatto non esistano nè trasmissione nè riflessione alternative, e che gli anelli sono prodotti dal concorso di due riflessioni uniformi, che si fanno sulla prima e sulla seconda superficie delle lamine esili.

437. *Teorica de' fenomeni delle lamine esili nel sistema delle ondulazioni* — Fresnel ha presentato questa teorica in modo tanto semplice e conciso, che io mi fo obbligo di qui serbarne le proprie espressioni. In prima egli stabilisce un principio fondamentale sul senso del moto nelle onde riflesse, e di poi spiega la formazione degli anelli.

Sul senso del moto nelle onde riflesse.

« Quando uno scuotimento si propaga in un mezzo di una elasticità e di una densità uniforme, esso mai non ritorna su i suoi passi; e comunicandosi a porzioni novelle rimane le precedenti in un assoluto riposo. Così accade che una palla di avorio, che percuote un'altra di massa uguale, tutto il suo moto le comunica e rimane dopo l'urto in riposo. Allorchè la seconda palla ha massa maggior della prima, la nuova velocità, onde quella è animata, la porta in senso contrario al suo primo moto; e quando ne ha minore, quella continua a moversi nello stesso senso; sicchè le novelle velocità della prima palla dopo l'urto sono segni contrari nei due casi. Ciò può aiutare a concepire quel che accade, allorchè un'onda giunge nella superficie di contatto di due mezzi elastici di diverse intensità: la parte infinitamente sottile del primo mezzo, che tocca col secondo, e che noi possiamo rassomigliare alla prima palla, non rimane in riposo dopo aver posto in moto la parte contigua del secondo mezzo, per cagione della differenza della loro massa; e ci ha riflessione; ma la nuova velocità, di cui dopo l'urto è animata la porzione del primo mezzo, e che si comunica di mano in mano alle porzioni precedenti dello stesso mezzo, dee mutar segno, secondocchè la porzione del secondo mezzo ha più o meno massa di quella del primo; cioè secondocchè questo è più o meno denso del secondo. Quest'importante principio scoperto dal Signore Young mercè le considerazioni da noi esposte, risulta ugualmente dalle formole, che il Signor Poisson ha dedotte da un'analisi dotta e rigorosa: applicata alla riflessione della luce ne insegna, che siccome un'onda luminosa è riflessa in dentro

o in fuori del più denso mezzo, la velocità di oscillazione è positiva o negativa; sicchè tutti i moti oscillatori corrispondenti saranno ne' due casi segni contrari.

» Ciò posto ritorniamo al fenomeno degli anelli colorati, e per rendere semplici i ragionamenti supponiamo che la luce riflessa si osservi sotto l'incidenza perpendicolare, o almeno in una direzione che pochissimo se ne allontana; consideriamo, uno de'sistemi di onde mandato dall'oggetto rischiarante sulla seconda superficie della lamina di aria, cioè sulla prima superficie del vetro superiore; quel che noi diremo di questo sistema di onde si potrà applicare a tutti gli altri: nel momento che giunge nella superficie di separazione del vetro e dell'aria esso prova una riflessione parziale, che scema alquanto l'intensità della luce trasmessa nella lamina di aria, e fa nascere di dentro al primo vetro un altro sistema di onde, la cui intensità, come è noto, è moltissimo inferiore a quella della luce trasmessa; in guisache essendo quella pochissimo indebolita da questa prima riflessione, giungendo nella seconda superficie della lamina di aria, produce un secondo sistema di onde riflesse di un'intensità quasi uguale a quella delle onde provvenienti dalla prima riflessione; ecco perchè la loro interferenza ingenera colori tanto vivaci nella luce bianca, ed anelli brillanti ed oscuri così manifesti in una luce omogenea. Essendo le due superficie della lamina di aria sensibilmente parallele in prossimità del punto di contatto, dove si formano gli anelli colorati, i due sistemi di onde seguiranno lo stesso cammino; ma quello, ch'è stato riflesso nella seconda superficie, troverassi relativamente all' altro in ritardo, e di una quantità uguale al doppio della grossezza della lamina di aria, che ha due volte attraversata. In oltre bisogna osservare che evvi un'altra differenza tra loro, cioè che il primo è stato riflesso *in dentro* del vetro o del mezzo più denso, mentre l'altro lo è stato *in fuori* del vetro inferiore; dal che risulta, giusta i principî stabiliti di sopra, un opposizione ne'moti oscillatori. Sicchè, quando in ragione inversa della differenza de'cammini percorsi i due

sistemi di onde dovrebbero andare di accordo, compiere cioè tutti i lor moti oscillatori nel medesimo senso ' noi pel contrario ne conchiuderemo che sono in compiutà discordanza; e reciprocamente, quando la differenza de'cammini percorsi indicherà una discordanza compiuta, noi ne conchiuderemo che i lor moti oscillatori si accordano perfettamente. Ciò posto si può di leggieri determinare la posizione degli anelli oscuri e brillanti.

» E prima di ogni altro il punto di contatto, dove la doppiezza della lamina di aria è nulla, non producendo veruna differenza di cammino tra i due sistemi di onde dovrebbe stabilire un perfetto accordo fra le loro vibrazioni; sicchè, dappoichè in ragione dell'opposizione di segno bisogna prendere il contrario, le loro vibrazioni saranno in compiuta discordanza, ed il punto di contatto veduto per riflessione presenterà una macchia nera. E più allontanandosi la doppiezza della lamina di aria cresce. Fermiamoci dove la sua doppiezza è uguale ad $\frac{1}{4}$ di ondulazione; la differenza de'cammini percorsi sarà una semi-ondulazione, che corrisponde ad una compiuta discordanza; epperò saravvi perfetto accordo fra i due sistemi di onde; questo adunque sarà il punto più rischiarato del primo anello brillante. Quando la doppiezza della lamina di aria sarà la metà di un'ondulazione, essendo la differenza de'cammini percorsi uguali ad un'ondulazione corrispondente all'accordo perfetto, ei ci avrà discordanza compiuta, e questo punto sarà il mezzo di un anello oscuro. In generale con gli stessi ragionamenti è facil vedere che i punti più neri degli anelli oscuri corrispondono alle doppiezze della lamina di aria, uguali a

$$o, \frac{2}{4}d, \frac{4}{4}d, \frac{6}{4}d, \frac{8}{4}d, \frac{10}{4}d, \text{ecc.},$$

e i punti più illuminati degli anelli brillanti alle doppiezze

$$\frac{1}{4}d, \frac{3}{4}d, \frac{5}{4}d, \frac{7}{4}d; \frac{9}{4}d, \frac{11}{4}d, \text{ecc.},$$

essendo d la lunghezza di un'ondulazione luminosa nel-

l'aria. Se prendesi per unità il quarto di questa lunghezza, le doppiezze della lamina di aria corrispondenti ai *massimi* e *minimi* di luce riflessa danno i seguenti numeri :

Anelli oscuri . . o, 2, 4, 6, 8, 10, ecc.
Anelli brillanti: 1, 3, 5, 7, 9, 11, ecc.

» Ben si vede che questa unità o il quarto di un'ondulazione luminosa è precisamente la lunghezza di ciò, che Newton chiama gli *accessi delle molecole luminose*. Sicchè moltiplicando per quattro le misure, ch' egli ne ha dato pe' sette principali spezie de' raggi semplici, si hanno le lunghezze corrispondenti delle loro ondulazioni, in questo modo si trovano gli stessi risultamenti, che deducendo le lunghezze di ondulazioni dalla misura delle frange prodotte da due specchi; o dagli svariati fenomeni della diffrazione (*vedete le tavole delle pagine* 288 *e* 300) .Questa identità numerica, che il Signor Young ha notato il primo, stabilisce fra gli anelli colorati e la diffrazion della luce un'intima correlazione, che era fino allora sfuggita ai fisici guidati dal sistema dell' emissione, e che non poteva essere indicata, se non dalla teorica delle ondulazioni.

» Dietro l' esperienza del Signor Arago sul rimovimento, che provano le frange prodotte dall'interferenza di due fasci luminosi, quando l'un di due ha attraversato una lamina esile, noi abbiamo veduto che le ondulazioni luminose erano in questa lamina raccorciate, secondo la corrispondenza del seno di rifrazione col seno d'incidenza pel passaggio della luce dall'aria nella lamina. Questo principio è generale ed estendesi a tutti i corpi rifrangenti di qualsivoglia natura : così per esempio la lunghezza di ondulazione della luce nell' aria sta alla lunghezza di ondulazione nell' acqua, come il seno dell'angolo d'incidenza de'raggi, che passano obbliquamente dall' aria nell' acqua, sta al seno del loro angolo di rifrazione. Per conseguenza, se s' introduce dell' acqua fra i due vetri in contatto, che presentano anelli colorati, essendo la lamina di aria sostituita da una lamina

di acqua, in cui le ondulazioni luminose diventan più corte, giusta la corrispondenza da noi esposta, le doppiezze di queste due lamine, che riflettono gli stessi anelli, saranno tra loro nella corrispondenza del seno d' incidenza col seno di rifrazione pel passaggio della luce dall'aria nell'acqua. Questo è appuntino il risultamento rinvenuto da Newton mercè l'osservazione, paragonando i diametri degli anelli prodotti ne' due casi; dal che deduceva col calcolo le corrispondenti doppiezze. Questa relazione, osservabile tra i fenomeni della diffrazione, della rifrazione e degli anelli colorati, che non è niente ligata all'ipotesi dell' emissione, avrebbe potuto essere precedentemente annunziata dalla teorica delle ondulazioni, secondo la quale i seni degli angoli d' incidenza e di rifrazione di necessità debbono essere proporzionali alle velocità di propagazione, o alle lunghezze di ondulazione della luce ne' due mezzi.

» Dopo aver dato conto della formazione degli anelli riflessi per l'interferenza de raggi riflessi sulla prima e seconda superficie della lamina di aria, ha il Signore Young dimostrato che gli anelli molto più deboli, che si vedono per trasmissione, risultano dall' interferenza de' raggi trasmessi direttamente con quelli, che nol sono stati, se non dopo due riflessioni consecutive nella lamina esile, e che dovevano essere per conseguenza compimento degli anelli riflessi, conforme l'esperienza. Noi crediamo inutile il dare questa spiegazione, ch'è simile alla precedente; solamente faremo osservare che l' estrema pallidezza degli anelli trasmessi sotto l' incidenza perpendicolare dipende dalla gran differenza d'intensità de' due sistemi di onde, che li producono.

» Siccome nemmeno terremo conto degli anelli riflessi sotto incidenze obblique, e staremci contenti al dire che la teorica spiega, perchè il diametro loro cresca con l'obbliquità, e che la formola semplicissima, a cui mena, rappresenta i fatti con esattezza, almeno fino a che le obbliquità non sono assai grandi: quando i raggi che penetrano nella lamina di aria, sono inclinatissimi; i risultamenti del calcolo non più si accordano con le mi-

sure del Newton. Ma è probabile che questa anomalia dipenda dal perchè le ordinarie leggi della rifrazione, secondo le quali la formola è calcolata, provano alcune modificazioni nel passaggio obbliquissimo de' raggi fra due superficie tanto prossime.

» Finora noi abbiamo considerato solamente gli anelli prodotti da una luce semplice; ma è agevole di conchiuderne ciò, che debbe accadere nella luce bianca con ragionamenti analoghi ai già fatti dianzi per le frange dell'esperienza de' due specchi. Da un'altra parte quest'analisi del fenomeno esposta coi maggiori particolari può rinvenirsi nell'Ottica del Newton, che ha il primo dimostrato l'effetto prodotto dalla luce bianca risultar dalla riunione de' diversi effetti de' raggi colorati, onde essa è composta. ».

458. *Colori prodotti dalle piastre doppie*. — Un raggio solare entra nella camera nera per un' apertura rotonda del diametro di 4 in 5 millimetri; esso cade sopra uno specchio concavo *m m'* (*fig. 285*) di vetro stagnato, che lo rimanda esattamente nella direzione d'incidenza, ed allora intorno all' apertura si discerne sopra un cartone bianco a tal fine disposto una serie di anelli risplendentissimi. Questo fenomeno, ch' è uno dei più belli dell' ottica, è stato scoperto ed osservato dal Newton.

Quando la luce incidente è un colore semplice, il rosso per esempio, tutti gli anelli sono alternamente oscuri e rossi senza verun'altra gradazione; se ne possono allora noverare fino a dodici o quindici, se sonosi prese tutte le possibili cautele per render perfette le tenebre nel luogo dell'osservazione. Quando la luce incidente è bianca, gli anelli presentano tutte le gradazioni degli anelli formati da lamine esili.

Questi anelli acquistano la massima intensità loro, quando la distanza dallo specchio al cartone è uguale al raggio dello specchio, o in altri termini quando l' immagine riflessa dell' apertura ricade sull'apertura stessa, e l'è precisamente uguale in grandezza. Per distanze minori o maggiori tra lo specchio ed il cartone, i colori degli anel-

li appariscono molto più deboli, e finiscono ancora nell'oscurarsi compiutamente.

Intanto con uno specchio lucido e ben lisciato gli anelli son sempre più o meno pallidi, e per dar loro il maggiore splendore possibile, bisogna un poco appannare la prima superficie dello specchio, o soffiandovi su o spargendovi qualche polvere fina, come della farina, o finalmente coprendola di un lieve strato di latte allungato con l'acqua, che si asciughi e vi rimanga attaccato. Questa notevole circostanza era sfuggita al Newton.

Allorchè si allontana alquanto lo specchio dalla posizione dianzi accennata, in modo che l'immagine riflessa dell'apertura ricada in qualche distanza dall'apertura medesima, per esempio a tre in quattro centimetri o più ancora, si discernono degli anelli circolari (*fig.286*), fino a potersene numerare parecchi ordini; ma allora il comune lor centro sta nel mezzo della linea, che congiunge l'apertura alla sua immagine, ed intorno intorno a siffatto centro apparisce una macchia più o meno ampia, che muta aspetto, siccome portasi più o meno lungi l'immagine dell'apertura riflessa dallo specchio. Essa è alternamente oscura e lucida nella luce omogenea, mentre nella luce bianca rapidamente passa per un gran numero di gradazioni.

Queste sono le apparenze generali di tal fenomeno, detto *fenomeno delle piastre doppie*, perchè la grandezza degli anelli dipende dalla doppiezza dello specchio, rimanendo il suo raggio di curvatura lo stesso.

Col mezzo di un gran numero di esperimenti accortamente variati sopra specchi di raggi diversi o di diverse doppiezze, e con esatte misure degli anelli di differenti colori, il Newton pervenne a stabilire queste leggi:

1° In qualsiasi luce omogenea i quadrati de' diametri seguono per gli anelli brillanti la serie de' numeri pari 0, 2, 4, 6, ecc.; e per gli anelli oscuri quella dei numeri dispari 1, 3, 5, 7, ecc.;

2° Con lo stesso specchio situato alla stessa distanza, i diametri degli anelli dello stesso ordine vanno nei diversi colori decrescendo dal rosso fino al violetto; e

le corrispondenze loro sono le stesse che per gli anelli formati nelle lamine esili;

3° I diametri degli anelli dello stesso colore e dello stesso ordine, formati con specchi dello stesso raggio e di diversa doppiezza, sono reciprocamente proporzionali alle radici quadrate delle doppiezze degli specchi.

Queste leggi puramente sperimentali sono di notabile esattezza. Le ho altre volte verificate col Signor Biot non solo sopra specchi a facce concentriche, ma su molti specchi ancora, le cui due superficie avevano diversissimi raggi di curvatura.

Ecco un altro modo di produrre il fenomeno delle piastre doppie; esso venne immaginato dal duca di Chaulnes nel 1755 (*Memorie dell' Accademia delle scienze*). Allo specchio di vetro si sostituisce uno specchio metallico (*fig.* 287); situandolo in guisa che l'apertura coincida o quasi con il suo centro: ma in qualche distanza dinanzi alla sua superficie si adatta una lamina parallela, come per esempio una lamina di vetro, di mica o di calce solfata con la cautela di appannar con del latte o l'una o l'altra delle sue facce. Si ottengono allora degli anelli perfettamente simili a' precedenti, e quindi alle medesime leggi sommessi. Qui la doppiezza dello specchio è lo strato di aria compreso fra la lamina trasparente e la superficie concava del riflessore, e si può variare agevolmente a piacere.

Infine un terzo mezzo molto più semplice si offre a riprodurre lo stesso fenomeno ancora. Ebbi l' opportunità di osservarlo nel 1816 (*Ann. di fis. e di chim.* 1816). Si dispone uno specchio concavo di metallo, come nell' esperimento del duca di Chaulnes, ed invece di frapporre davanti alla sua superficie una lamina trasparente vi si aggiusta un *tramezzo opaco* forato di qualsiasi apertura, solo picciola in modo che i suoi orli scontrino i raggi incidenti e quindi i raggi riflessi (*fig.* 288); allora si discernono degli anelli intorno al cartone, che sta nell' apertura dell' imposta, siccome nell' esperienze di Newton e del duca di Chaulnes; se non che sono meno splendenti e quindi men numerosi.

L'irregolarità dell'apertura del tramezzo non altera sensibilmente la forma circolare di questi anelli; essi rimangono gli stessi per un'apertura rotonda, quadrata, triangolare, o per un'apertura a rettangolo stretto e molto sprolungato. Ed ho anche osservato che un semplice orlo rettilineo presentato al fascio dappresso agli specchi determina la formazione degli anelli, ma in tal caso non si distingue chiaramente che una metà della loro circonferenza.

440. Newton dalla teorica degli accessi aveva saputo trarre una spiegazione de' colori prodotti dagli specchi di vetro. Il Sig. Biot aveva estesa questa spiegazione a' colori prodotti dagli specchi metallici combinati con una lamina trasparente secondo il processo del duca di Chaulnes; ma per ligare alla stessa teorica gli effetti da me ottenuti collocando dinanzi agli specchi de' tramezzi opachi forati da varie aperture, ci si voleva ricorrere ad ipotesi complicate ed infinitamente poco probabili. Nel sistema delle ondulazioni al contrario tutti questi fenomeni dello stesso ordine e della stessa apparenza si spiegano, siccome or ora diremo, con lo stesso principio.

Sia c il centro dello specchio (*fig.* 289); $cb = r$, e $ca = r'$ i raggi di curvatura della sua seconda e prima superficie: $e = ab = r - r'$ la sua doppiezza. Nel punto a sulla prima superficie la luce prova una *diffusione* mercè l'imperfezione della lisciatezza; i raggi, che ne risultano, cadono sulla seconda superficie divergendo, come se partissero proprio dal punto a; e si riflettono sopra questa seconda superficie; come se partissero da un punto l, la cui posizione si determina di leggieri. Di fatto il punto l è il foco coniugato del punto a rispetto alla superficie b; e la formola degli specchi dà:

$$bl = \frac{er}{2e - r} \text{ ovvero } bl = -e,$$

potendo $2e$ venir negletto rispetto ad r. Questi raggi ri-

flessi vanno a cadere sulla prima superficie ap, dove si rifrangono per uscire nell'aria, e dopo la loro rifrazione essi sono, come se partissero da un certo punto t, la cui posizione si determina con la formola delle lenti di una doppiezza indefinita, che dà:

$$at = \frac{2er'}{nr' + 2e(1-n)} \text{ ovvero } at = \frac{2e}{n}.$$

Questi raggi uscendo dalla superficie ap provano una diffusione novella simile a quella da essi provata entrando, e divergono in tutt'i sensi, ma l'intensità loro nelle inclinazioni piccole è molto maggiore.

I raggi emergenti, che evitano la riflessione e rifrazione regolari, sono adunque di due specie: gli uni, che hanno solo provato la diffusione di entrata, e che sono nel medesimo stato, che se avessero percorso il cammino $at + tm$; gli altri, che han provato la doppia diffusione di entrata e di uscita, e che sono nel medesimo stato che se avessero seguito il cammino $at + ta + am$. Siccome le loro vibrazioni erano concordanti col punto a, dal quale noi calcoliamo la partenza loro, di qui risulta che nel punto m sul cartone, che circonda il foro d'incidenza, esse saranno concordanti o discordanti secondo che la differenza de' cammini percorsi farà un numero pari o un numero dispari di semiondulazioni. D'altra parte, essendo tutto simmetrico intorno al fascio centrale ca, manifestamente ne risulterà una serie di anelli oscuri e brillanti tutti aventi il punto c per centro, ed i cui diametri si possono facilmente trovare. Di fatto la differenza de' cammini percorsi è $at + ta + am - at - tm$, ovvero $at + am - tm$.

Già da noi si è veduto che $at = \frac{2e}{n}$, e nominando y il semi-diametro incognito cm dell'anello, il triangolo cam dà:

$$am = \sqrt{(r-e)^2 + y^2} = r - e + \frac{y^2}{2(r-e)};$$

Il triangolo ctm dà parimente:

$$tm = \sqrt{\left(r + \frac{2e}{n} - e\right)^2 + y^2} = r + \frac{2e}{n} - e + \frac{y^2}{2\left(r + \frac{2e}{n} - e\right)};$$

dal che prossimamente risulta $\frac{ey^2}{nr^2}$ per la differenza dei cammini percorsi; e supponendola uguale ad m volte la lunghezza λ di una semi-ondulazione, se ne trarrà diffinitivamente pel diametro $2y$ degli anelli di ordini diversi:

$$2y = 2r\sqrt{\frac{m\lambda n}{e}}.$$

Sostituendo con m la serie de' numeri pari 2, 4, 6, ecc. o la serie de' numeri dispari 1, 3, 5, ecc., si avrà la serie degli anelli brillanti o degli oscuri. Questa espressione riproduce fedelmente le tre leggi enunciate più sopra; e vedesi ancora ch' essa è indipendente dal raggio di curvatura della prima superficie uniforme alle nostre esperienze: per applicarla alle osservazioni del duca di Chaulnes ed a quelle fatte da me con tramezzi opachi, ei basta di fare $n = 1$, e di prendere per e la distanza dal tramezzo allo specchio.

In quel, che precede, noi non abbiamo considerato che un pennello di luce incidente moltissimo esile, ma è agevole il vedere che gli stessi ragionamenti si applicano ad un pennello di grandezza determinata, come quello per esempio, che giugne allo specchio per mezzo di un'apertura centrale del diametro di 4 in 5 millimetri. Allora non è più la porzione interna del fascio incidente quella ch' è efficace, ma è più di ogni altro la sua porzione esterna. Se per esempio si suppone che l'apertura abbia 5 millimetri di diametro, l'esterna cir-

conferenza del fascio è di più di 15 millimetri; ed è la porzione diffusa di questa luce, la qual è ripartita intorno al centro per farvi gli anelli di diversi ordini, che in tal modo acquistano assai più splendore, che se fossero formati da un sottilissimo pennello centrale. Adunque la grandezza dell'apertura non è del tutto senza influenza sul diametro degli anelli.

Quanto alla distanza dello specchio, alla quale gli anelli acquistano il più vivo splendore, mi pare che possa variare in limiti molto estesi: rappresentandola con d, la più generale formola del diametro degli anelli è:

$$2y = 2d\sqrt{\frac{m\lambda n}{\sqrt{e}}}$$

Queste formole si possono agevolmente estendere al caso della riflessione obbliqua, e dare ragione di tutte le apparenze, che offrono allora gli anelli o con la luce semplice o con la luce composta.

Delle piastre doppie.

Quando gli anelli delle piastre doppie sono prodotti nelle più favorevoli circostanze, tanto agevol cosa è il misurarli con esattezza, ch'essi diventano un mezzo semplicissimo di ottenere le lunghezze di ondulazioni corrispondenti alle diverse luci. Eccone un esempio tratto dalla numerosa serie di esperimenti da me fatti altre volte su tal subietto insieme col Sig. Biot, e che sono consegnati nel suo Trattato di Fisica. Essendo 2, 34 la doppiezza del vetro e 2178 la distanza del cartone, noi abbiamo rinvenuto 63.. 107 e 143 pe'diametri degli anelli neri de'3 primi ordini ed 88.. 125 per quelli de' 2 primi lucidi, essendo la luce l'estremo rosso e preso il millimetro per unità; calcolando i valori di λ, che ne risultano, ci trovasi in millionesimi di millimetro, 324.. 316....312...319.. 334, la cui media è 321, che dà 642 per la lunghezza dell'intera onda invece di 645, che appartiene al rosso più estremo.

441. I principi testè sviluppati servono a spiegare molti altri fenomeni analoghi, di cui ci restrigueremo a citare alcuni esempi.

Il Sig. Babinet ha osservato che un fascio di luce convergente dà degli anelli, quando sul suo cammino si frappone una lamina rifrangente, le cui superficie sono lievemente spalmate di un'acqua lattea seccata o di vernice di destrina (*fig.* 290): la luce renduta diffusa dalla prima superficie *as* va ad interporsi con quella della stessa onda renduta diffusa dalla seconda superficie *as*, ed il diametro $2y$ degli anelli è qui dato dalla formola:

$$2y = 2d\sqrt{\frac{2\,m\,\lambda\,n}{\sqrt{e}}}.$$

Il fattore $\sqrt{2}$ deriva dal non esservi qui interna riflessione, e perchè la luce sol una volta attraversa la doppiezza e invece di due. Sostituendo alla lamina rifrangente 2 lamine esili di mica, parallelle e mantenute alla distanza e tra loro, anche lo stesso effetto si ottiene, e basta per avere i diametri il fare $n = 1$ nella formola precedente.

Colori prodotti da una lamina doppia e da una superficie piana riflettente. — Una lamina di vetro *ab* a facce parallele o inclinate pochissimo, avente parecchi millimetri di doppiezza, è disposta (*fig.* 291) al di sopra di una lamina lisciata di metallo *ml*, e quasi quasi parallellamente: per traverso alla lamina *ab* si guarda sopra *ml* l'immagine riflessa da un' apertura fatta nell'imposta della camera nera, e sol dalla luce delle nubi rischiarata; questa immagine è colorata di gradazioni più o meno vivaci, in cui si distinguono soprattutto il rosso ed il verde; questi colori sono prodotti dall' interferenza de' raggi, che passano direttamente, e da'raggi, che han provata una riflessione nella piastra.

Colori prodotti da due lamine di uguale doppiezza, che sono lievemente inclinate tra loro. — L'apertura della camera nera si mira per traverso ad un siste-

ma di lamine uguali e parallele, la prima delle quali è perpendicolare al raggio incidente, mentre la seconda è lievemente inclinata. Allora si discernono parecchie immagini dell'apertura: la prima, ch'è l'immagine diretta, è viva e senza colori; le altre, che sono più o meno deviate, sono deboli e solcate da strisce più o meno larghe che offrono tutt'i colori degli anelli.

Un piccolo apparecchio vedesi (*fig.* 292) destinato a rendere questo fenomeno regolare. Ad uno degli estremi di un tubo lungo 25 in 30 centimetri evvi una fenditura circa un centimetro larga, che fa passare la luce delle nubi, ed all'altro estremo evvi il sistema delle due piastre a facce parallelle, delle quali una è fissa, mentre l'altra mobile a cerniera per mezzo del bottone *b* si accosta in guisa da fare con la prima un angolo sempreppiù picciolo: mentre questo angolo diminuisce le frange diventano più larghe e meno numerose, il cammino dei raggi è stato indicato per far vedere quelli, che interpongono.

Eriometro del dottor Young. — Quando si rimira la luce di una lampada attraverso di un picciol fiocco di fibre delicate ed incrocicchiate in mille guise tra loro, si veggono attorno alla fiamma degli anelli colorati, che imitano quasi le corone, che si osservano intorno al sole e alla luna. I filuzzi di lana, di seta, o di cotone, i peli di animali, ed ogni maniera di fili producono questo fenomeno con molto splendore. Ed è lo stesso ancora delle minute polveri, che sono sparse sopra una lamina di vetro in esilissimi strati. Il dottore Young, che ha osservato il primo con metodo questi fenomeni, se n'è ingegnosamente servito per costruire un istrumento destinato a misurare le doppiezze delle fibre delicate, o i diametri de'picciolissimi globettini, come quei del sangue, del latte o del sedimento. E questo istrumento è stato da lui chiamato *Eriometro*.

L'eriometro si compone di un tubo, nel quale si muove una piastra circolare di cartone o di metallo annerito avente nel suo centro un'apertura rotonda di circa un mezzo millimetro; intorno alla quale in distanza di otto

o dieci millimetri, si trafora un certo numero di buchi quanto più si può sottili. Situando dietro questa piastra l'occhio per mirare una viva fiamma, come quelle di una lampada di Carcelles, si distingueranno chiaramente l'apertura centrale ed i piccioli buchi finissimi; disposti sopra una medesima circonferenza, questi formano il segno, sul quale deesi condurre in coincidenza uno degli anelli de' delicati corpi sottoposti alla prova. Il perchè questi corpi si dispongono all'estremo del tubo allato all'occhio, ed attraverso al loro tessuto si guarda l'apertura centrale, che apparisce circondata di una ghirlanda. Se l'anello scelto per paragone delle misure inviluppa la circonferenza de'segni, si accosta la piastra, e si allontana nel caso contrario; poi finalmente e quando la coincidenza è bene stabilita tra i segni e l'anello, si legge sul tubo la distanza della piastra. Il dottor Young ammette che i diametri de'corpi delicati sono in ragione inversa di queste distanze. Quindi secondo tal regola basta avere la grandezza di uno di questi corpi per dedurne quella di tutti gli altri.

FINE DEL TERZO VOLUME.

NOTE

DEL TRADUTTORE.

Pag. 32. (1) Chi fosse curioso conoscere com' è costituito il diamante, può riscontrare la dotta traduzione del Berzelius fatta dal Sig. G. Guarini *vol.* 1. *pag.* 185. e gli *El. di Chim.* dell'egregio R. Piria *pag.* 93.

Pag. 48. (2) Rendesi più sicuro l' esperimento se l' oriuolo mercè più fili di canape non torti sospendasi alla campana, e vi si dia anticipatamente moto toccandone il grilletto; poscia si situi la campana sul piatto della macchina pneumatica, e ricovrendola con un' altra campana facciasi il voto nell' intervallo.

Dall'esperienze dei Sigg. Priestley e Pèrolle risulta che l'intensità, con la quale si trasmette il suono in un gas, riesce di tanto più debole di quanto è minore la densità del gas impiegato. Di maniera che, se nella precedente esperienza la campana si riempisse d' idrogeno, il suono dell' oriuolo a mala pena si udrebbe.

Se i polmoni si riempiono d' idrogeno, e si procura di parlare espirandolo, la voce che si produce è sorda, ed ha molta analogia con quella del *ventriloquo*, ch' eccita una viva maraviglia ed inganna l'orecchio di chi l'ascolta sul luogo donde parte; l'arte consiste ad indebolire i suoni della voce mercè un artifizio particolare dei muscoli del petto. *V. Lamè.*

Pag. 105. (3) Gli *echi* possono ripetere una sillaba sola e si dicono *monosillabi*, ne possono ripetere più, e si dicono *polisillabi*; ce ne ha di quelli che arrivano a ripeterne fino a 15 e 20 sillabe. Il numero delle sillabe, che l' eco ripete dipende dalla maggiore o minore distanza del corpo, che fa riflettere il suono, poichè tante sillabe saranno dall' eco ripetuto per quante se ne possono pronunziare, prima che il suono della prima sillaba ritorni all' orecchio dell' ascoltatore senza confondersi.

Degli echi *moltiplici* hassi il più bello esempio nel castello di Simonetta, il quale ripete un suono 40 volte,

fenomeno che dipende dalla posizione di due muri paralleli, in uno dei quali havvi una sola finestra, donde quegli che parla, ode tutte le successive ripetizioni del suono.

Una specie più curiosa di *echi* ha origine dalle volte e dagli archi, che costituiscono le sale e gabinetti parlanti, cioè quei luoghi ove un discorso che si fa a bassa voce in un punto si ode in un punto distante ma non nei punti intermedi. Esempi bizzarri ne abbiamo veduto nella cupola della chiesa di S. Paolo a Londra, nella Galleria di Glocester, e nelle terme di Mercurio a Pozzuoli. Anche un bello esempio se ne ha nella cattedrale di Girgenti e nella Rotonda di Roma.

La stessa cagione che produce gli *echi*, cioè la riflessione del suono, ha dato origine ancora alla *tromba parlante* o *portavoce*, *al cornetto acustico*, allo *stetoscopio* ed a tutti gli altri strumenti, che servono ad ingrandire i suoni, che vogliono farsi udire in distanza da un sordo, o che per sè siano troppo piccoli per manifestarsi all'orecchio umano.

Lo *stetoscopio* ch'è un istrumento di cui si fa uso in medicina per valutare alcuni suoni particolari dei polmoni, del cuore e delle arterie fu inventato da Laennec, e perfezionato dal Piorry. *V. l' opera di quest' ultimo.*

Finalmente nella costruzione delle sale da concerto di musica e dei teatri bisogna aver molto riguardo alla proprietà, che ha il suono di riflettersi, per fare ch' esso non si disperda, e nello stesso tempo non ci siano echi o risuonanze, che vengano a guastare l'armonia della voce e dell'orchestra. Intorno di che si può riscontrare la Fisica dell' Ab. Scinà tom. 2. *pag.* 323 *ediz. di Palermo del* 1829, e l'opera di Vitruvio *trad. del Galiani cap.* III. *pag.* 175.

Pag. 147. (4) Disponendo in un certo modo due specchi piani, e situandoli in una posizione particolare rispetto all' occhio e all'oggetto, o alla scena degli oggetti, che gli specchi debbono riflettere, si forma il *caleidoscopio*, istrumento che crea e riproduce una gran varietà d' immagini. Questo ingegnoso istrumento fu per la prima volta ideato dal Sig. Brewster, ed ora viene impiegato con molto successo in più arti, per ottener dei disegni svariati e bizzarri, ma sempre simmetrici.

Si costruisce riunendo due specchi piani dentro un tubo cilindrico non trasparente, combinati ad angolo verso un lato del tubo. In una estremità il tubo è chiuso da due vetri piani paralleli tra loro, ed alquanto lontani, che

racchiudono dei minuti oggetti di vetro colorati, in modo che possono facilmente scorrere; dei due cristalli quello che guarda la parte esteriore è appannato, trasparente quello che guarda l'interna. All'altra estremità del tubo vi è una piastra non trasparente, forata d' un piccolo orifizio, quanto basta perchè l'osservatore vi adatti l'occhio. Tenendo l'istrumento nelle mani, ovvero poggiandolo su di un piede e girandolo intorno dell'occhio, sempre quei minuti oggetti di vetro colorati si andranno naturalmente rimovendo, e le immagini che si presentano così all'occhio sono di una bellezza, e di uno splendore, che supera ogni descrizione, e formano uno spettacolo che varia all'infinito senza riprodurre i medesimi quadri.

Perchè l'istrumento faccia più effetto, il Sig. Brewster v'introduce diversi oggetti inanimati o animati, applicandovi una lente convessa nella parte di avanti, mercè la quale l'immagine rovesciata di uno oggetto lontano si forma all'estremità dei due specchi nel verso naturale. In questa costruzione, la lente è disposta in un tubo e gli specchi in un altro; in guisa che allontanando o avvicinando all'occhio il tubo che contiene la lente, l'occhio può veder riprodursi in una perfetta simmetria tutti gli oggetti, qualunque sia la distanza ch'essi occupano. Ed è in tal modo che i fiori, gli alberi, le statue, gli animali, i quadri e siffatti possono far parte delle simmetriche combinazioni del caleidoscopio. (*V. Brewster Trattato sul Caleidoscopio*).

Il Chiarissimo Sig. Paolo A. De Luca noto fra noi per le sue belle ricerche sopra l'acustica, ha pubblicato un' importante memoria sul caleidoscopio, avente per scopo di rendere l'istrumento di utile applicazione alle arti ornamentali. Egli chiama questo *caleidoscopio alla Brewster* onde distinguerlo da due altri generi da esso ideati e costrutti: uno detto *caleidoscopio semplice*, e che serve per la soluzione di alcuni problemi più determinati, un altro detto *meccanico*, ed è destinato a porre in simmetria oggetti mobili. Ci spiace che non possiamo qui dare un'immagine della sua struttura, poichè sarebbene la descrizione assai lunga (*Vedi la sua Memoria*).

Pag. 149. (5) Si perviene alla formola degli specchi sferici $\frac{1}{m} = \frac{2}{r} - \frac{1}{b}$, facendo i seguenti sviluppi.

I tre triangoli rettangoli *asi*, *aci*, *afi* (*fig.* 150), danno

$$as : ai :: 1 : tang.\ asi,$$

$$ac : ai :: 1 : tang.\ aci,$$

ed $$af : ai :: 1 : tang.\ afi.$$

Sostituendo i simboli ai lati, e gli angoli alle tangenti, avremo

$$b : ai :: 1 : x,$$

$$r : ai :: 1 : y,$$

ed $$m : ai :: 1 : z;$$

dal che $x = \frac{ai}{b}, y = \frac{ai}{r}, z = \frac{ai}{m}.$

Or nel triangolo rettangolo *asi* l' angolo acuto $asi = ias - ais$, dei quali l' angolo $ias = aci + aic$, e l'angolo $ais = aic + cis$; in modo che avremo $asi = aci + aic - aic - cis$,

ovvero $$asi = aci - cis,$$

e ponendo i simboli otterremo

$$x = y - d\ (1).$$

Similmente l'angolo $afi = iac - aif$, de' quali l'angolo $iac = aci + aic$: sostituendo si avrà $afi = aci + aic - aif$, ma l' angolo $aic = aif + fic$; quindi $afi = aci + aif + fic - aif$, ovvero $aif = aci + fic$,

e ponendo i simboli $z = y + d\ (2)$.

Or addizionando l' equazioni (1) e (2) si avrà $x + z = 2y$, e $z = 2y - x$. Ponendo per z, y, ed x i valori già trovati, avremo

$$\frac{ai}{m} = \frac{2ai}{r} - \frac{ai}{b};$$

e finalmente $\frac{1}{m} = \frac{2}{r} - \frac{1}{b}$.

Pag. 150. (6) Per far meglio rilevare come accade il fenomeno di *aberrazione di sfericità* soggiungiamo che, qualora cade un fascio di raggi parallelamente all' asse di uno specchio concavo la cui apertura oltrepassi 8 a 10°, quei raggi che sono contigui all' asse andrannosi a riunire nel fuoco; perchè i piccioli archetti che sono vicini all'asse hanno un' inclinazione picciolissima rispetto al piano dove l'asse cade; di modo che i raggi incidenti che cadono su questi archetti formano angoli di incidenza quasi uguali ed in corrispondenza angoli quasi uguali di riflessione. Così non è pei raggi che cadono sugli archetti lontani dall' asse; dappoicchè la loro inclinazione è sensibilmente diversa da quella del piano dell' asse, o del piano dei raggi contigui. E quindi gli angoli d' incidenza sono tutti ineguali, ed ineguali in corrispondenza con quei di riflessione. Vanno perciò a riunirsi i diversi punti a destra o sinistra o al di sotto dell'asse, e formano varî fuochi. Questo fenomeno dipendente unicamente dalla sfericità della superficie concava viene perciò chiamato *aberrazione* di *sfericità*; il quale accade non solo negli specchi ma nelle lenti eziandio, come l' Autore accenna nella pag. 185 di questo volume.

Chi vuole altri particolari sull'aberrazione di sfericità, sugli specchi e sulle lenti può leggere *il Manuale di Ottica del Sig. Brewster*. Vol. 1 pag. 64.

Pag. 154. (7) Malus è stato il primo che abbia trattato in un modo generico il problema dell' investigazione delle caustiche, ossia la ricerca dell'esatta posizione dei diversi punti, ove s' incrociano i raggi riflessi su di una superficie qualunque. Adoperando il calcolo infinitesimale e partendo dalle cognite leggi della riflessione, egli è pervenuto a risultamenti generici, che ci duole di non poter qui esporre.

Il Sig. Quételet ha pubblicato non ha guari due memorie importanti sullo stesso soggetto.

Non sarà fuor di proposito di qui aggiungere qualche nuovo sviluppo sugli specchi curvi dal Pouillet esposti in un modo troppo generico.

Gli specchi concavi sono spesso adoperati ad eccitare la combustione, ed allora sarà meglio costruirli di

metallo o di vetro. Gli specchi sferici non tanto convengono a siffatto uso, dappoichè tutt' i raggi riflessi non passano rigorosamente pel fuoco. I più idonei sono al certo gli specchi parabolici; imperciocchè nella parabola il raggio di curvatura è uguale alla metà del parametro, ed il fuoco principale è distante dal vertice per 1/4 di esso parametro. Presentando una grande difficoltà di struttura, non sono troppo in uso.

Ora quando si riceve da uno specchio concavo un fascio di raggi paralleli all' asse dello specchio, questi riuniti o concentrati per la riflessione acquistano una grandissima energia calorifica e combustiva; e lo specchio dicesi *caustico*, *ustorio*, o *ardente*; ed è capace d' infiammare non solo i corpi combustibili, ma di calcinar pietre e di liquefare metalli. Perchè vi sia il massimo effetto negli specchi ustori bisogna, condensare bene i raggi, nel che tanto più si riesce, quanto più piccolo è il semidiametro; ma si dee por mente che non si oltrepassino certi limiti, altrimenti ciò che si acquisterebbe da un lato, si perderebbe dall'altro; dappoichè diminuendo il semidiametro si diminuisce contemporaneamente il numero dei raggi ch'esso riceve. Pare che gli ottici ammettano, dietro esperimenti e calcoli fatti, che l' ampiezza degli specchi ustori non debba eccedere i 24 a 25°.

Di questi specchi ardenti se ne sono costrutti vari in epoche diverse, e meritano di esser ricordati quelli di Septala, di Teodoro Moret, e più d'ogni altro quelli di Garrousse di S. Ciro, che bruciava a 5 piedi di distanza, e l'altro di Tschirnhausen, il cui foco era di 12 piedi, e finalmente lo specchio parabolico del Sig. Villèle da Lione, fatto con ligatia di rame e stagno, che aveva 1^m, 30 di diametro e 90mm, 095 di distanza focale, col quale si fuse un soldo in men di 16 secondi.

Qualora la sostanza da bruciarsi si trova ad una distanza maggiore di $\frac{r}{2}$, ch' è la precisa distanza focale degli specchi sferici concavi (374), l'effetto non può conseguirsi, e per grandi distanze bisognerebbe uno specchio concavo d'una smisurata grandezza, che con i mezzi ordinari non si è potuto costruire. In tal caso bisogna aver ricorso a più specchi piani riuniti tra loro, e disposti in maniera da poter determinare la riflessione dei raggi luminosi in un punto unico. Con questo artifizio, e non già con uno specchio catottrico, oppure con

uno specchio diottrico narrasi che Archimede avesse bruciata la flotta dei Romani nel porto di Siracusa.

Il R. P. Gesuita Attanasio Kircher colla scorta di Zonara Tzeze pensò il primo di sostituire più specchi piani ad uno curvo; e potè conoscere che con 5 specchi piani eccitavasi alla distanza di 100 piedi un insopportabil calore.

Più tardi Buffon fece costruire sullo stesso principio uno specchio poligonale formato da 168 specchi piani atti a muoversi mercè cerniere in tutt' i sensi; di modo che potendosi variare la mutua inclinazione loro, potevasi facilmente dirigere il fuoco a diverse distanze. Questo apparecchio bruciava il legno a 200 piedi, fondeva il piombo ed il rame a 45. E con un apparecchio poi di 224 specchi piani potette fondere a 13 metri l' argento (*Mem. dell' Ac. delle scienze 1747* p. 82). Le quali esperienze rendono tutte molto probabile ciò che si è riferito sull'esperimento d'Archimede: intorno di che si può riscontrare *Montucla* t. 1 *St. delle Mat. Bossut* t. 1, e *Peyrard* t. 2 *trad. delle Opere di Archimede.*

Pag. 167. (8) Per maggior chiarezza facciamo notare che il *cerchio ripetitore* è uno istrumento il qual serve alla misura degli angoli, ed ha per pezzi principali alla sua costruzione un cerchio intero partito di un solo piede di diametro, e due cannocchiali uno superiore ed un altro inferiore; mobili o fissi a volontà. Il cannocchiale superiore è annesso ad un' *alidada* circolare che porta 4 nonî ad angolo retto tra loro; e siccome è un istrumento che può ridursi sino a 4 pollici, così riesce comodissimo a poterlo stabilire in uno spazio stretto. Malgrado sua picciolezza esso è atto di dare molta esattezza nella ricerca dell'indice di rifrazione (*V. le opere di Geodesia*).

Pag. 186. (9) L'importanza della teorica delle lenti ci ha fatto credere necessario lo sviluppo di tutte le sue formole.

E cominciando dalla formola alla pagina 180 $sen p = n sen. q$ facciamo riflettere ch' è la stessa dell'altra già dimostrata alla pag. 158, cioè che il seno dell'angolo d'incidenza diviso pel seno dell' angolo di rifrazione è uguale all' indice di rifrazione; ricavando il valore di $sen.\ p$ si otterrà $sen. p = n\ sen. q$; e potendo sostituire gli angoli ai seni avremo $p = nq$. Ora la (*fig.* 187) ci dà l' angolo $pds = dsa + dca$, e l'angolo $dca = dtc + tcd'$ e sostituendo i simboli avremo $p = x + y$ ed $y = z + q$.

Per eliminare p e q dalle tre equazioni $p=nq$, $p=x+y$, $y=z+q$ riflettiamo ch' essendo nelle due prime $p=p$; sarà $nq=x+y$, e ricavando i valori di q in quest'ultima e nella terza $y=z+q$, avremo $q=\frac{x+y}{n}$ $q=y-z$; ed essendo $q=q$ sarà $\frac{x+y}{n}=y-z$, e liberando da' fratti e passando i termini da un membro all'altro avremo $x+nz=ny-y$, dal che $x+nz=y\,(n-1)$ formola già determinata dall'Autore. Or essendo i triangoli *sad*, *adt* e *adc* picciolissimi, potremo calcolare l'arco *ad* come retta, e quindi per le proprietà dei triangoli rettangoli avremo

$$b : ad :: 1 : \text{tang. } x,$$
$$m : ad :: 1 : \text{tang. } z,$$
ed
$$r : ad :: 1 : \text{tang. } y.$$

Sostituendo gli angoli alle tangenti avremo

$$b : ad :: 1 : x,$$
$$m : ad :: 1 : z,$$
ed
$$r : ad :: 1 : y;$$

dal che $\frac{ad}{b}=x$, $\frac{ad}{m}=z$, ed $\frac{ad}{r}=y$

e sostituendo questi valori di y, x e z nella formola $x+nz=y\,(n-1)$ avremo $\frac{ad}{b}+\frac{n.\,ad}{m}=\frac{ad}{r}\,(n-1)$, ovvero togliendo il comune fattore ad, $\frac{1}{b}+\frac{n}{m}=\frac{n-1}{r}$ (1).

Ora analizzando le due formole della pagina 182 $\frac{1}{b}+\frac{n}{b'}=\frac{n-1}{r}$, e $-\frac{1}{b'}+\frac{n'}{m}=\frac{n'-1}{r'}$ riflettiamo ch'esse sono le stesse di quella (1); poichè nella prima il termine b' è uguale alla distanza m, e nella seconda il termine b' è affetto dal segno $-$, dovendo necessariamente avere valori di segni contrarî considerandoli per rapporto alla prima o alla seconda superficie della lente: n' è il nuovo indice di rifrazione del vetro rispetto all' aria ed r' il raggio di curvatura della seconda superficie della lente. Ora per eliminare b' tra le due equazioni

$$\frac{1}{b}+\frac{n}{b'}=\frac{n-1}{r}\,,\ \text{e}\ -\frac{1}{b'}+\frac{n'}{m}=\frac{n'-1}{r'}\,,$$

avremo liberando da' fratti,

$$b'r + nbr = bb'n - bb', \text{ ed } mr' - b'n'r' = - b'mn' + b'm,$$

e mettendo in fattori

$$b'(bn - b - r) = nbr, \text{ e } b'(n'r' - mn' + m) = mr',$$

e ricavando i valori di b' sarà

$$b' = \frac{nbr}{bn - b - r}, \text{ e } b' = \frac{mr'}{n'r' - mn' + m};$$

e quindi
$$\frac{nbr}{bn - b - r} = \frac{mr'}{n'r' - mn' + m}.$$

Ora liberando da'fratti e sostituendo in luogo di n' il suo valore $\frac{1}{n}$ avremo $brr' - brm + mnbr = bnmr' - bmr' - mrr'$, e dividendo per b, r ed m si avrà $\frac{r'}{m} - 1 + n = \frac{nr'}{r} - \frac{r'}{r} - \frac{r'}{b}$, e riunendo i fattori di r' nel secondo membro otterremo

$$\frac{r'}{m} - 1 + n = r'\left(\frac{n - 1}{r}\right) - \frac{r'}{b},$$

e dividendo per r'

$$\frac{1}{m} - \frac{1}{r'} + \frac{n}{r'} = \frac{n - 1}{r} - \frac{1}{b};$$

ed ordinando avremo

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{m} = \frac{n - 1}{r} - \frac{n - 1}{r'}.$$

Or in questa equazione supponendo $b = \infty$ e dinotando con f il valore corrispondente di m

otterremo
$$\frac{1}{f} = \frac{n - 1}{r} - \frac{n - 1}{r'};$$

dal che

$$rr' = fnr' - fr' - frn + fr,$$

e ricavando il valore di f

$$f = \frac{rr'}{(n - 1)(r' - r)}.$$

Dalle due ultime equazioni (*pag.* 182)

$$\frac{1}{b}+\frac{1}{m}=\frac{n-1}{r}-\frac{n-1}{r'}\text{, ed }\frac{1}{f}=\frac{n-1}{r}-\frac{n-1}{r'},$$

risulta $\frac{1}{b}+\frac{1}{m}=\frac{1}{f}$, e quindi $\frac{1}{m}=\frac{1}{f}-\frac{1}{b}$.

Or chiamando a disamina le due equazioni alla pagina 184.

$$\frac{1}{b}+\frac{1}{m}=\frac{1}{f}\text{, ed }\frac{1}{b'}+\frac{1}{m'}=\frac{1}{f},$$

si avrà
$$\frac{1}{b}+\frac{1}{m}=\frac{1}{b'}+\frac{1}{m'}.$$

Di leggieri rilevasi l'esattezza di quest'equazione se si osserva (*fig.* 189), che la tangente dell'angolo $ds'a$ chiamata x' appartiene ancora all'altro $s''s's$, quindi per proprietà dei triangoli rettangoli das', $s'ss''$, dat', $tt''t'$, $as''s$ ed $at''t$ si ha

$$b' : ad :: 1 : tang.\, x',$$
$$b-b' : ss'' :: 1 : tang.\, x',$$
$$m' : ad :: 1 : tang.\, z',$$
$$m'-m : tt'' :: 1 : tang.\, z',$$
$$b : ss'' :: 1 : sen.\, v,$$

ed
$$m : tt'' :: 1 : sen.\, v;$$

dal che

$$tang\, x'=\frac{ad}{b'},\ tang\, x'=\frac{ss''}{b-b'},\ tang.\, z'=\frac{tt''}{m'-m},\ tang\, z'=\frac{ad}{m'},\ tag\, v=\frac{ss''}{b},\ tang.\, v=\frac{tt''}{m},$$

sostituendo nelle due ultime formole in vece dei seni gli angoli, e quindi le tangenti.

Or dividendo fra loro queste equazioni si avrà

$$\frac{tag\, x'}{tag\, z'}=\frac{m'}{b'}\ (1),\ \frac{tag\, x'}{tag\, v}=\frac{b}{b-b'}\ (2),\ \frac{tang.z'}{tang.v}=\frac{m}{m'-m}(3):$$

similmente dividendo tra loro le equazioni (2) e (3) si avrà $\frac{tag\, x'}{tag\, z'}=\frac{b\,(m'-m)}{m\,(b-b')}$, ed uguagliando i valori di

$\frac{tang\ x'}{tag\ z'}$ in questa e nell' equazione (1), otterremo
$\frac{m'}{b'} = \frac{b(m'-m)}{m(b-b')}$. Eseguendo le moltiplicazioni e liberando da fratti, $m'mb - mm'b' = b'bm' - bb'm$, e dividendo per mm', per b e b', si avrà

$$\frac{1}{b'} - \frac{1}{b} = \frac{1}{m} - \frac{1}{m'},$$

e quindi $$\frac{1}{b} + \frac{1}{m} = \frac{1}{b'} + \frac{1}{m'}$$

In ultimo per sviluppare la formola $g' = m\ tang.\ v$ (*pag.* 185) osserviamo sulla figura 190 che il triangolo $tt'a$ essendo rettangolo in t dà $at : tt' :: 1 : tang.\ v$, e sostituendo m invece di at e g', grandezza assoluta dell'immagine dell'oggetto, invece di tt' avremo $m : g' :: 1 : tang\ v$ ossia $g' = m.\ tang\ v$. Ma l'equazione delle lenti $\frac{1}{m} = \frac{1}{f} - \frac{1}{b}$ (*pag.* 183) liberata da'fratti ci dà $fb = mb - mf$ ossia $fb = m(b-f)$, ovvero $m = \frac{fb}{b-f}$; quindi è che sostituendo tal valore di m nell' equazione $g' = m\ tang.v$ avremo $g' = \frac{fb}{b-f}$ $tang\ v$; ma della stessa figura si rileva che $tang.\ v = \frac{g}{b}$, cosicchè la formola diviene $g' = \frac{fb}{b-f}.\frac{g}{b}$, ossia $g' = \frac{fg}{b-f}$, e dividendo per b il valore già trovato $m = \frac{fb}{b-f}$, si otterrà $\frac{m}{b} = \frac{f}{b-f}$; il qual valore sostituito nell' equazione $g' = \frac{fg}{b-f}$ darà $g' = g.\frac{m}{b}$ ch' è la formola finale delle lenti.

Pag. 189. (10) Per formarsi un'idea più diretta del grande effetto, che produce l'apparato di Fresnel, si fa notare che ritrovandosi i Sigg. Arago e Mathieu sulle coste d'Inghilterra, e di Francia videro di giorno con un cannocchiale, che la luce scagliata da questo apparato si scorgeva alla distanza di 17 leghe: la videro inoltre ad occhio nudo ad una distanza meglio di 50 miglia un'ora dopo il tramonto del sole. Il faro di Agde è stato visto dal monte Bèarn, presso Port — Vendres, ad una distanza di

23 leghe di poste. Si è fatto paragone con la luce scagliata dai migliori fari inglesi a riflessione, e si è conosciuto che l'effetto prodotto da questi alla distanza di 15 miglia avea la medesima intensità della luce scagliata alla distanza di 50 dal primo. Costa ancora da altri esperimenti comparativi che l'effetto prodotto dall'apparecchio a rifrazione è quasi triplo di quello prodotto a riflessione con grandi specchi. Conosciutane in Francia la grande utilità si è generalmente sostituito a quelli a riflessione.

Ci sembra che l'esposte cose bastino a dispensarci dall' addurre ulteriori prove ocularmente da noi vedute; ma solo esortiamo coloro, i quali bramassero una più minuta conoscenza dell'apparecchio di Fresnel, tanto opportunamente riportato dal Sig. Ponillet, di voler riscontrare queste opere.

Bul. delle Scien. della Soc. fil. agosto 1823 p. 123,
Bul. delle Scien. di Ferussac n. 8 p. 138.
An. di Chim. e di Fis. t. 37 p. 398.
Mem. di Aldini inserite nelle *Mem. della Soc. Ital.* t. 19.

Possa l'Italia nostra, come lo speriamo, senz' altro indugio accogliere nei porti suoi un ritrovato così utile al commercio ed alla marina.

Pag. 210 (11) Qui per le stesse ragioni indicate nella nota (8) ricordiamo che il *teodolito* è un altro istrumento, che serve alla misura degli angoli, e differisce dal *cerchio ripetitore*, solo perchè è capace di avere tutte le possibili posizioni, cioè che i cannocchiali prolunganti hanno la proprietà di muoversi molti gradi in un piano perpendicolare al lembo; e gli angoli osservati con quest'istrumento, disposto orizzontalmente mercè due livelli situati ad angolo retto ed attaccati al lembo, si trovano ridotti all'orizzonte dell' osservatore. (*V. le opere di Geodesia*).

Pag. 233. (12) La formola $\frac{1}{x} - \frac{1}{d} = \frac{1}{f}$ facilmente si comprenderà, se si pon mente ch' essa è la stessa della formula $\frac{1}{10} - \frac{1}{30} = \frac{1}{f}$ poco fa dimostrata; nella quale $\frac{1}{10}$ è un fratto il cui denominatore indica la distanza dall' oggetto alla lente, che in questo caso chiameremo x, ed $\frac{1}{30}$ è un altro fratto in cui 30 dinota la distanza dell' im-

magine virtuale, che noi chiameremo d; quindi la formola $\frac{1}{10} - \frac{1}{30} = \frac{1}{f}$ addiventerà $\frac{1}{x} - \frac{1}{d} = \frac{1}{f}$, ed $\frac{1}{x} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d}$. Liberando da fratti si avrà $fd = xd + fx$, ovvero $x\ (d+f) = fd$, e quindi $x = \frac{fd}{d+f}$.

Or i triangoli simili acb ed $a'\ cb'$ (*fig.* 228) danno $a'\ b' : ab : : cp' : cp$, dal che $\frac{a'b'}{ab} = \frac{cp'}{cp}$.

Ma $\frac{a'b'}{ab}$ indica il rapporto tra la grandezza dell'immagine virtuale e quella dell'oggetto, ovvero l' espressione dell' ingrandimento: cp' la distanza dell' immagine virtuale chiamata d, e cp distanza a cui bisogna situare l' oggetto dinanzi alla lente chiamata x; quindi sarà $\frac{a'b'}{ab} = \frac{d}{x}$, e sostituendo invece di x il suo valore trovato $\frac{df}{d+f}$, avremo $\frac{a'b'}{ab} = \frac{(d+f)}{df} = \frac{d+f}{f}$.

Pag. 234. (13) L'uso della camera lucida non è così facile come a prima vista si mostra, abbisognandovi una lunga abitudine per l'esatto maneggiamento. Il che dipende principalmente dal perchè questo istrumento tal qual fu ideato dal Wollaston nel 1807 ha il difetto di fare sparire l'oggetto, o la punta della matita ad ogni minima mossa dell'occhio; il che dopo poco tempo stanca la vista. Il Sig. Amici di Modena è pervenuto a togliere di mezzo questo inconveniente modificando notabilmente la camera chiara del Wollaston.

Ecco ciò che vi è di più essenziale in questa nuova camera lucida.

Un prisma triangolare ad angolo retto, avente l' ipotenusa volta in basso ed una faccia perpendicolare ad una lamina di cristallo a facce parallele, e tenuta inclinata. I fasci luminosi che partono dagli oggetti penetrano nel prisma da una delle sue facce laterali rifrangendosi, e patiscono due totali riflessioni successive, una sull' ipotenusa, l' altra sulla faccia interna del vetro parallelo. L'occhio, mentre riceve questi fasci, vede contemporaneamente e nella medesima direzione per lo traverso della lamina la punta della matita, che disegna l' immagine dell'oggetto. Perchè poi non siavi riflessione sulla seconda faccia, essa è appannata, eccetto nella parte che debbe trasmettere i raggi che partono dalla punta della matita. Il Sig. Amici ha immaginato diverse altre

felici disposizioni, di modo che ha formato della camera lucida uno degli strumenti utilissimi per le scienza e per le arti (*Ann.* di *Ch.* e di *Fis.* t. 22 pag. 137). Un dotto rapporto di questi diversi apparecchi si legge nel *Giornale delle Scienze d' Edimburgo*, N. V. p. 157. Esortiamo pure a voler leggere un libretto del Sig. C. Chevalier pubblicato il 1829, ove si rinviene il perfezionamento da lui portato a questo apparecchio, non che i particolari della sua costruzione e del suo maneggiamento.

Pag. 235. (14) Debbesi al celebre Giambattista della Porta Napolitano la scoperta *della camera oscura*, il quale fioriva quasi alla fine del secolo XVI. Destinava questa macchina non al diletto soltanto, ma eziandio al comodo delle persone meno versate nell'arte del disegno; ma queste previsioni del Porta non erano compiutamente realizzate, conciossiachè poteansi solamente in massa tracciare colla punta d'una matita i contorni dell'immagine focale e situarli nelle veraci correlazioni di grandezza e di posizione; ma era d'uopo di finir poi questi quadretti colle ordinarie regole del disegno; talmente che nacque tantosto nell'animo di molti il desiderio di vedere impresse da sè stesse quelle piacevoli immagini.

Le osservazioni degli alchimisti del secolo precedente intorno all' azione della luce sull' *argento corneo*, oggi detto *cloruro di argento*, e che poteano far conoscere possibile appagare un tal desiderio, passarono neglette non solo al Porta ma ad un secolo e mezzo dopo. Furono le fatiche del Wedgwood e di Sir Humphry Davy, che fecero conoscere potersi fermare momentaneamente le immagini nella camera oscura. Più tardi il Sig. Niepce trovò modo per renderle permanenti; ma di poco conto erano i quadretti da lui ottenuti, benchè dopo lungo e paziente processo. Era serbato al Sig. Daguerre la gloria di operare compiutamente questo miracolo, cioè di fissare in men di 5 minuti, ed ora in un minuto secondo, mercè la potenza della luce quelle leggiadre immagini, che per due secoli invano si era tentato ottenere (V. *Avver. al 4. Vol.*).

Pag. 237. (15) Il microscopio solare fu inventato nel 1738 dal Sig. J. N. Lieberkuhn celebre notomista di Berlino. Furono dappoi in questo istrumento praticate varie e successive modificazioni, e principalmente sull'ingrandimento e sul rischiaramento degli oggetti. Siamo poi

debitori al Sig. C. Chevalier di un ultimo perfezionamento arrecato a questo utilissimo istrumento. Gli usi ai quali si è destinato il microscopio solare sono estesi tanto che molte scienze ed arti si sono di esso giovato, ma fra tutte forse quella, che più utile ne ha ricavato, è la storia naturale, e per la conoscenza della formazione intima delle parti costituenti gli oggetti di cui esso si occupa, e per la scoverta di una classe intera di esseri animati prima perfettamente ignoti. Gli animaletti infusori esseri impercittibili ai nostri sensi anche i più perfetti sono una classe di esseri, che il microscopio ci ha permesso non solo di vedere, ma di distinguere ancora in moltissime specie, e di studiare nella organizzazione e nelle abitudini loro. Interessantissimo ne è lo studio, immenso ne è il numero e scopo delle fatiche dei più grandi fra i naturalisti Muller, Lamark, Cuvier, Ehrenberg, non che del celebre meccanico Pritchard sono quelli che più si distinsero fra loro. Facilissima cosa è procurarsene moltissimi e di spezio differentissime mettendo in infusione sostanze organiche.

Posciachè l'inglese Drummond ebbe scoverta la gran quantità di luce che si sviluppa da una corrente di gas idrogeno e gas ossigeno accesa che va contro un pezzo di calce carbonata, in ogni città fu tantosto ripetuta questa graziosa esperienza; e qui in Napoli fu resa la prima volta di pubblica ragione dal nostro germano Lorenzo in presenza di colti scienziati, e di numerosa gioventù. Cercava il Drummond di applicarla ai fari ed alla illuminazione delle città, cosa che non ebbe effetto sia pel dispendio che porta l'estrazione dell'ossigeno, sia massimamente per il pericolo di detonazione, e sia per una certa difficoltà di meccanismo atto a mutare il pezzo di calce.

Se rimase sotto questo riguardo inutile la scoverta, seppe bene il Cooper cavarne prò applicandola ad illuminare i microscopi: è tanto forte la luce ottenuta col mezzo di Drummod che può essa servire benissimo quante volte il sole non ci favorisca nelle esperienzo microscopiche. Ma pericolo grandissimo si corre per la subitanea accensione che può accadere nel riunire questi due gas, ed è perciò che coi cannelli di Newmann di Clarke e di Davy di Cornet, si è cercato di rimediarvi, ma ci sembrano poco sufficienti tutte le precauzioni che si cercano di prendere con questi soli cannelli chiamati di sicurezza. Non ha guari il Sig. Prof. Cassola è pervenuto a rendere più sicuro i cannelli

suddetti, usando capillari tortuosi, consistenti, se non siamo male informati, in fili metallici compressi, palline da caccia, e sabbia quarzosa; di maniera che gli è riuscito riunire i due gas senza tanta tema di esplosione. Meritano qui menzione gli apparecchi molto più sicuri, che ho àvuto occasione veder in Francia, ove i gas sono contenuti in due serbatoi separati, e si riuniscono poi in poca quantità in un vaso contenente dell' acqua, e che tiene l'orifizio chiuso da un turacciolo di sughero che facilmente può andar via in caso di esplosione: da questo vaso mercè un tubo il gas passa in un provino, ove si sono adoperate le stesse cautele, e poscia in un cannello ove son disposte come in quello di Davy o di Hemming circa 400 reticelle metalliche, da questo esce per quattro beccucci di platino con fori strettissimi e va contro il cilindro o la sfera di carbonato di calce.

Pag. 240. (16) Da che ebbe origine il microscopio, fino al punto di perfezionamento ove ora è giunto, esistono diverse opere di chiarissimi uomini sulla scienza microscopica, de' quali chi ne ha data la teorica ottica o sperimentale, e qualche semplice dettaglio sulla parte meccanica, e chi ne ha dato parzialmente qualche regola precisa; dimodocchè lungo e penoso riuscirebbe l'apparare l' uso dei microscopi, se si volessero leggere le prime opere e le seconde: esortiamo quindi a solo oggetto d' indicare una guida utilissima su tutto ciò che concerne la parte meccanica dei diversi microscopi, non che quanto concerne il maneggiamento, voler far uso del manuale sui microscopi di C. Chevalier, ove evvi pure un trattato completo di *micrografia* (*Parigi 1839*).

Pag. 243. (17) Si pretende dal Brewster, che il Newton avesse inventato il microscopio catadiottrico verso il 1679, il quale rimase in dimenticanza per lungo spazio di tempo. Venuto di nuovo in voga ha ricevuto al par di quasi tutti gli strumenti di ottica nuovi perfezionamenti dietro i lavori dei Sigg. Potter, Amici, Tulley, Coring, Cuthbert, Brewster, ed altri, di maniera cho ne risultarono parecchi istrumenti; ma in ispezialità dai Sig. Amici e Goring è stato reso perfettissimo; e si pretende dal primo che il suo microscopio catadiottrico dia per ingrandimento un milione di volte, e che infine sia superiore ai migliori microscopi diottrici costrutti dai Sigg. Adams e Dollond. (V. *Ann. di Chim. e di Fis.* t. 17).

Tutta la differenza fra il microscopio catadiottrico ed il diottrico, è nell' immagine che il primo dà per riflessione; giacchè il fascio di luce che dall'oggetto proviene cade sù di un piccolo specchio piano di metallo, da questo è rimandato su di uno specchio concavo pur di metallo, e dopo questa seconda riflessione va a formare un' immagine ingrandita dell'oggetto vicino all' oculare, ch' è simile perfettamente all' oculare del microscopio diottrico. Uno dei maggiori pregi di questi microscopi sta nella bontà degli specchi, ed i più perfetti per questo riguardo sono quelli di Amici.

Immensa è la difficoltà che incontrasi nel voler costruire questa sorte di microscopio, e del modo di ben garantire dall' ossido i riflessori, di che fa fede il Sig. Cuthbert, che gode fama di uno dei più valenti costruttori in questo genere di macchine; talmentechè è di nuovo poco in uso. Non volendo rimanerne all' oscuro della minuta conoscenza del microscopio catadiottrico, si può fra le altre opere leggere il rammentato manuale del Sig. C. Chevalier pag. 101.

Pag. 244. (18) Essendosi dimostrato nella nota (9), che la distanza focale principale di una lente è data dalla formola $f = \frac{rr'}{(n-1)(r'-r)}$, la stessa si applica al nostro caso facendo però riflettere che nella formola che segue a differenza della prima si ha un sol raggio di curvatura chiamato r, quindi avremo

$$f = \frac{r}{n-1}, \text{ ed } f' = \frac{r}{n'-1}$$

e liberando tali equazioni da fratti avremo.

$$f(n-1) = r, \text{ ed } f'(n'-1) = r,$$

dal che $f(n-1) = f'(n'-1)$;

ed eseguendo le moltiplicazioni $fn - f = f'n' - f'$,

ovvero $\quad f'n' = fn - f + f'$;

dal che $\quad n' = \frac{f(n-1)}{f'} + \frac{f'}{f'}$,

ovvero $\quad n' = 1 + (n-1)\frac{f}{f'}$.

Pag. 245 (19) Le formole $\frac{1}{m} = \frac{1}{\varphi} + \frac{1}{b}$ (1), $\frac{1}{m} = \frac{1}{\varphi'} + \frac{1}{b'}$, (2),

che sono facili ad ottenersi, riflettendo che m distanza a cui l'immagine si forma dietro l'oggettivo è uguale alle parti componenti cioè a φ che dinota la distanza focale principale della lente e b che dinota la distanza dall'oggettivo all'oggetto, ci danno la corrispondenza $\frac{f}{f'}$ nel seguente modo.

Avendo il Pouillet stabilita la formola $\frac{1}{\varphi} = \frac{1}{f} + \frac{1}{\varphi'}$ la la quale non è altro che la precedente in cui φ indica la distanza a cui l'immagine si forma dietro l'oggettivo avendo posto un punto luminoso ad una distanza φ', f la distanza focale principale del menisco di acqua, e φ', che in questo caso prende il nome di distanza dall'oggettivo all'oggetto: questa combinata con le due precedenti ci darà la formola $\frac{1}{f} = \frac{1}{b'} - \frac{1}{b}$ nel modo che segue. Si sostituisca il valore di $\frac{1}{\varphi}$ ossia $\frac{1}{f} + \frac{1}{\varphi'}$, nella formola (1) ed avremo $\frac{1}{m} = \frac{1}{f} + \frac{1}{\varphi'} + \frac{1}{b}$.

Or paragonando questa con l'altra (2),

avremo $\frac{1}{m} = \frac{1}{m}$ ed $\frac{1}{\varphi'} + \frac{1}{b'} = \frac{1}{f} + \frac{1}{\varphi'} + \frac{1}{b}$,

dal che $\frac{1}{b'} = \frac{1}{f} + \frac{1}{b}$, e passando il termine $\frac{1}{b}$ al primo membro avremo

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b'} - \frac{1}{b}.$$

Praticando similmente si avrà l'altra formola

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{b''} - \frac{1}{b};$$

E da queste due ultime sarà nota la corrispondenza

$$\frac{f}{f'} = \frac{b'' - b}{b' - b} \cdot \frac{b'}{b''}$$

Pag. 247. (20) La gloria della scoverta di un istrumento tanto interessante quale è il *teloscopio*, si è da molti a mol-

ti attribuita. Sonovi alcuni che ne fanno inventore Democrito, per sola smania di sempre esaltare gli antichi; altri seguendo un passo manuscritto della Cronica di Dithmarsus ne fanno autore Gerbert. Altri l'attribuiscono al nostro Giambattista Porta; ma la comune opinione sta per Giacomo Mezio, che la rinvenne nel XVII secolo: e Cartesio il quale scriveva in Olanda circa 30 anni dopo su questa famosa scoverta è stato uno di quelli il quale ha nutrito piena opinione in favore del Mezio, ch'ebbe suggerita quest'idea dall'aver guardato un oggetto a traverso di due lenti una concava e l'altra convessa. Non devesi neanche ignorare che alcuni ne fanno inventori i figli di un occhialaio di Midelburgo in Zelanda, del quale ignorasi il nome; questi giuocando nella bottega del loro genitore conobbero che, mettendo uno avanti l'altro due vetri di occhiali e guardando di traverso la banderuola di un campanile vicino, la vedevano più ingrandita del solito; il padre avvertito di questo fenomeno si diede alla prima formazione del teloscopio. Sembra ingiusta la pretenzione di farne inventore il nostro Galilei. Conformiamoci adunque all' opinione di molti e sopratutto del Cartesio a volerne dare la gloria al Sig. Mezio, e soggiungiamo che il Galilei, uditane la notizia, cercò colle leggi della rifrazione la formazione di quest' istrumento, ed in effetti la ritrovò; talmentechè giunse a formare un primo teloscopio che gli oggetti ingrandiva meglio di 30 volte in diametro, e gli servì qual mezzo a discoprire i satelliti di Giove, le macchie del Sole ed altre cose. (V. *Montucla Storia delle mat.* Vol. 2. p. 228).

Fine delle note del terzo volume.

INDICE DELLE MATERIE

DEL TERZO VOLUME.

LIBRO QUARTO

DELLE AZIONI MOLECOLARI.

CAPITOLO III.

Dell' Elasticità.

LIBRO QUINTO.

ACUSTICA.

CAPITOLO I.

Della produzione del suono e della sua trasmissione nell' aria atmosferica.

CAPITOLO II.

Valutazione numerica dei suoni.

CAPITOLO III.

Vibrazioni de' corpi solidi.

CAPITOLO IV.

Del moto di vibrazione delle masse fluide.

CAPITOLO V.

Delle vibrazioni di alcuni strumenti di musica.

CAPITOLO VI.

Della velocità del suono ne' diversi mezzi.

CAPITOLO VII.

Della Voce e dell' Udito.

LIBRO SESTO.

Ottica.

Nozioni generali sulla propagazione della luce.

PRIMA PARTE

Luce non polarizzata.

CAPITOLO I.

Della Catottrica o della riflession della luce.

CAPITOLO II.

Diottrica o rifrazione della luce.

CAPITOLO III.

Decomposizione e ricomposizione della luce.

CAPITOLO IV.

Delle righe dello spettro, della dispersione e dell'acromatismo.

CAPITOLO V.

Della visione, e degl' istrumenti d' ottica.

CAPITOLO VI.

Delle interferenze e della diffrazione.

Spiegazione degli anelli colorati prodotti dalle lamine sottili e dalle piastre doppie.

Fine dell' indice del terzo volume.

**

ERRATA.

PAGINE.	VERSI.	ERRORI.	CORREZIONI.
15	24	può aspettarsi	può aspettare
16	37	curvatura	curva
31	20	delle canne delle	delle canne o delle
33	16	*tensione*	*torsione*
41	35	oltrepassa	oltrepassi
66	11	*ff'*	*t'f*
ib.	33	ai $\frac{2}{s}$	ai $\frac{3}{s}$
67	9	7 tubi	8 tubi
68	36	aperture *v*	aperture *u*
71	4	220 buchi	440 buchi
ib.	5	a 440	ad 880
ib.	19	ruota *o*	ruota *e*
72	9	a 440	ad 880
ib.	17	220	440
ib.	18	110, ed il la_0 soltanto 55	220 ed il la_{-1}, 110 ed il la_{-2} solamente 55
ib.	ib.	il do_0	il do_{-2}
ib.	21	198 e 192	396 e 1584
ib.	22	297 e 1056	594 e 2112
ib.	23	198	396
ib.	24	n' esegue 1,056	n' esegue 2112
ib.	29	l'' *g*	1'', *g*
73	10	del do_0	dell' ut_{-2}
77	6	(*fig.* 77)	(*fig.* 80)
ib.	22	(*fig.* 77 e 78)	(*fig.* 80 ed 81)
80	22	(*fig.* 168)	(*fig.* 68)
81	17	0, 3, 5,	0, 2, 5
82	15	2, 3	1, 3
83	1	*bb'*	*b*, e *b'*
87	24	linee nodali	linee nodali (*fig.* 112)
95	4 e 5	(*fig.* 29)	(*fig.* 94)
126	35	(*fig.* 98)	(*fig.* 98 e 99)
ib.	39	di un	da un
130	6	*m*	*m'*
135	39	(*fig.* 147)	(*fig.* 137)
147	22	simmetrico di *b*	simmetrico di *b'*
161	2	45° 35'	48° 35'
166	2	*bcl'*	*oco'*
ib.	20	*b'ce*	*b'co*
183	14	convergente	divergente
184	15	siano *s'et*	sieno *s'* e *t'*
ib.	26	$tang\ x' = \frac{ad}{b}$	$tang\ x' = \frac{ad}{b'}$;

ERRATA.

PAGINE.	VERSI.	ERRORI.	CORREZIONI.
15	24	può aspettarsi	può aspettare
16	37	curvatura	curva
31	20	delle canne delle	delle canne o delle
33	16	*tensione*	*torsione*
41	35	oltrepassa	oltrepassi
66	11	ff'	$t'f$
ib.	33	ai $\frac{2}{5}$	ai $\frac{3}{5}$
67	9	7 tubi	8 tubi
68	36	aperture v	aperture u
71	4	220 buchi	440 buchi
ib.	5	a 440	ad 880
ib.	19	ruota o	ruota *e*
72	9	a 440	ad 880
ib.	17	220	440
ib.	18	110, ed il la_0 soltanto 55	220 ed il la_{-1}, 110 ed il la_{-2} solamente 55
ib.	ib.	il do_0	il do_{-2}
ib.	21	198 e 192	396 e 1584
ib.	22	297 e 1056	594 e 2112
ib.	23	198	396
ib.	24	n' esegue 1,056	n' esegue 2112
ib.	29	l'' g	1'', g
73	10	del do_0	dell' ut_{-2}
77	6	(*fig.* 77)	(*fig.* 80)
ib.	22	(*fig.* 77 e 78)	(*fig.* 80 ed 81)
80	22	(*fig.* 168)	(*fig.* 68)
81	17	0, 3, 5,	0, 2, 5
82	15	2, 3	1, 3
83	1	bb'	b, e b'
87	24	linee nodali	linee nodali (*fig.* 112)
95	4 e 5	(*fig.* 29)	(*fig.* 94)
126	35	(*fig.* 98)	(*fig.* 98 e 99)
ib.	39	di un	da un
130	6	m	m'
135	39	(*fig.* 147)	(*fig.* 137)
147	22	simmetrico di b	simmetrico di b'
161	2	45° 35'	48° 35'
166	2	bcl'	oco'
ib.	20	$b'ce$	$b'co$
183	14	convergente	divergente
184	15	siano $s'et$	sieno s' e t'
ib.	26	$tang\ x' = \frac{ad}{b}$	$tang\ x' = \frac{ad}{b'}$;

ERRATA.

PAGINE.	VERSI.	ERRORI.	CORREZIONI.
ib.	ib.	$tang\ x' = \frac{ss'}{b - b'}$; $tang\ z' = \frac{tt'}{m' - m}$	$tang\ x' = \frac{s''}{b - b'}$, $tang\ z' = \frac{tt''}{m' - m}$
ib.	27	$tang\ v = \frac{ss'}{b}$, $tang\ v = \frac{tt'}{m}$	$tang\ v = \frac{ss''}{b}$, $tang\ v = \frac{tt'}{m}$
187	22	di argento	d'Argant
210	12	del	dal
214	29	pagina 212	pagina 120
215	12 e 13	di crown s'	di crown s
224	7	della metà	delle metà
233	24	$\frac{cp'}{cp}$;	$\frac{cp'}{cp} =$
234	15	di er'	di pr'
235	14 a 16	t'	c'
245	3	q'	φ'
248	25	f dietro l' oggettivo	$f + f'$ dietro l' oggettivo
261	33	dalla linea	della linea
267	11	252	252 :
289	3	Ora è che	Ora, questo è
295	33	vengonsi	veggonsi
297	5	questi anelli	. Questi anelli
306	11	pei sette	per le sette
313	8	$\sqrt{m \lambda n} \over e$	$\frac{\sqrt{m \lambda n}}{\sqrt{e}}$

Fine dell' errata del terzo volume.

Pl 18.
Fig. 8.
Fig. 11.
Fig. 26.
Fig. 27.
Fig. 21
P.e Le Blanc Sculp

Pl. 19.

Vve LeBlanc sc.

Pl. 20.

Fig. 96.

Fig. 97.

Fig. 98.

Fig. 99.

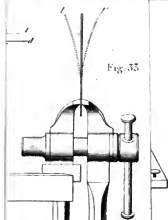
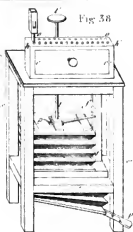
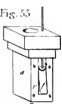
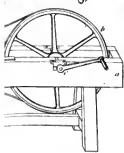
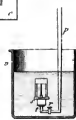
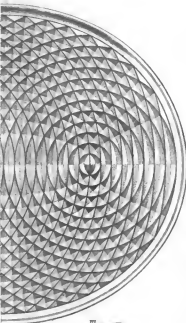
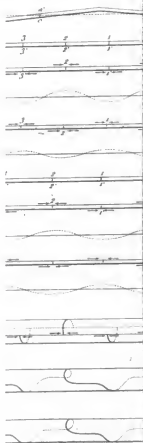
Fig. 90.

Fig. 91.

Fig. 100.

Fig. 101.

V. Le Blanc sculp.

Fig. 128.

V^e Le Blanc sculp.

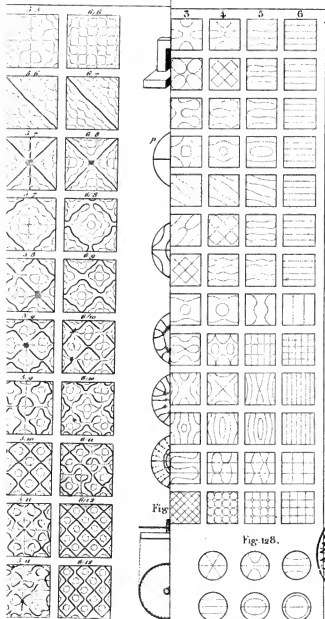



Fig. 132
Fig. 137
Fig. 140.
Fig. 142
Fig. 158.
Fig. 147.
Fig. 151
Fig. 155
Vr Le Blanc sc.

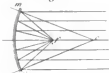
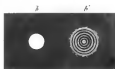
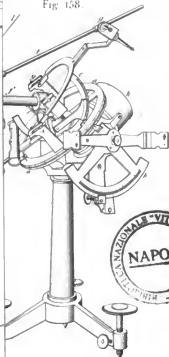
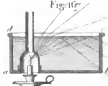
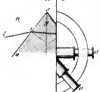
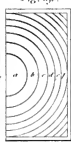
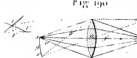
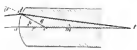



Fig. 162.
Fig. 167
Fig. 174.
Fig. 175
Fig. 170.
Fig. 177
Fig. 194
Fig. 195.
Fig. 183.
Fig. 186.
Fig. 198.
Fig. 199.
Fig. 190
Fig. 200
V. Le Blanc sculp.

DISPER
Pl. 24
Fig. 203.
Fig. 206.
Fig. 209.
Fig. 208.
Fig. 21
Fig. 227.
Fig. 223.
V.t Le Blanc sc.t

INST
Pl. 25.
Fig. 234.
Fig. 243.
Fig. 247.
V. Le Blanc sculp.

F. 250.
Fig. 2
Fig. 253.
Fig. 258.
Fig. 261.
Fig. 262.
Fig. 266.
Fig. 267.
Vr Le Blanc Sculp.